



TESIS TE142599

**ANALISIS MULTIMODAL SINYAL JANTUNG (ECG,
PCG DAN *CAROTID PULSE*) UNTUK KLASIFIKASI
JANTUNG NORMAL DAN ABNORMAL**

NADA FITRIEYATUL HIKMAH
NRP. 2213204001

DOSEN PEMBIMBING
ACHMAD ARIFIN, ST., M.Eng., Ph.D.
Dr. TRI ARIEF SARDJONO, ST., MT.

PROGRAM MAGISTER
BIDANG KEAHLIAN ELEKTRONIKA
JURUSAN TEKNIK ELEKTRO
FAKULTAS TEKNOLOGI INDUSTRI
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2016



THESIS TE142599

MULTIMODAL CARDIAC SIGNALS ANALYSIS (ECG, PCG AND CAROTID PULSE) FOR NORMAL AND ABNORMAL HEART CLASSIFICATION

NADA FITRIEYATUL HIKMAH
NRP. 2213204001

SUPERVISOR
ACHMAD ARIFIN, ST., M.Eng., Ph.D.
Dr. TRI ARIEF SARDJONO, ST., MT.

MAGISTER PROGRAM
FIELD STUDY OF ELECTRONIC ENGINEERING
DEPARTMENT OF ELECTRICAL ENGINEERING
FACULTY OF INDUSTRIAL TECHNOLOGY
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2016

Tesis disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar
Magister Teknik (MT)
di
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Oleh:
Nada Fitriyatul Hikmah
Nrp. 2213204001

Tanggal Ujian : 14 Januari 2016
Periode Wisuda : Maret 2016

Disetujui oleh:

1. Achmad Arifin, ST., M.Eng., Ph.D.
NIP: 19710314 199702 1 001

(Pembimbing 1)

2. Dr. Tri Arief Sardjono, ST., MT.
NIP: 19700212 199512 1 001

(Pembimbing 2)

3. Ir. Djoko Purwanto, M.Eng., Ph.D.
NIP: 19651211 199002 1 002

(Penguji)

4. Dr. Muhammad Rivai, ST., MT
NIP: 19690426 199403 1 003

(Penguji)

5. Ronny Mardiyanto, ST., MT., Ph.D.
NIP: 19810118 200312 1 003

(Penguji)



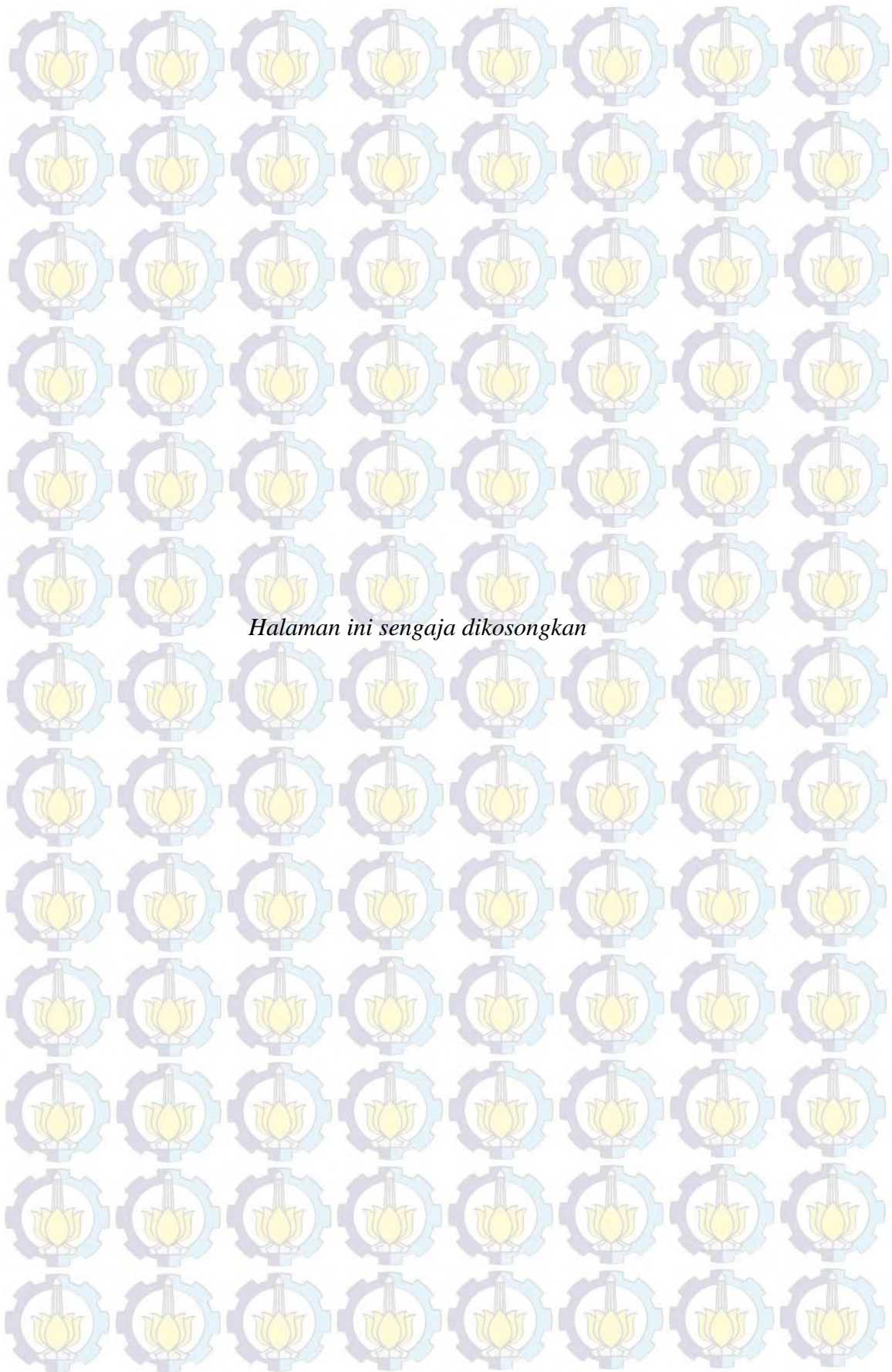
Analisis Multimodal Sinyal Jantung (ECG, PCG dan *Carotid Pulse*) untuk Klasifikasi Jantung Normal dan Abnormal

Nama : Nada Fitriyatul Hikmah
NRP : 2213204001
Pembimbing : 1. Achmad Arifin, ST., M.Eng., Ph.D.
2. Dr. Tri Arief Sardjono, ST., MT

ABSTRAK

Jantung adalah organ kompleks dalam sistem kardiovaskuler dimana sistem pengukuran dan analisisnya dalam tingkat klinis seharusnya direalisasikan secara sistem integrasi yang meliputi semua tanda vital jantung. Pada penelitian sebelumnya kombinasi analisis ECG dan PCG dapat mendeteksi gejala murmur. Namun, aktivitas mekanik jantung tidak dapat dijelaskan. Pada penelitian ini mengembangkan analisis sinyal jantung yang meliputi sinyal ECG, PCG, dan *carotid pulse* dengan subyek normal dan abnormal. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengembangkan dan menguji *framework* pengolahan sinyal digital untuk menghasilkan ekstraksi parameter dan untuk menjelaskan mekanisme dalam fisiologi jantung. Analisis frekuensi dan waktu-frekuensi dari sinyal jantung ditampilkan untuk mendesain filter digital yang baik. Filter digital rekursif dipilih dalam pengenalan metode segmentasi filter dan teknik pengolahan sinyal digital digunakan dalam ekstraksi parameter. Metode ekstraksi parameter lainnya sebagai pembanding metode ini adalah *Discrete Wavelet Transform* (DWT). Ekstraksi ciri dari sinyal ECG dalam mendeteksi gelombang P, QRS, dan T menggunakan algoritma *filter bank*. *Filter bank* merupakan proses dekomposisi sinyal berdasarkan komponen frekuensi yang terkandung di dalamnya dengan cara mempersempit *bandwidth* filter pada setiap level dekomposisi. Berdasarkan hasil filter bank, kompleks QRS berada pada skala 1 hingga 7, pada gelombang T terlihat jelas pada skala 7 dan 8, sedangkan gelombang P terlihat pada skala 7. Pengujian sensitivitas dan presisi menunjukkan bahwa deteksi gelombang lebih baik dihasilkan pada metode pertama, dengan hasil sensitivitas gelombang P, QRS, dan T berturut-turut adalah 83,98%, 100%, dan 97,90%. Sensitivitas deteksi perkusi pada sinyal *carotid pulse* adalah 99,94%. Sementara itu, pada sinyal PCG, sensitivitas gelombang S1 dan S2 berturut-turut adalah 99,56% dan 93,23%. Hasil dari ekstraksi parameter diklasifikasi menjadi jantung normal dan abnormal menggunakan pengujian hipotesis sekuensial Bayesian. Masalah *overlapping* diselesaikan dengan memilih dua *threshold*, atas dan bawah, dimana tidak ada keputusan ketika nilai data uji berada di daerah *overlapping*. Hasil klasifikasi direkomendasikan untuk diaplikasikan pada tingkat klinis.

Kata Kunci : ECG, *carotid pulse*, PCG, analisis sinyal multimodal, ekstraksi parameter, hipotesis sekuensial, diagnosis.



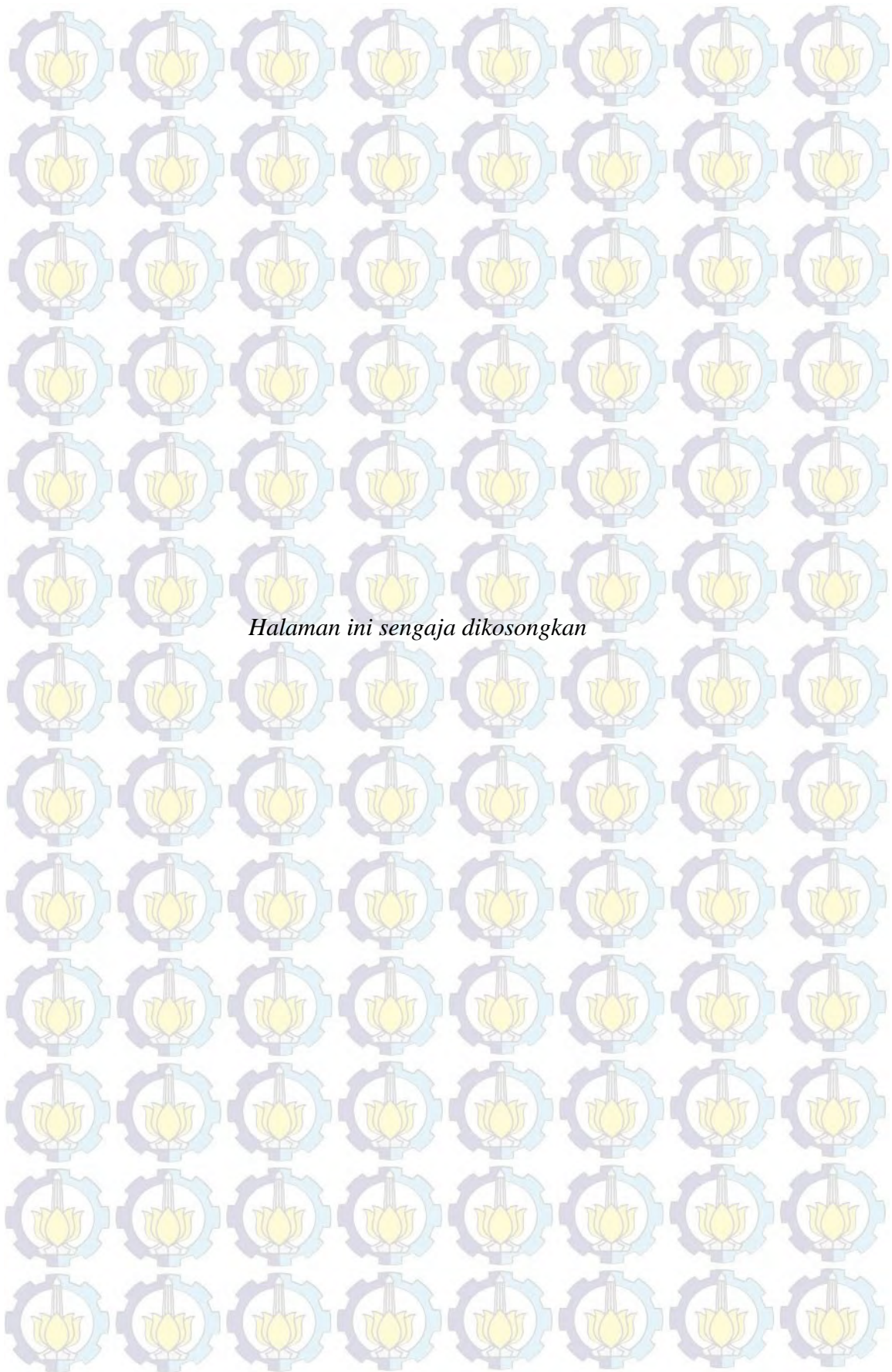
Multimodal Cardiac Signals Analysis (ECG, PCG and Carotid Pulse) for Normal and Abnormal Heart Classification

Student Name : Nada Fitriyatul Hikmah
Student Identity Number : 2213204001
Supervisor : 1. Achmad Arifin, ST., M.Eng., Ph.D.
2. Dr. Tri Arief Sardjono, ST., MT

ABSTRACT

The heart is a complex organ in the cardiovascular system which its measurement and analysis system in clinical level should be realized in an integrated system including all cardiac vital signs. In the previous study, combined ECG and PCG analysis could detect murmur symptom. However, the heart mechanical activity could not be described. This study developed a multimodal analysis of cardiac signals consisting of ECG signals, carotid pulse, and PCG with normal and abnormal subjects. The purpose of this study was to develop and test an appropriate signal processing framework to produce parameter extraction and to enhance understanding of underlying mechanisms in the cardiac physiology. Frequency and time-frequency domain analysis of cardiac signals were performed to design sophisticated digital filters. Recursive digital filters were chosen in realizing segmentation methods and the advanced signal processing techniques were performed in parameter extraction. Other parameter extraction method used as a comparison of this method was Discrete Wavelet Transform (DWT). Feature extraction of ECG signals to detect the P, QRS, and T waves was done using filter bank algorithms. Filter bank is the signals decomposition process based on frequency components contained therein by narrow down the bandwidth filters at each level of decomposition. Based on the results of the filter bank, the QRS complex was on a scale of 1 to 7, the T wave was clearly visible on a scale of 7 and 8, while the P wave was visible on a scale of 7. Tests showed that the sensitivity and precision of better detection of waves were generated in the first method, with results of the sensitivity P wave, QRS, and T were 83.98%, 100%, and 97.90%, respectively. The result of percussion sensitivity detection on the carotid pulse signal was 99.94%. Meanwhile, for PCG signals, the results of sensitivity for S1 and S2 waves were 99.56% and 93.23%, respectively. The results from the extraction parameters were classified into normal and abnormal heart using Bayesian sequential hypothesis testing. The overlapping problem was solved by selecting two thresholds, upper and lower, resulted in no decision taken while the value of data tested was in the overlapping zone. The classification result recommended the proposed method should be realized in clinical use.

Keywords : ECG, carotid pulse, PCG, multimodal signals analysis, parameter extraction, sequential hypothesis, diagnosis.



KATA PENGANTAR

Alhamdulillah, puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT, karena atas segala nikmat-Nya lah tesis ini dapat diselesaikan. Tesis berjudul **“Analisis Multimodal Sinyal Jantung (ECG, PCG dan Carotid Pulse) untuk Klasifikasi Jantung Normal dan Abnormal”** ini disusun untuk memenuhi sebagian persyaratan memperoleh gelar Magister Teknik (MT) pada Jurusan Teknik Elektro, Fakultas Teknologi Industri, Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

Penulis menyadari bahwa dalam penyusunan tesis ini tidak terlepas dari bantuan berbagai pihak. Oleh karena itu, dengan ketulusan dan kerendahan hati penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. Bapak Achmad Arifin, ST., M.Eng., Ph.D selaku dosen wali dan sekaligus dosen pembimbing yang telah membimbing penulis dengan dedikasi yang tinggi sehingga penulis dapat menyelesaikan tesis ini dengan baik. Terima kasih kami ucapkan kepada beliau atas kesempatan yang diberikan kepada penulis untuk bergabung sebagai anggota *Biomedical Engineering* serta atas kenyamanan dan fasilitas yang lengkap di laboratorium Biomedik B205 Jurusan Teknik Elektro Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya.
2. Bapak Dr. Tri Arief Sardjono, S.T., M.T. selaku Wakil Dekan FTI – ITS dan sekaligus dosen pembimbing yang telah memberi saran, bantuan, dan pengertiannya dalam membimbing penulis.
3. Bapak Ir. Djoko Purwanto, M.Eng., Ph.D selaku dosen penguji dalam ujian tesis yang telah memberikan saran-saran yang sangat bermanfaat bagi penulis.
4. Bapak Dr. Muhammad Rivai, ST., MT selaku dosen penguji dalam ujian tesis yang telah memberikan saran-saran yang sangat bermanfaat bagi penulis.
5. Bapak Ronny Mardiyanto, ST., MT., Ph.D selaku dosen penguji dalam ujian tesis yang telah memberikan saran-saran yang sangat bermanfaat bagi penulis.
6. Kepada Koordinator Pascasarjana Teknik Elektronika, Koordinator Pascasarjana Jurusan Teknik Elektro dan Ketua Jurusan Teknik Elektro serta

- karyawan Pascasarjana Teknik Elektro yang telah membantu penulis dalam segala urusan administrasi selama menempuh kuliah di ITS.
7. Dokter spesialis jantung, yaitu dr. B. Rudi Utantio, SpJp dan dr. Achmad Lefi, SpJp sebagai rekanan penelitian, yang telah mengizinkan penulis mengambil data pasiennya dan memberi banyak masukan mengenai penelitian jantung ini.
 8. Umi dan Ayah tercinta, serta adikku Nida Amalia, atas segala dukungan dan do'anya hingga terselesaikannya tesis ini.
 9. Rekan-rekan S2 angkatan 2011, yaitu Mas Oki, Pak Tua, Mas Farady, Mas Semar, angkatan 2012, yaitu Mbak Vita, Mas Himawan, Mas Fauzan, Mas Happy, juga rekan-rekan Lab.B205 yang telah banyak membantu dalam menyelesaikan tesis ini.
 10. Teman-teman angkatan perang 2013, yaitu Pak JOS, Tama, Wahyu, Sulfan, Dina, Nita, Yanti, Eva, Mas Hadid, Mas Bagus, Pak Adi, Mas Rizal, Bang Roy, Rendi, Dedi, dan teman-teman lain yang tidak dapat disebutkan satu per satu namanya. Terima kasih atas semua bantuan, sumbangan pikiran, dan saling memberi semangat di antara kita, serta saling nasehat-menasehati dalam kebaikan.

Pada akhirnya, penulis menyadari bahwa tesis ini masih belum sempurna. Oleh karena itu, penulis sangat mengharapkan kritik dan saran yang membangun. Penulis berharap semoga tesis ini dapat bermanfaat bagi pengembangan ilmu pengetahuan dan teknologi serta bagi masyarakat.

Surabaya, 25 Januari 2016

Penulis

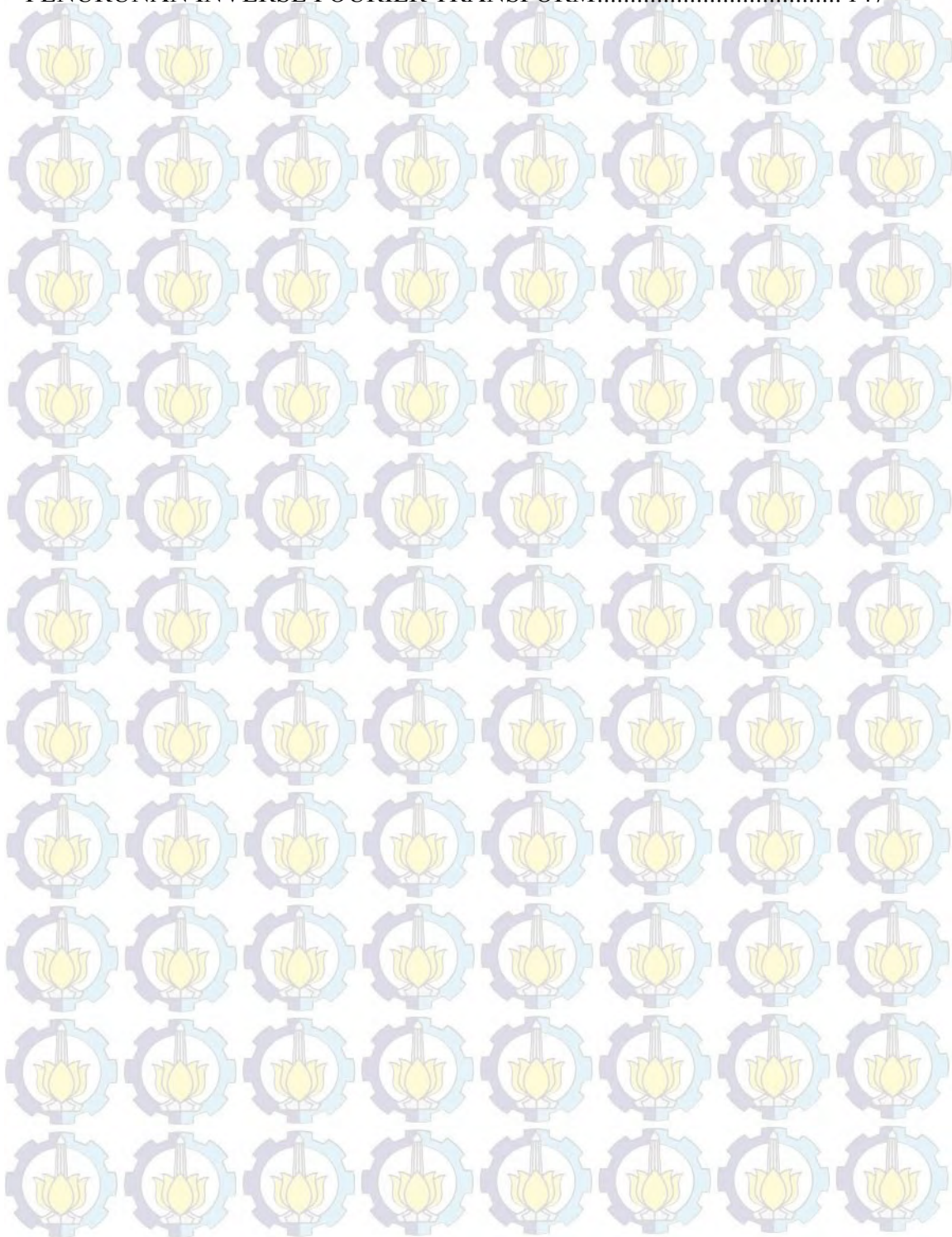
DAFTAR ISI

LEMBAR PENGESAHAN	i
ABSTRAK	iii
ABSTRACT	v
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR TABEL	xvii
BAB 1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Perumusan Masalah	4
1.3 Tujuan dan Manfaat	4
BAB 2 SISTEM INSTRUMENTASI MULTIMODAL SINYAL JANTUNG	
UNTUK ANALISIS DINAMIKA JANTUNG	7
2.1 Pendahuluan Sistem Instrumentasi Multimodal Sinyal Jantung	7
2.2 Metode	10
2.2.1 Perancangan Sistem	10
2.2.2 Perancangan Hardware ECG	11
2.2.2.1 Rangkaian Isolasi	11
2.2.2.2 Rangkaian Proteksi	12
2.1.1.3 Rangkaian Penguat Instrumentasi	13
2.1.1.4 Rangkaian <i>High Pass Filter</i>	14
2.1.1.5 Rangkaian <i>Low Pass Filter</i>	15
2.1.1.6 Rangkaian <i>Notch Filter</i>	16
2.2.3 Perancangan Perangkat Antarmuka	17
2.2.3.1 Perancangan Rangkaian <i>Adder</i>	17
2.2.3.2 Perancangan Program <i>Interface</i>	18
2.2.4 Prosedur Pengambilan Data	19
2.2.4.1 Pengambilan Data Sinyal ECG	19
2.2.4.2 Pengambilan Data Sinyal PCG	21
2.2.4.3 Pengambilan Data Sinyal <i>Carotid Pulse</i>	22
2.3 Hasil dan Pembahasan	23

2.3.1 Hasil Pengujian Hardware ECG	23
2.3.1.1 Hasil Pengujian Rangkaian Isolasi	23
2.3.1.2 Hasil Pengujian Rangkaian Penguat Instrumentasi dan CMRR	24
2.3.1.3 Hasil Pengujian Rangkaian <i>High Pass Filter</i>	26
2.3.1.4 Hasil Pengujian Rangkaian <i>Low Pass Filter</i>	28
2.3.1.4 Hasil Pengujian Rangkaian <i>Notch Filter</i>	30
2.3.2 Hasil Pengujian Perangkat Antarmuka	32
2.3.3 Hasil Multimodal Sinyal Jantung Untuk Analisis Dinamika Jantung	33
2.4 Ringkasan Sistem Instrumentasi Multimodal Sinyal Jantung	35
BAB 3 <i>FRAMEWORK</i> PENGOLAHAN SINYAL UNTUK ANALISIS	
MULTIMODAL JANTUNG	37
3.1 Pendahuluan <i>Framework</i> Pengolahan Sinyal	37
3.2 Metode <i>Framework</i> Pengolahan Sinyal	39
3.2.1 Desain Prefilter	41
3.2.1.1 Desain Filter <i>Moving Average</i>	41
3.2.1.2 Desain Regresi Polinomial	43
3.2.2 Desain Filter Segmentasi	45
3.2.2.1 Desain <i>Low Pass Filter</i>	45
3.2.2.2 Desain <i>High Pass Filter</i>	46
3.2.3 Ekstraksi Parameter	46
3.2.3.1 Fungsi kuadrat	47
3.2.3.2 Linier Envelope	47
3.2.3.3 Thresholding	47
3.2.3.4 Deteksi Tepi Naik dan Turun Pulsa QRS	48
3.2.3.5 Deteksi Tepi Naik Pulsa P dan QRS	48
3.2.3.6 Deteksi Tepi Naik QRS	48
3.2.3.7 Penghitung Pulsa Lebar QRS	48
3.2.3.8 Deteksi Tepi Naik Pulsa QRS dan Deteksi Tepi Turun Pulsa T	49
3.2.3.9 Deteksi Tepi Naik Pulsa Perkusi dan S2	49
3.2.3.10 Deteksi Tepi Turun Pulsa QRS	49
3.2.3.11 Penghitung Pulsa Lebar S1 dan S2	49
3.3 Metode Eksperimen	50

3.4 Hasil dan Analisis <i>Framework</i> Pengolahan Sinyal	51
3.4.1 Hasil Desain Prefilter	51
3.4.2 Hasil Filter Segmentasi	58
3.4.3 Hasil Ekstraksi Parameter	59
3.5 Ringkasan <i>Framework</i> Pengolahan Sinyal.....	69
BAB 4 KLASIFIKASI JANTUNG NORMAL DAN ABNORMAL	
BERDASARKAN EKSTRAKSI PARAMETER	71
4.1 Pendahuluan Klasifikasi Jantung Normal dan Abnormal	71
4.2 Metode.....	72
4.2.1 Metode DWT Untuk Ekstraksi Ciri Sinyal ECG	72
4.2.1.1 Deteksi Kompleks QRS.....	74
4.2.1.2 Deteksi Gelombang T	76
4.2.1.3 Deteksi Gelombang P	79
4.2.2 Klasifikasi Jantung Normal dan Abnormal	81
4.2.2.1 Aturan ECG, PCG, dan <i>Carotid Pulse</i> Normal dan Abnormal.....	81
4.2.2.2 Pengujian Hipotesis Sekuensial.....	85
4.2.2.3 Keputusan Multimodal ECG, PCG, dan <i>Carotid Pulse</i>	87
4.2.3 Prosedur Ekstraksi Parameter dan Klasifikasi Jantung	87
4.3 Hasil DWT dan Klasifikasi	90
4.3.1 Hasil Analisis DWT	90
4.3.1.1 Hasil Deteksi QRS.....	93
4.3.1.2 Hasil Deteksi T	94
4.3.1.3 Hasil Deteksi P	95
4.3 Hasil Analisis Bayesian.....	96
4.3.1 Hasil Pengujian Hipotesis Sekuensial	96
4.3.2 Hasil Naive Bayesian	101
4.4 Ringkasan Klasifikasi Jantung Normal dan Abnormal	102
BAB 5 KESIMPULAN DAN SARAN	105
5.1 Kesimpulan.....	105
5.2 Saran	106
DAFTAR PUSTAKA.....	107
LAMPIRAN A.....	111

HASIL EKSTRAKSI PARAMETER.....	111
LAMPIRAN B.....	123
HASIL PENGUJIAN HIPOTESIS SEKUENSIAL BAYESIAN.....	123
LAMPIRAN C.....	147
PENURUNAN INVERSE FOURIER TRANSFORM.....	147



DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1. Diagram blok rangkaian ECG, PCG, dan <i>carotid pulse</i>	10
Gambar 2.2. Rangkaian isolasi	11
Gambar 2.3. Rangkaian proteksi	12
Gambar 2.4. Rangkaian penguat instrumentasi	13
Gambar 2.5. Rangkaian <i>high pass filter</i> +40dB/dec	15
Gambar 2.7. Rangkaian <i>notch filter</i> -40dB/dec	17
Gambar 2.8. Rangkaian penjumlah tak membalik	18
Gambar 2.9. Garis imajiner antara kedua elektroda	20
Gambar 2.10. Perekaman dengan segitiga Einthoven	21
Gambar 2.11. Posisi perekaman sinyal PCG	22
Gambar 2.12. Posisi perekaman sinyal <i>carotid pulse</i>	22
Gambar 2.13. Cara pengujian rangkaian isolasi : (a) skematik pengujian rangkain isolasi, (b) pengujian cara pertama, dan (c) pengujian cara kedua	23
Gambar 2.14 Cara pengujian rangkaian penguat instrumentasi : (a) skematik pengujian <i>Common mode</i> , (b) skematik pengujian <i>Differential mode</i> , dan (c) kegiatan uji CMRR	25
Gambar 2.15. Cara pengujian rangkaian <i>high pass filter</i> (a) skematik pengujian <i>high pass filter</i> dan (b) kegiatan pengujian <i>high pass filter</i> ..	26
Gambar 2.16. Respon frekuensi dari rangkaian <i>high pass filter</i>	27
Gambar 2.17. Cara Pengujian Rangkaian <i>Low Pass Filter</i> , (a) Skematik pengujian <i>Low Pass Filter</i> dan (b) kegiatan pengujian <i>Low Pass</i> <i>Filter</i>	28
Gambar 2.18. Respon frekuensi dari rangkaian <i>low pass filter</i>	29
Gambar 2.19. Cara Pengujian Rangkaian <i>Notch Filter</i> , (a) skematik pengujian rangkain <i>Notch Filter</i> dan (b) kegiatan pengujian rangkaian <i>Notch</i> <i>Filter</i>	30
Gambar 2.20. Respon frekuensi dari rangkaian <i>notch filter</i>	31

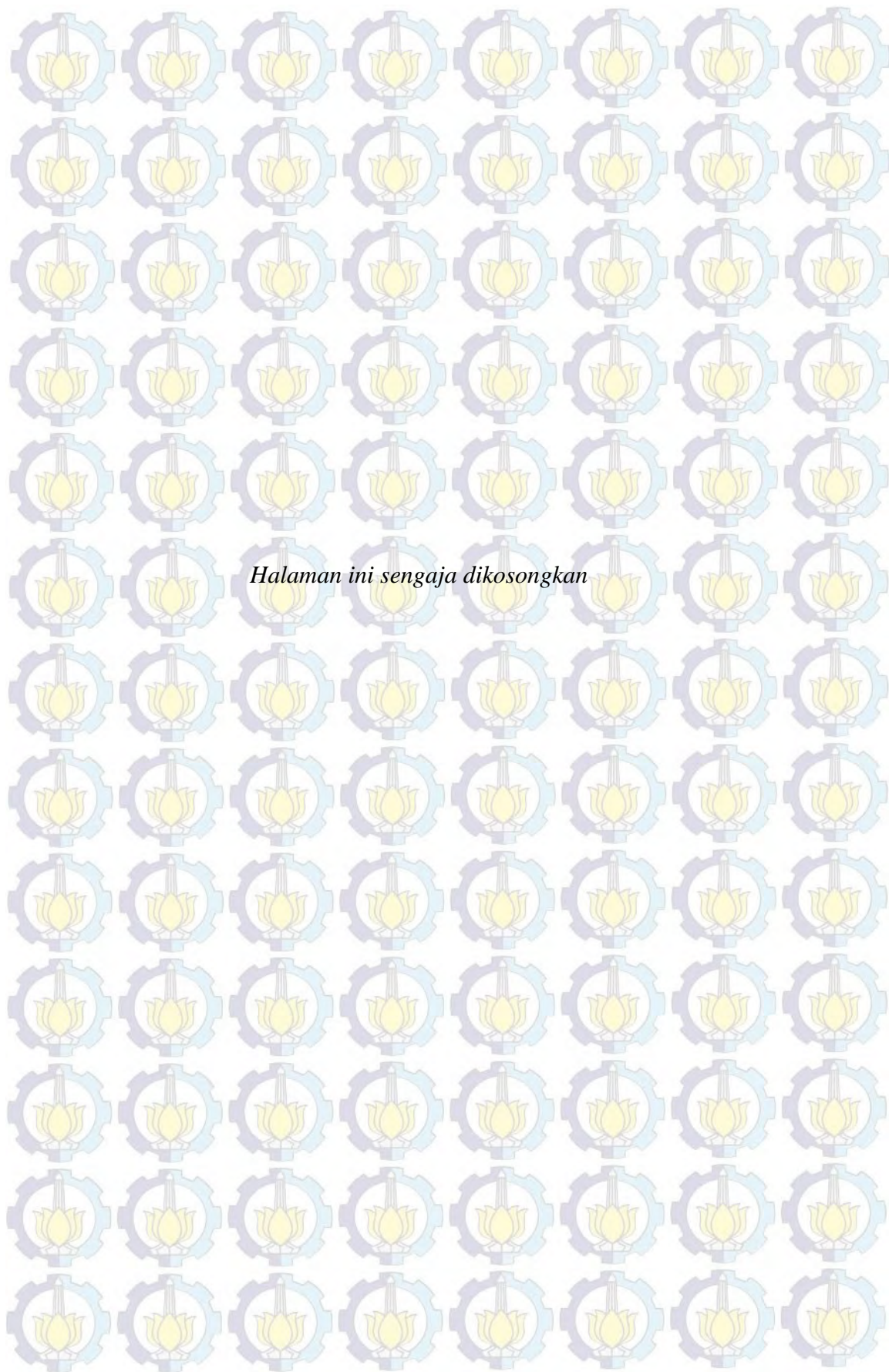
Gambar 2.21. Cara pengujian rangkaian penjumlah, (a) skematik pengujian rangkaian penjumlah dan (b) kegiatan pengujian rangkaian penjumlah.....	32
Gambar 2.22. Hasil pengujian rangkaian penjumlah pada osiloskop.	32
Gambar 2.23. Tampilan sinyal ECG, sinyal PCG, dan sinyal <i>carotid pulse</i> secara simultan.....	34
Gambar 3.1. Diagram blok analisis sinyal secara keseluruhan untuk ECG, <i>carotid pulse</i> , dan PCG.	40
Gambar 3.2. Desain prefilter sinyal ECG dan <i>carotid pulse</i>	41
Gambar 3.3. Desain prefilter sinyal PCG.....	41
Gambar 3.4 Irama sinus normal (a) Sinyal ECG awal, (b) Sinyal ECG setelah difilter, (c) Spektrum frekuensi sinyal ECG setelah difilter, (d) Spektrum frekuensi berdasarkan segmentasi <i>window</i> gelombang ECG.....	52
Gambar 3.5 Irama sinus takikardia dengan sumbu axis jantung abnormal (a) Sinyal ECG awal, (b) Sinyal ECG setelah difilter, (c) Spektrum frekuensi sinyal ECG setelah difilter, (d) Spektrum frekuensi berdasarkan segmentasi <i>window</i> gelombang ECG.	53
Gambar 3.6 Subyek dengan penyakit jantung koroner (a) Sinyal ECG awal, (b) Sinyal ECG setelah difilter, (c) Spektrum frekuensi sinyal ECG setelah difilter, (d) Spektrum frekuensi berdasarkan segmentasi <i>window</i> gelombang ECG.	54
Gambar 3.7 (a) Sinyal <i>carotid pulse</i> awal, (b) Sinyal <i>carotid pulse</i> setelah difilter, (c) Spektrum frekuensi sinyal <i>carotid pulse</i> setelah difilter, (d) Spektrum frekuensi gelombang perkusi berdasarkan segmentasi <i>window</i>	55
Gambar 3.8 (a) Sinyal PCG dalam domain waktu-frekuensi sebelum proses prefilter, dan (b) setelah proses prefilter.	56
Gambar 3.9 (a) Sinyal ECG dengan <i>baseline wander</i> , (b) Sinyal ECG setelah regresi polinomial.	57
Gambar 3.10. Hasil respon frekuensi desain filter ECG (a) <i>channel</i> pertama dan (b) <i>channel</i> kedua.	58

Gambar 3.11. Hasil respon frekuensi desain filter sinyal <i>carotid pulse</i>	59
Gambar 3.12 Proses ekstraksi sinyal ECG <i>channel 1</i> : (a) prefilter, (b) filter segmentasi, (c) fungsi kuadrat, (d) <i>linier envelope</i> , dan (e) <i>thresholding</i>	60
Gambar 3.13. Proses ekstraksi sinyal ECG <i>channel 2</i> : (a) prefilter, (b) filter segmentasi, (c) <i>threholding</i> , dan (d) pulsa P (biru) dan T (merah).	61
Gambar 3.14. Proses ekstraksi sinyal <i>carotid pulse</i> : (a) prefilter, (b) filter segmentasi, dan (c) pulsa perkusi.	61
Gambar 3.15. Proses ekstraksi sinyal PCG: (a) prefilter, (b) fungsi kuadrat, (c) <i>linier envelope</i> , dan (d) pulsa S1 (biru) dan S2 (merah).	62
Gambar 3.16. Hasil sinyal ECG, <i>carotid pulse</i> , dan PCG.	64
Gambar 4.1. Hubungan antara titik puncak gelombang dengan <i>zero crossing</i> pada transformasi wavelet di skala yang berbeda.	74
Gambar 4.2. Algoritma deteksi QRS.	75
Gambar 4.3. Algoritma deteksi T.	77
Gambar 4.4. Algoritma deteksi P.	78
Gambar 4.5. Arsitektur diagram blok analisis <i>Discrete Wavelet Transform</i>	80
Gambar 4.6. Karakteristik dan ekstraksi parameter sinyal ECG.	81
Gambar 4.7. Tampilan program saat menjalankan perekaman sinyal.	88
Gambar 4.8. Tampilan program saat pengolahan sinyal.	88
Gambar 4.9. Tampilan program saat eksekusi analisa detail.	89
Gambar 4.10. Tampilan program dengan tampilan 2 <i>window</i>	89
Gambar 4.11. Respon frekuensi dari filter FIR.	91
Gambar 4.12. Hasil transformasi wavelet skala 1 hingga 8 pada subyek ke-5 dengan ritme sinus normal.....	92
Gambar 4.13. Hasil deteksi kompleks QRS berdasarkan <i>zero crossing</i>	93
Gambar 4.14. Hasil deteksi gelombang T berdasarkan <i>zero crossing</i>	94
Gambar 4.15. Hasil deteksi gelombang P berdasarkan <i>zero crossing</i>	94
Gambar 4.16. Hasil PDF dari aturan ekstraksi parameter dari sinyal ECG, antara lain (a) Heart rate (bpm), (b) Lebar QRS (ms), (c) Interval PR (ms), (d) Interval QT (ms).	96
Gambar 4.17. Hasil PDF dari aturan interval perkusi-S2.	97

Gambar 4.18. Hasil PDF dari aturan ekstraksi parameter sinyal PCG, antara lain (a) Lebar S1 (ms), (b) Lebar S2 (ms), (c) Frekuensi S1 (Hz), dan (d) Frekuensi S2 (Hz).....	97
Gambar 4.19. Kurva PDF dari <i>heart rate</i> pada subyek normal.	98
Gambar 4.20. Kurva PDF dari lebar QRS pada subyek normal.	99
Gambar 4.21. Kurva PDF dari frekuensi S2 pada subyek normal.	100
Gambar 4.22. Proses pengujian hipotesis sekuensial dari data uji pertama hingga data uji kelima.	100

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1. Pengujian CMRR AD620.....	24
Tabel 2.2. Pengujian rangkaian <i>high pass filter</i>	27
Tabel 2.3 Pengujian rangkaian <i>low pass filter</i>	29
Tabel 2.4 Pengujian rangkaian <i>notch filter</i>	31
Tabel 3.1. Hasil ekstraksi parameter.....	65
Tabel 3.2. Sensitifitas dan presisi dengan threshold sinyal ECG 0,2 dari amplitudo filter.....	66
Tabel 3.3. Sensitifitas dan presisi dengan <i>threshold</i> sinyal ECG 0,3 dari amplitudo filter.....	67
Tabel 3.4. Sensitifitas dan presisi dengan threshold sinyal ECG 0,4 dari amplitudo filter.....	68
Tabel 4.1. Aturan Sinyal S1 dan S2.....	84
Tabel 4.2. Hasil pengujian sensitivitas dan presisi DWT pada sinyal ECG.....	95
Tabel 4.3. Probabilitas data heart rate (x) berdasarkan aturan.....	98
Tabel 4.4. Probabilitas lebar QRS berdasarkan aturan.....	99
Tabel 4.5. Korelasi antara α , β , <i>upper</i> dan <i>lower threshold</i>	101
Tabel 4.6. Hasil Keputusan Jantung Normal dan Abnormal.....	102

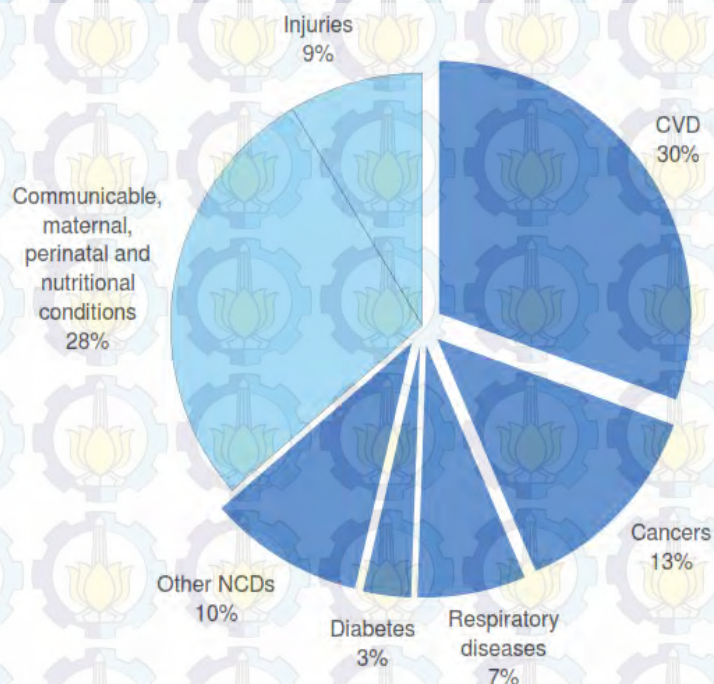


BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Laporan status Global WHO tahun 2010 menyatakan bahwa penyakit tidak menular merupakan penyebab kematian terbesar di dunia. Pada tahun 2008 tercatat lebih dari 36 juta orang meninggal akibat penyakit tidak menular dengan angka kematian terbesar akibat penyakit kardiovaskular sebanyak 48%. Lebih dari 9 juta kematian ini terjadi sebelum usia 60 tahun dan sebagian besar telah dicegah (World Health Organization, 2011). Pada data WHO tahun 2010 berdasarkan estimasi tahun 2008, penyakit kardiovaskular di Indonesia memiliki angka kematian yang paling tinggi dibandingkan penyakit lainnya. Gambar 1.1 merupakan grafik penyebab kematian di Indonesia pada semua umur. Pada grafik menunjukkan sebanyak 63% dari seluruh kematian disebabkan oleh penyakit tidak menular dengan angka kematian tertinggi 30% pada CVD (*cardiovascular diseases*).



Gambar 1.1. Grafik perbandingan angka kematian di Indonesia (World Health Organization, 2011).

Upaya untuk mengurangi angka kematian akibat penyakit kardiovaskular dapat dilakukan dengan mengetahui gejala awal dari penyakit kardiovaskular. Teknik pendeteksian awal penyakit kardiovaskular paling sederhana yang dapat dilakukan adalah dengan teknik auskultasi. Auskultasi jantung dilakukan oleh seorang ahli kardiologi dengan menggunakan stetoskop sehingga diperoleh suara jantung yang diinterpretasikan sebagai gelombang-gelombang akustik akibat aktivitas mekanik jantung. Namun, diagnosis suara jantung yang diperoleh melalui akustik stetoskop merupakan keterampilan yang sangat khusus dan sulit untuk diajarkan secara terstruktur (Reed dkk., 2004). Kelemahan dari teknik auskultasi yaitu hasil diagnosisnya lebih bersifat subyektif, bergantung pada kepekaan telinga seorang ahli kardiologi. Hasil deskripsi suara jantung setiap pengamat cenderung berbeda sehingga tidak akan menghasilkan keakuratan diagnosis.

Electrocardiogram (ECG) adalah rekaman dari potensial biolistrik jantung dimana elektrodanya ditempelkan di permukaan tubuh (Garvey, 2006). ECG menjadi komponen penting dari evaluasi pasien yang memiliki tanda-tanda vital dan gejala dari kondisi jantung darurat. Alat ini telah menjadi standar dalam praktek klinis dokter untuk mendapatkan informasi lebih lanjut dari aktivitas listrik jantung. Namun, terdapat kelainan jantung yang sulit dideteksi menggunakan ECG, misalnya kelainan struktural dalam katup jantung, kelainan murmur jantung atau suara abnormal jantung (Reed, 2004). Identifikasi penyakit jantung dengan melibatkan variabel suara jantung sangat penting dalam diagnosis penyakit kardiovaskular terutama berkaitan dengan aktivitas mekanik katup-katup jantung.

Pada pemeriksaan auskultasi, bunyi jantung terdengar akibat katup jantung yang menutup dengan tiba-tiba sehingga terjadi perubahan tekanan. Hal ini menjelaskan bahwa aktivitas mekanik jantung juga melibatkan variabel tekanan darah selama siklus jantung. Siklus jantung terdiri dari periode diastolik yaitu masa relaksasi untuk pengisian darah ke dalam ruang jantung dan periode sistolik

yaitu masa kontraksi untuk mengeluarkan darah dari ruang jantung (Guyton dkk., 2006).

Pengukuran dan analisis sistem jantung di level klinis belum seluruhnya dilakukan secara terintegrasi. Deteksi masalah kardiovaskular di *Cardiac Care Unit* (CCU) untuk pengamatan *Electrocardiogram* (ECG), *Arterial Blood Pressure* (ABP) dan fisiologi jantung lainnya umumnya tidak diproses secara bersama-sama (Rangaprakash dkk., 2012). Penggabungan informasi akan menghasilkan interpretasi penting dalam proses pengambilan keputusan seorang ahli jantung untuk menentukan pasien dengan patologi jantung. Pada kenyataannya di rumah sakit seorang dokter membuat diagnosis pasien berdasarkan informasi yang dikumpulkan dari berbagai sumber sehingga terbentuk suatu keputusan.

Fusi data merupakan proses menggabungkan data berbagai sumber, masukan sensor, blok pemrosesan informasi menjadi bentuk format yang seragam (Kenneth dkk., 2005). Fusi informasi mengacu pada kombinasi data yang berasal dari berbagai sumber dan digunakan untuk meningkatkan keputusan. Dalam cara yang sama sistem multimodal menggunakan informasi sumber data lebih dari satu jenis sehingga penggunaannya dapat meningkatkan hasil diagnosis (Watrous dkk., 2003; Rangaprakash dkk., 2012; Kenneth dkk., 2005). Keuntungan dari analisis multimodal adalah bahwa analisis multimodal dapat mengurangi kesalahan diagnosis dan meningkatkan ketelitian diagnosis.

Penggabungan tiga variabel aktivitas mekanik jantung, seperti sinyal listrik jantung, suara jantung, dan tekanan darah secara multimodal diharapkan dapat diperoleh informasi anatomi dan fisiologi jantung lengkap sehingga dapat secara tepat mendeteksi awal penyakit kardiovaskular. Pengukuran tekanan darah secara langsung terlalu berbahaya dan akan melukai tubuh. Oleh sebab itu pada penelitian ini, pengukuran tekanan darah dilakukan secara non-invasif yang diwakili oleh carotid pulse.

Pada penelitian sebelumnya oleh Eko Agus Suprayitno, telah dilakukan pengukuran sinyal listrik jantung, suara jantung, dan tekanan darah yang ditampilkan ke osiloskop Agilent tipe 54621A menghasilkan file CSV kemudian

diolah menggunakan *Continuous Wavelet Transform* (Suprayitno, 2012). Kekurangan dari sistem ini adalah tidak dapat menghasilkan ketiga sinyal tersebut secara *real time* karena membutuhkan waktu untuk proses pemindahan data ke PC. Analisis *real time* dibutuhkan agar tidak menyebabkan keterlambatan diagnosis penyakit kardiovaskular yang sering terjadi secara tiba-tiba.

Pada penelitian ini akan diusulkan *multimodal cardiac analysis* secara *real time* ke PC kemudian dilakukan analisis sinyal untuk masing-masing sinyal ECG, PCG dan *carotid pulse*. Keluaran dari sistem analisis sinyal akan menghasilkan parameter karakteristik setiap sinyal dengan *rule* sinyal normal yang telah ditetapkan. Hasilnya diperoleh probabilitas sinyal yang selanjutnya diolah menggunakan Bayesian untuk klasifikasi status jantung. Metode yang diusulkan diharapkan akan meningkatkan diagnosis dokter terhadap pasien yang berkaitan dengan status jantung normal dan abnormal serta informasi fisiologi jantung menjadi lebih lengkap.


1.2 Perumusan Masalah

Adapun permasalahan dalam penelitian ini dapat dirumuskan sebagai berikut :

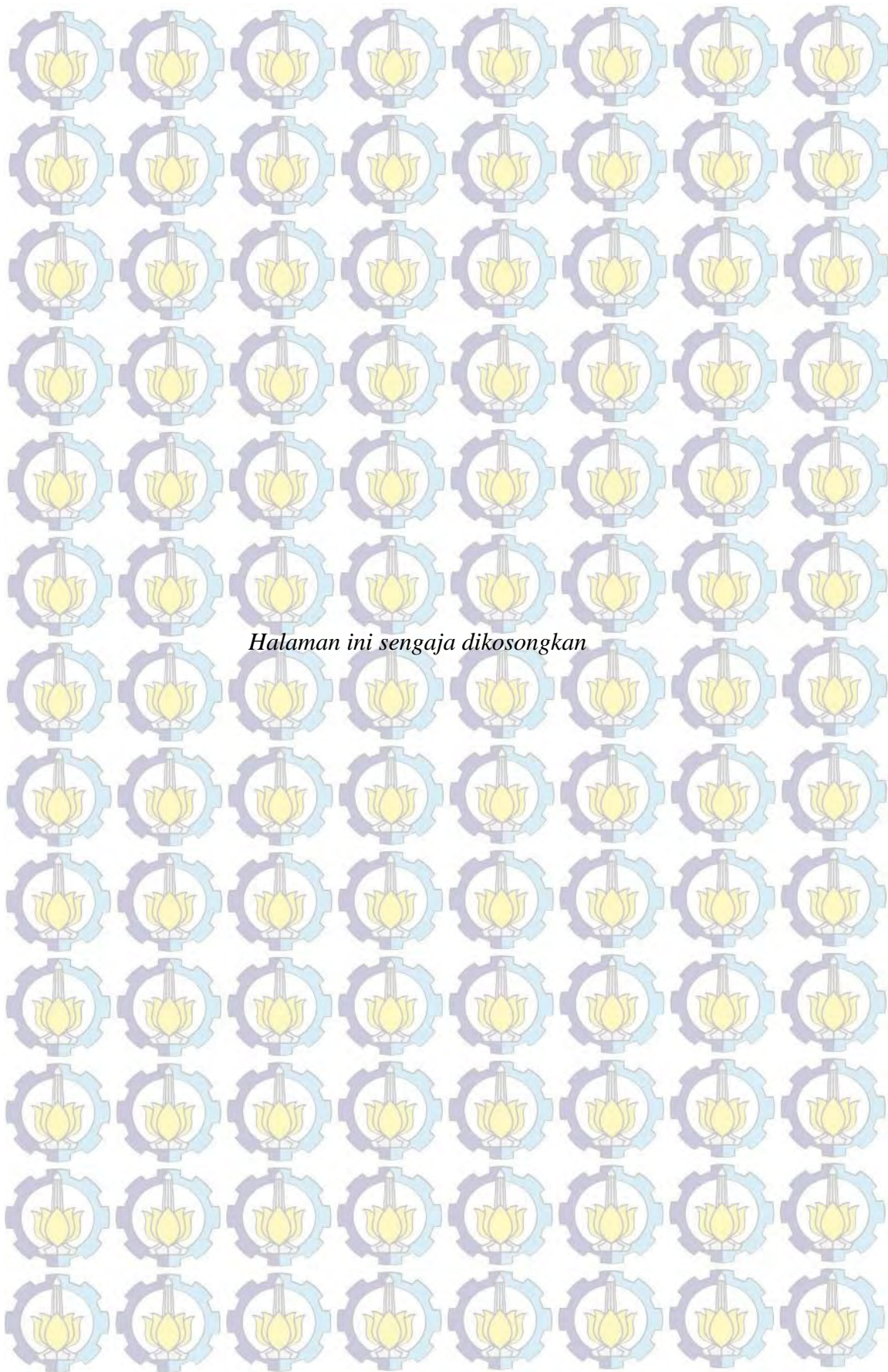
1. Bagaimana menampilkan sinyal ECG, *carotid pulse*, dan PCG ke *Personal Computer* secara multimodal.
2. Bagaimana mendesain pengolahan sinyal digital sehingga diperoleh ekstraksi parameter dari sinyal ECG, *carotid pulse*, dan PCG.
3. Bagaimana mengklasifikasikan jantung normal dan tidak normal berdasarkan hasil ekstraksi parameter dari sinyal ECG, *carotid pulse*, dan PCG.

1.3 Tujuan dan Manfaat

Secara umum tujuan penelitian ini adalah untuk mendapatkan ekstraksi parameter dari ketiga sinyal (ECG, *carotid pulse*, dan PCG) yang akan digunakan untuk klasifikasi jantung normal dan tidak normal. Secara terperinci tujuan penelitian ini adalah :

- 
1. Menampilkan sinyal ECG, *carotid pulse*, dan PCG ke Personal Computer secara multimodal.
 2. Mendesain pengolahan sinyal digital untuk memperoleh ekstraksi parameter dari sinyal ECG, *carotid pulse*, dan PCG.
 3. Mengetahui klasifikasi jantung normal dan tidak normal berdasarkan hasil ekstraksi parameter dari sinyal ECG, *carotid pulse*, dan PCG.

Manfaat yang diperoleh dari hasil penelitian ini antara lain membantu mendapatkan data kuantitatif jantung normal dan tidak normal secara multimodal yang dapat dianalisis lebih lanjut. Bagi ahli medis, pengidentifikasian ekstraksi parameter maupun klasifikasi status jantung berguna dalam mendiagnosis jantung normal dan patologi.



BAB 2

SISTEM INSTRUMENTASI MULTIMODAL SINYAL JANTUNG UNTUK ANALISIS DINAMIKA JANTUNG

2.1 Pendahuluan Sistem Instrumentasi Multimodal Sinyal Jantung

Electrocardiograph (ECG) merupakan instrumentasi untuk mengukur potensial listrik jantung dimana elektrodanya ditempelkan di permukaan tubuh. Pemeriksaan ini merupakan salah satu sarana diagnosis yang sangat penting dalam berbagai kondisi jantung, baik patologis atau normal. ECG menghasilkan sinyal periodik secara ritmik yang menggambarkan kejadian bioelektrik pada fungsi jantung (Jones, 2005).

Jantung memiliki empat ruang, yaitu dua atrium di bagian atas jantung dan dua ventrikel di bagian bawah. Atrium berdinding tipis, memompa darah dengan tekanan rendah yang diterima dari sirkulasi vena. Pada atrium kanan atas merupakan sekelompok sel yang bertindak sebagai alat pacu utama jantung (*pacemaker*). Perubahan konsentrasi ion kompleks yang melintasi membran sel kemudian membangkitkan sel tetangga, dan propagasi sel ke sel dari peristiwa listrik terjadi. Sinyal ECG pertama dari siklus jantung adalah gelombang P, yang merupakan aktivasi atrium. Konduksi dari hasil impuls jantung berjalan dari atrium melalui serangkaian sel jantung khusus (node AV dan sistem His Purkinje). Pada sinyal ECG terdapat gelombang pendek, segmen relatif isoelektrik yang menyusul gelombang P. Setelah massa otot besar ventrikel dieksitasi, defleksi yang cepat dan besar terlihat di permukaan tubuh. Eksitasi ventrikel menyebabkan ventrikel berkontraksi dan memberikan dorongan untuk sirkulasi darah ke organ tubuh. Gelombang besar ini memiliki beberapa komponen. Awal defleksi ke bawah disebut gelombang Q, defleksi ke atas disebut gelombang R, dan akhir defleksi ke bawah disebut gelombang S. Kehadiran polaritas dari tiga komponen ini tergantung pada posisi sadapan pada tubuh serta kelainan jantung yang ada pada subyek. Bentuk gelombang ini disebut dengan kompleks QRS. Amplitudo QRS pada umumnya sebesar 1-3 mV untuk jantung manusia normal.

Setelah kompleks QRS adalah segmen isoelektrik yang relatif singkat yang merupakan gelombang repolarisasi sebagai sinyal frekuensi rendah, disebut sebagai gelombang T (Netter, 2011).

Pengetahuan terhadap analisis dinamika jantung tidak cukup berdasarkan segi kelistrikannya saja. Faktor lainnya yang perlu diperhatikan adalah suara jantung. Instrumentasi yang digunakan untuk merekam suara jantung yang berkaitan dengan aktivitas katup jantung disebut dengan *Phonocardiograph* (PCG). Suara jantung sangat berguna untuk diagnosis jantung. Suara yang dihasilkan oleh jantung yang sehat adalah sangat identik dan suara tidak normal selalu berkorelasi dengan kelainan fisik tertentu. Pada tingkat klinis, instrumentasi yang digunakan untuk mendeteksi suara jantung adalah stetoskop akustik. Pengembangan instrumentasi dari alat konvensional tersebut adalah berupa stetoskop elektronik yang telah dilengkapi dengan *amplifier*.

Suara jantung pertama disebabkan oleh kontraksi ventrikel sehingga aliran darah berbalik secara tiba-tiba dan menumbuk katup atrioventrikular. Selanjutnya, korda tendinea menarik daun katup menyebabkan daun katup atrioventrikular berhenti tiba-tiba (Guyton dkk, 2000). Darah berbalik arah ke ventrikel dan bertumbukan dengan dinding ventrikel dikarenakan daya elastisitas daun katup yang kaku. Keseluruhan peristiwa ini menimbulkan vibrasi turbulensi pada darah. Vibrasi ini menjalar pada dinding dada dan terdengar melalui stetoskop sebagai suara jantung pertama.

Suara jantung kedua disebabkan oleh penutupan katup semilunar sehingga daun-daun katup menonjol ke arah ventrikel. Regangan elastis daun katup menyebabkan darah berbalik lagi ke arteri dan menimbulkan vibrasi. Vibrasi terjadi akibat gerakan darah dari dinding arteri ke daun katup dan antara daun katup dengan dinding ventrikel. Vibrasi menjalar di sepanjang dinding arteri pulmonalis dan aorta selanjutnya ke dinding dada. Suara ini didengar sebagai suara jantung kedua.

Suara jantung ketiga terjadi setelah bunyi jantung kedua yang terdengar lemah dengan frekuensi sangat rendah sehingga sulit didengar. Suara jantung ketiga terjadi akibat osilasi darah di antara dinding ventrikel setelah mengalirnya darah dari atrium ke ventrikel. Suara jantung keempat merupakan bunyi jantung

yang paling sulit terdeteksi dan hampir tidak pernah dapat terdeteksi karena hanya berfrekuensi pada 20 siklus/detik atau bahkan lebih rendah (Herman, 2009).

Saura jantung keempat terjadi akibat masuknya tambahan volume darah ke ventrikel akibat kontraksi atrium, yang bersamaan dengan kontraksi atrium. Peristiwa ini menimbulkan vibrasi yang prosesnya sama dengan suara jantung ketiga.

Selain sinyal listrik jantung dan suara jantung, tekanan darah merupakan parameter yang paling sering diukur dalam praktek medis dan fisiologis. Pengukuran jantung pada sistem klinis umumnya melibatkan parameter tekanan darah yang menggunakan alat ukur tensimeter. Namun, alat ukur konvensional ini dapat digantikan dengan instrumentasi *carotid pulse*. Perekaman dari sinyal *carotid pulse* dapat menggunakan sensor piezoelektrik yang diletakkan pada pembuluh arteri *carotid*, yaitu pada leher sebelah kiri atas.

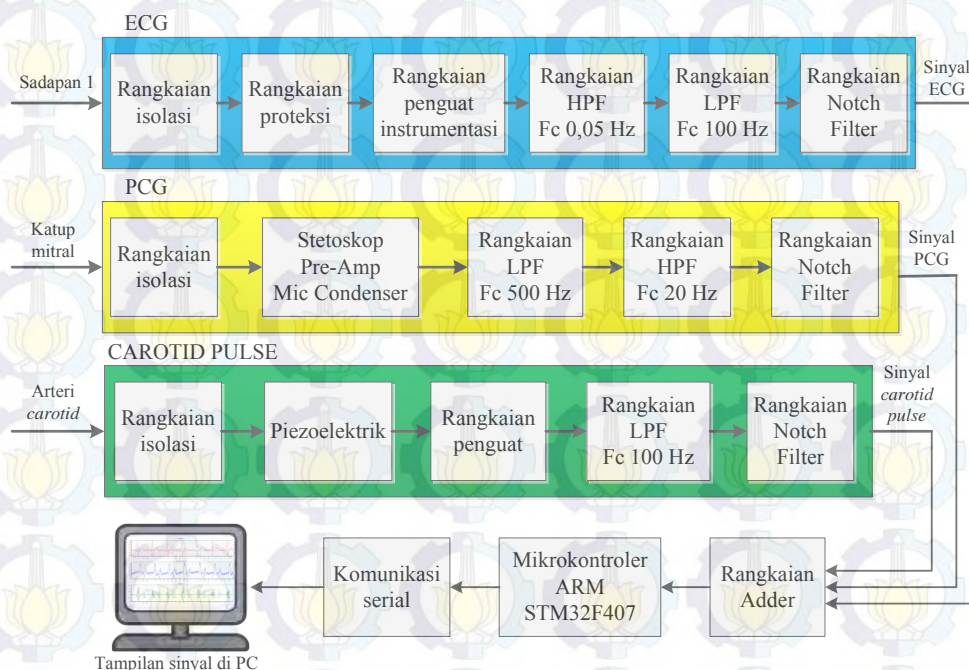
Darah dipompa oleh sisi kiri jantung ke dalam aorta, yang memasok darah ke sirkuit arteri. Resistansi beban dari arteriol dan kapiler menyebabkan kehilangan sebagian besar tekanan dan kembali ke jantung pada tekanan rendah melalui vena. Sisi kanan jantung memompa ke sirkuit paru, yang beroperasi pada tekanan yang lebih rendah. Jantung memompa darah ke kedua sirkuit sebagai pulsa aliran intermiten simultan dari variabel kecepatan dan volume. Tekanan maksimum dicapai selama ejeksi jantung disebut tekanan sistolik dan tekanan minimum terjadi pada akhir relaksasi ventrikel disebut sebagai tekanan diastolik (Stein, 1994).

Pada bab ini menjelaskan sistem instrumentasi multimodal sinyal jantung yang terdiri dari ECG, PCG, dan *carotid pulse* untuk analisis dinamika jantung. Sinyal ECG diperoleh dari elektrode jipit yang dipasang berdasarkan prinsip segitiga Einthoven, sinyal PCG diperoleh dengan pemasangan stetoskop di daerah mitral bagian dada, sedangkan sinyal *carotid pulse* diperoleh dengan pemasangan sensor piezoelektrik di arteri *carotid* pada leher bagian kiri atas. Ketiga sinyal selanjutnya ditampilkan secara *real time* ke komputer melalui komunikasi serial.

2.2 Metode

2.2.1 Perancangan Sistem

Secara garis besar sistem dibagi menjadi tiga buah subsistem, antara lain subsistem perancangan rangkaian ECG, subsistem perancangan rangkaian PCG, dan subsistem perancangan rangkaian *carotid pulse*. Rangkaian PCG dan *carotid pulse* telah dibuat pada penelitian sebelumnya (Suprayitno, 2012), sedangkan instrumentasi ECG dirancang oleh peneliti. Diagram blok rangkaian ECG, PCG, dan *carotid pulse* ditunjukkan oleh Gambar 2.1. Diagram blok pada Gambar 2.1 menunjukkan bahwa suara jantung diperoleh dari sebuah stetoskop dan *mic condenser* beserta amplifiernya, kemudian sinyal dilewatkan ke rangkaian LPF, HPF, dan *notch filter* sehingga diperoleh sinyal PCG. Sinyal *carotid pulse* diperoleh dari perekaman arteri *carotid* yang menggunakan sensor piezoelektrik. Sinyal ECG diperoleh dari perekaman elektrode jepit yang dipasang berdasarkan aturan Segitiga Einthoven Sadapan 1. Ketiga sinyal selanjutnya masuk ke rangkaian *adder* agar dapat diolah ADC internal dari ARM STM32F407. Sinyal ditampilkan ke komputer dengan frekuensi sampling 1 KHz melalui komunikasi serial.



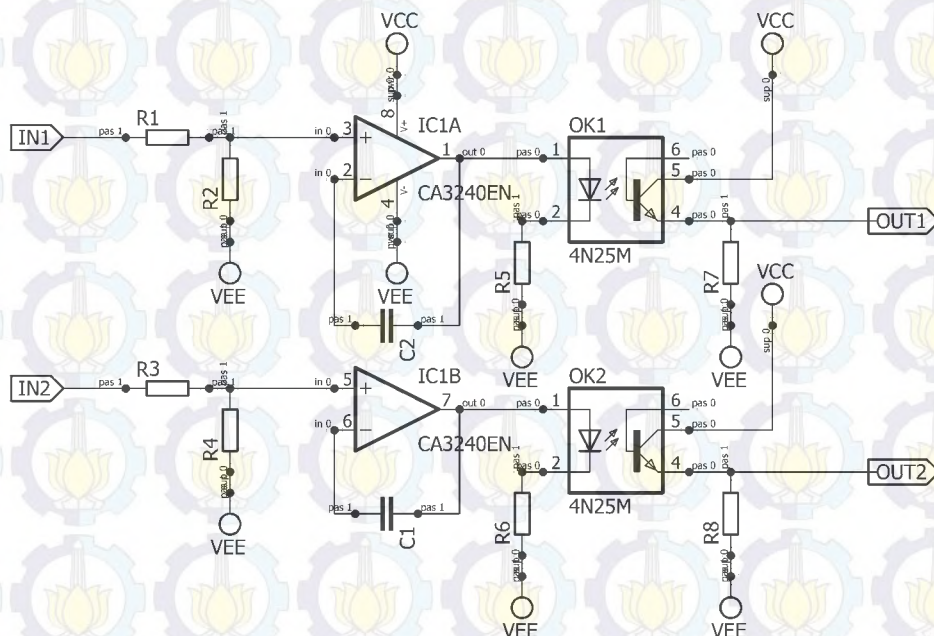
Gambar 2.1. Diagram blok rangkaian ECG, PCG, dan *carotid pulse*.

2.2.2 Perancangan Hardware ECG

Perancangan *hardware* pada ECG terdiri dari beberapa bagian, antara lain rangkaian proteksi, rangkaian penguat instrumentasi, rangkaian *high pass filter* (HPF), rangkaian *low pass filter* (LPF), dan rangkaian *notch filter*. Gambar 2.1 menunjukkan diagram blok rancangan *hardware* ECG. Setiap bagian dari sistem blok akan dijelaskan pada sub bagian berikutnya.

2.2.2.1 Rangkaian Isolasi

Rangkaian isolasi bertujuan agar tubuh dari subyek atau pasien yang akan dilakukan perekaman sinyal ECG tidak berhubungan langsung secara elektrik dengan rangkaian, serta untuk menghindari adanya arus balik dari rangkaian ke tubuh pasien. Komponen inti dari rangkaian ini adalah optocoupler, sehingga tubuh pasien akan berhubungan secara optik dengan rangkaian berikutnya. Cara kerjanya yaitu arus mengalir ke led optocoupler kemudian cahaya tersebut diterima oleh bagian phototransistor dari optocoupler. Skematik dari rangkaian isolasi ditunjukkan oleh Gambar 2.2.



Gambar 2.2. Rangkaian isolasi.

2.2.2.2 Rangkaian Proteksi

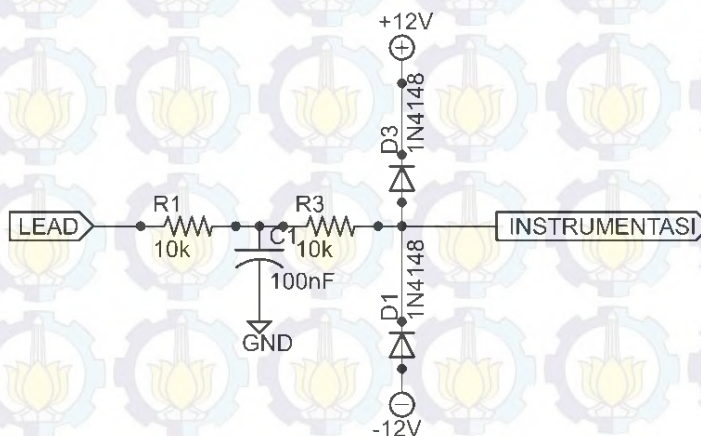
Bagian kedua pada rangkaian ECG adalah rangkaian proteksi dimana skematiknya ditunjukkan pada Gambar 2.3. Rangkaian R_I - C_I berfungsi untuk memotong sinyal frekuensi tinggi dan melewatkan sinyal dengan frekuensi rendah di bawah frekuensi *cut-off*. Rangkaian tersebut merupakan rangkaian *low pass filter* pasif. Filter pasif tersebut memiliki frekuensi *cut-off* kurang lebih 160 Hz. Apabila dirancang menggunakan nilai C_I sebesar 100 nF, maka dapat ditentukan nilai R_I yang akan digunakan dengan menggunakan Persamaan 2.1.

$$f_c = \frac{1}{2\pi R_I C_I}$$

$$160\text{Hz} = \frac{1}{2(22/7)(100\text{nF})R_I}$$

$$R_I \cong 10\text{k}\Omega \quad (2.1)$$

Pada Gambar 2.3 resistor R_3 berfungsi sebagai pembatas arus, sedangkan dioda D_1 dan D_3 berfungsi sebagai pembatas tegangan. Apabila terdapat tegangan masukan antara +12 hingga -12 Volt, maka sinyal akan dilewatkan. Apabila sinyal masukan berada di atas +12 Volt, maka dioda D_3 akan mengalami *forward bias* dan dioda D_1 menjadi *reverse bias* sehingga arus mengalir ke dioda D_3 . Sebaliknya, apabila sinyal masukan berada di bawah -12 Volt, maka dioda D_3 akan mengalami *reverse bias* dan dioda D_1 menjadi *forward bias* sehingga arus mengalir ke dioda D_1 .

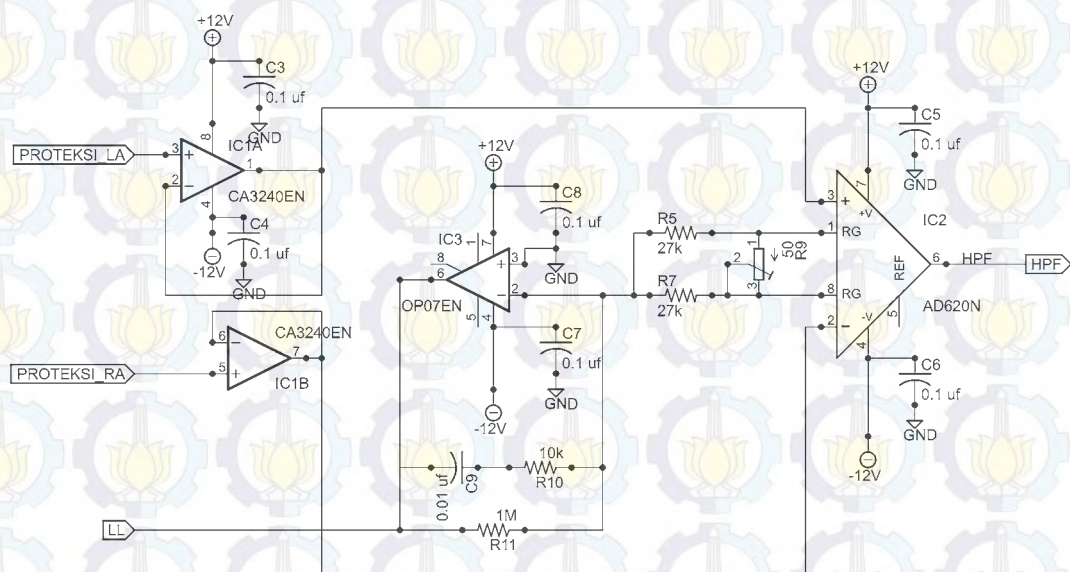


Gambar 2.3. Rangkaian proteksi.

2.1.1.3 Rangkaian Penguat Instrumentasi

Penguat instrumentasi merupakan penguat diferensial yang mempunyai keuntungan sangat tinggi, serta memiliki impedansi masukan tinggi dan keluaran berakhir tunggal. Rangkaian penguat instrumentasi berfungsi untuk menguatkan sinyal ECG dengan penguatan sebesar 1000 kali, sehingga dari sinyal ECG yang mempunyai amplitudo sekitar 1 mV didapatkan sinyal dalam orde Volt. Hal ini dimaksudkan untuk mempermudah pengolahan sinyal lebih lanjut. Rangkaian penguat instrumentasi yang digunakan untuk instrumentasi ECG ditunjukkan pada Gambar 2.4.

Berdasarkan Gambar 2.4, rangkaian penguat instrumentasi terdiri dari tiga buah Op-Amp, yaitu dua Op-Amp yang tersusun atas CA3240 berfungsi sebagai penyangga (*buffer*) dan Op-Amp dengan IC AD620 sebagai penguat diferensial. Op-Amp yang berfungsi sebagai penyangga dimanfaatkan impedansi masukannya yang nilainya sangat besar, tetapi penguatannya hanya satu.



Gambar 2.4. Rangkaian penguat instrumentasi.

Pada Op-Amp sebagai penguat diferensial dirancang penguatan sebesar 1000 kali. Nilai resistor R_9 yang dibutuhkan dapat dihitung dengan menggunakan Persamaan 2.2,

$$1000 = \frac{49.4k\Omega}{R_G} + 1$$

$$R_G = 50\Omega \quad (2.2)$$

dimana R_G adalah *Resistor Gain*, nilai R_9 sama dengan R_G .

Rangkaian penguat instrumentasi dilengkapi dengan rangkaian *driven left leg* menggunakan OP07. Perancangan rangkaian ini berdasarkan pada rekomendasi dari *datasheet* AD620. Rangkaian ini berfungsi sebagai rangkaian isolasi bagi subyek agar tidak ada arus bocor ke tubuh subyek.

2.1.1.4 Rangkaian *High Pass Filter*

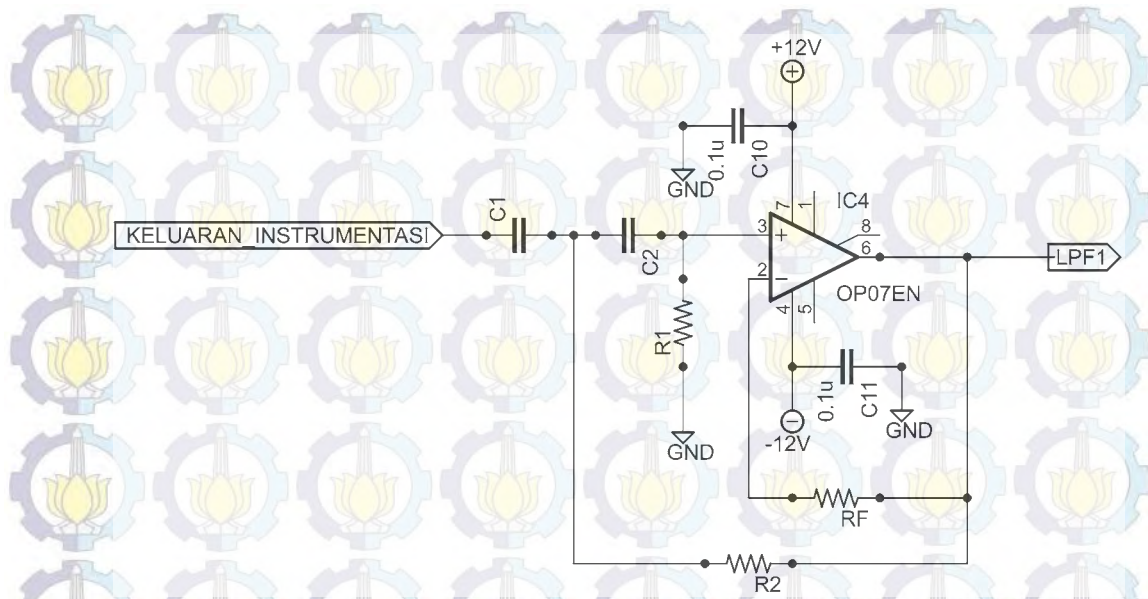
Perancangan rangkaian *high pass filter* pada ECG berfungsi untuk mereduksi sinyal yang berada di bawah frekuensi 0,05 Hz yang berasal dari interferensi sinyal gerakan otot dan sinyal *DC drift*. Rangkaian *high pass filter* yang dirancang menggunakan topologi Sallen-Key seperti pada Gambar 2.5. Berdasarkan skematik rangkaian *high pass filter* pada Gambar 2.5, jika nilai resistor R_1 sebesar 2 M Ω dan nilai resistor R_2 setengah dari R_1 yaitu sebesar 1 M Ω , maka nilai kapasitansi C_1 dan C_2 dapat dihitung dengan Persamaan 2.3.

$$\omega_c = \frac{1}{\sqrt{C_1 C_2 R_1 R_2}}$$

$$f_c = \frac{1}{2\pi \sqrt{C_1 C_2 R_1 R_2}}$$

$$0,05Hz = \frac{1}{2(22/7)\sqrt{C_1 C_2 (2M\Omega)(1M\Omega)}}$$

$$C_1 = 2.2\mu F; C_2 = 2.2\mu F \quad (2.3)$$



Gambar 2.5. Rangkaian *high pass filter* +40dB/dec.

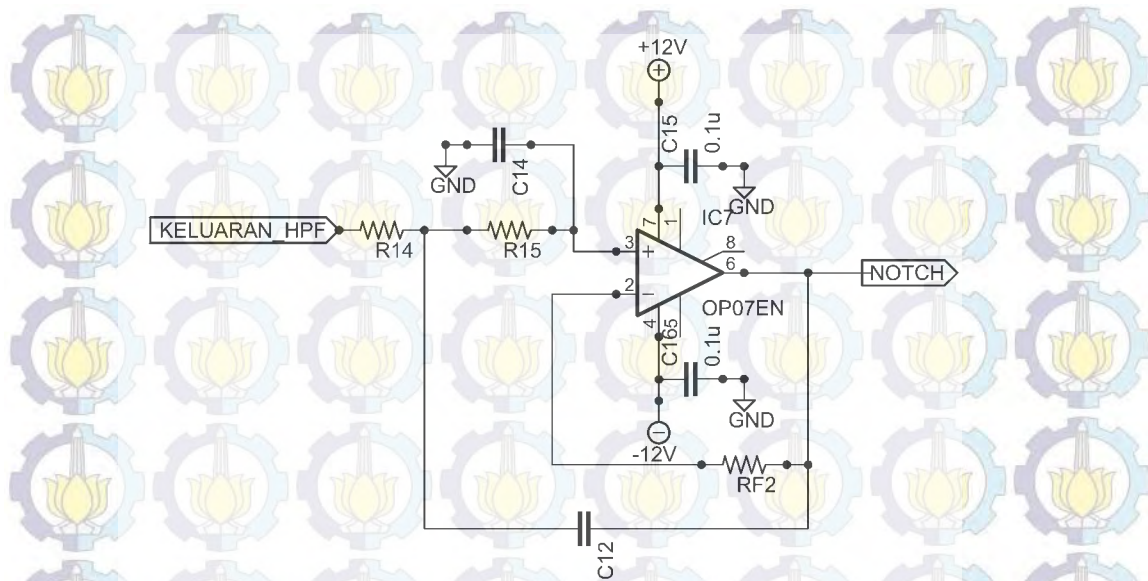
2.1.1.5 Rangkaian *Low Pass Filter*

Rangkaian *low pass filter* pada rancangan hardware ECG berfungsi untuk meredam sinyal yang memiliki frekuensi lebih dari 100 Hz yang berasal dari interferensi gelombang RF (*Radio Frequency*). Rangkaian *low pass filter* yang dirancang menggunakan topologi Sallen-Key ditunjukkan pada Gambar 2.6. Frekuensi *cut-off* dari rangkaian ini ditentukan sebesar 100 Hz karena spektrum frekuensi sinyal ECG maksimal adalah sebesar 100 Hz. Berdasarkan Gambar 2.6, jika nilai kapasitansi C_{14} sebesar 10 nF dan nilai C_{12} adalah dua kali C_{14} yaitu sebesar 20 nF, maka nilai resistansi R_{14} dan R_{15} dapat dihitung dengan menggunakan Persamaan 2.4.

$$f_c = \frac{1}{2\pi\sqrt{C_{12}C_{14}R_{14}R_{15}}}$$

$$100\text{Hz} = \frac{1}{2(22/7)\sqrt{R_{14}R_{15}(10\text{nF})(20\text{nF})}}$$

$$R_{14} = 330\text{k}\Omega; R_{15} = 390\text{k}\Omega \quad (2.4)$$



Gambar 2.6. Rangkaian *low pass filter* -40dB/dec.

2.1.1.6 Rangkaian *Notch Filter*

Rangkaian *notch filter* atau *band stop filter* berfungsi untuk mereduksi sinyal yang berasal dari interferensi jala-jala dengan frekuensi 50 Hz. Rangkaian *notch filter* dirancang menggunakan topologi Sallen-Key ditunjukkan pada Gambar 2.7.

Berdasarkan Gambar 2.7, frekuensi tengah pada rangkaian *notch filter* yang diinginkan adalah 50 Hz dan lebar bandwidth sebesar 10 Hz. Jika diketahui nilai kapasitansi C_{23} sama dengan C_{24} yaitu sebesar 10 nF, maka nilai resistansi R_{24} dan R_{25} dapat dihitung dengan menggunakan Persamaan 2.5,

$$\omega_r = 2\pi f = 2(22/7)(50\text{Hz}) = 314\text{rad/s}$$

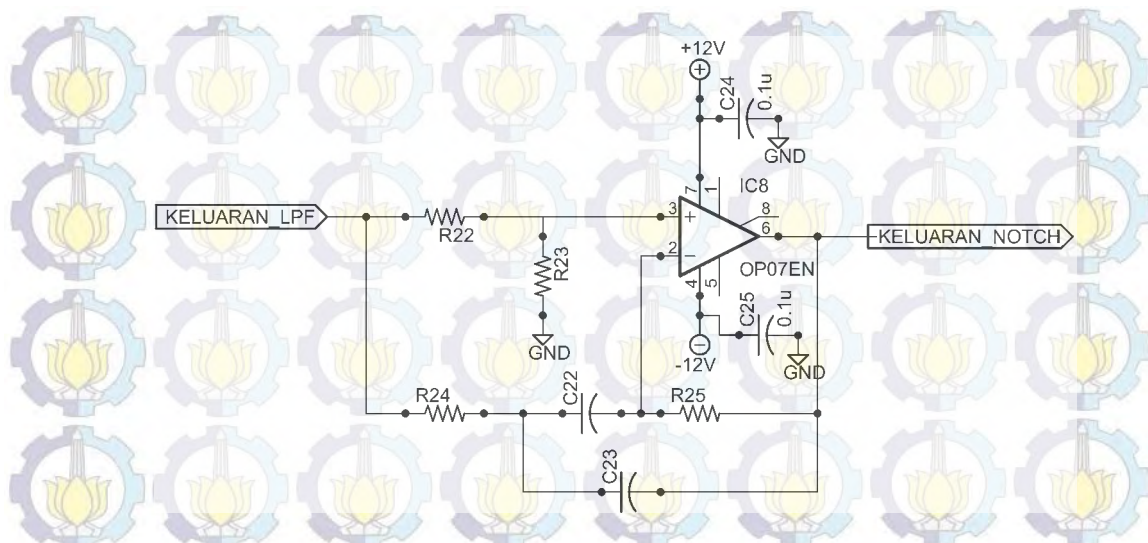
$$\omega_B = 2\pi f = 2(22/7)(10\text{Hz}) = 62,8\text{rad/s}$$

$$Q = \frac{\omega_r}{\omega_B} = \frac{314}{62,8} = 5$$

$$R_{25} = \frac{2}{\omega_B C_{23}} = \frac{2}{(62,8\text{rad/s})(10\text{nF})} = 3,3\text{M}\Omega$$

$$R_{24} = \frac{R_{25}}{4Q^2} = \frac{3,3\text{M}\Omega}{4(5^2)} = 33\text{k}\Omega \quad (2.5)$$

dimana ω_r adalah frekuensi tengah, ω_B adalah frekuensi *bandwidth*, dan Q adalah *quality factor*.



Gambar 2.7. Rangkaian *notch filter* -40dB/dec.

2.2.3 Perancangan Perangkat Antarmuka

2.2.3.1 Perancangan Rangkaian Adder

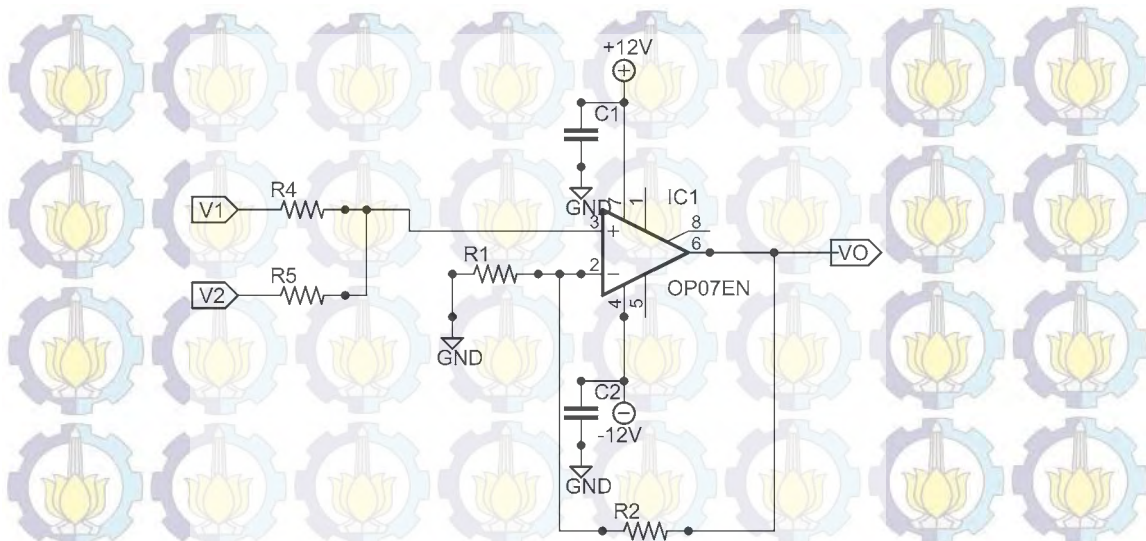
Sinyal ECG, *carotid pulse*, dan PCG yang diperoleh dari rangkaian instrumentasi, selanjutnya ketiga sinyal tersebut diubah dari tegangan analog menjadi data digital menggunakan ADC. Hasil tegangan analog ketiga sinyal tersebut memiliki rentang nilai tegangan negatif sehingga diperlukan rangkaian *adder* atau rangkaian penjumlah. Rangkaian ini berfungsi untuk menaikkan tegangan sinyal ECG, *carotid pulse*, dan PCG yang semula berada pada rentang tegangan positif-negatif menjadi rentang tegangan positif sehingga sinyal dapat terbaca oleh ADC. Rangkaian *adder* diletakkan sebelum masuk ADC mikrokontroler. Skematik rangkaian adder ditunjukkan pada Gambar 2.8.

Berdasarkan Gambar 2.8, untuk mencari tegangan keluaran dari rangkaian ini, maka digunakan teknik superposisi untuk mencari tegangan masukan pada Op-Amp. Besarnya tegangan masukan pada Op-Amp dapat dihitung dengan Persamaan 2.6,

$$V_i = \left(\frac{R_4}{R_4 + R_5} \right) V_1 + \left(\frac{R_5}{R_4 + R_5} \right) V_2 \quad (2.6)$$

sehingga tegangan keluarannya dihitung dengan Persamaan 2.7.

$$V_o = \left(\frac{R_2}{R_1} + 1 \right) \left(\frac{R_4}{R_4 + R_5} V_1 + \frac{R_5}{R_4 + R_5} V_2 \right) \quad (2.7)$$



Gambar 2.8. Rangkaian penjumlah tak membalik.

Pada rangkaian penjumlah tak membalik, V_1 adalah tegangan keluaran dari rangkaian *notch filter* dan V_2 adalah tegangan *offset* dengan nilai 1 Volt. Jika nilai R_1 , R_2 , R_4 , dan R_5 adalah 10 k Ω , maka Persamaan 2.7 dapat disederhanakan menjadi Persamaan 2.8.

$$V_0 = V_1 + V_2$$

$$V_0 = V_1 + 1\text{Volt} \quad (2.8)$$

2.2.3.2 Perancangan Program Interface

Sinyal ECG, *carotid pulse*, dan PCG diubah menjadi data digital menggunakan ADC *internal* mikrokontroler ARM STM32F4. Platform program yang digunakan adalah Keil μ Vision4. Pada pemrograman akuisisi data terdapat beberapa fitur yang harus diatur, antara lain ADC, USART, dan Timer. Resolusi ADC yang digunakan sebesar 8 bit dengan tegangan referensi ADC sama dengan tegangan suplai mikrokontroler, yaitu 3,3 Volt. Resolusi ADC per bit dapat dihitung dengan Persamaan 2.9,

$$\text{Resolusi} = \frac{V_{ref}}{2^8 - 1} = \frac{3300\text{mV}}{255} = 12,941\text{mV/bit} \quad (2.9)$$

Pada USART diperlukan pin GPIO (*General Purpose Input Output*) yang difungsikan sebagai GPIO_Mode_AF untuk USART. Nilai *baudrate* ditentukan

sebesar 115200 bps dan transfer data 8N1, yaitu *wordlength* 8 bit, *no parity*, 1 *stop* bit. Pada *timer* terdapat dua konfigurasi penting yang harus diatur, yaitu *timer prescaler* dan *timer period*. *Timer prescaler* berfungsi untuk membagi *clock*. *Timer prescaler* dapat dihitung dengan menggunakan Persamaan 2.10,

$$Frequency\ max = Clock\ Timer\ 2 / (Timer\ Prescaler + 1) \quad (2.10)$$

dimana *Frequency max* sebesar 1 MHz dan *Clock Timer 2* sebesar 60 MHz.

Konfigurasi kedua pada *timer* yaitu penentuan *timer period* yang berfungsi untuk mengatur frekuensi sampling yang diinginkan. Pada penelitian ini digunakan frekuensi sampling sebesar 1 kHz. *Timer period* dapat dihitung menggunakan Persamaan 2.11,

$$Frequency = Frequency\ max / (Timer\ Period + 1) \quad (2.11)$$

dimana *Frequency* diatur sebesar 1 kHz sesuai dengan frekuensi sampling yang diinginkan.

2.2.4 Prosedur Pengambilan Data

Pengambilan data dilakukan untuk mengumpulkan hasil sinyal subyek untuk analisis berikutnya. Pengambilan data sinyal ECG, *carotid pulse*, dan PCG dilakukan secara bersamaan. Setiap pengambilan data akan dijelaskan pada sub bagian berikutnya.

2.2.4.1 Pengambilan Data Sinyal ECG

Pengukuran potensial biolistrik memerlukan minimal dua buah elektroda yang besarnya merupakan perbedaan potensial antara kedua elektroda tersebut. Elektroda ini memiliki dua buah kutub, yaitu kutub positif dan kutub negatif yang disebut juga dengan sadapan bipolar.

Sinyal yang dihasilkan dari perekaman sinyal ECG merupakan beda potensial yang terjadi antara kedua tempat perekaman elektroda. Setiap elektroda pada sadapan bipolar dianggap berjarak hampir sama (*equidistant*) dengan jantung yang terletak di tengah. Garis imajiner yang menghubungkan elektroda (+) dan elektroda (-) menjadi aksis sadapan tersebut yang disebut dengan *electrical axis*. Garis imajiner kedua elektroda ditunjukkan oleh Gambar 2.9.

Pada prosedur pengambilan data untuk sinyal ECG digunakan metode segitiga *Einthoven* dengan ketiga sadapan bipolar, yaitu *lead I*, *lead II* dan *lead III*. Metode ini menggambarkan kedua lengan dan kaki kiri membentuk segitiga yang mengelilingi jantung ditunjukkan pada Gambar 2.10. Hukum *Einthoven* menyatakan bahwa jika potensial listrik dari setiap dua dari tiga elektroda ekstrimitas bipolar diketahui, maka elektroda ketiga merupakan jumlah dari keduanya. Sinyal ECG direkam dengan bantuan elektroda yang terpasang pada tiga titik tubuh, yaitu *Right Arm (RA)*, *Left Arm (LA)*, dan *Left Leg (LL)* sesuai dengan aturan segitiga *Einthoven*.

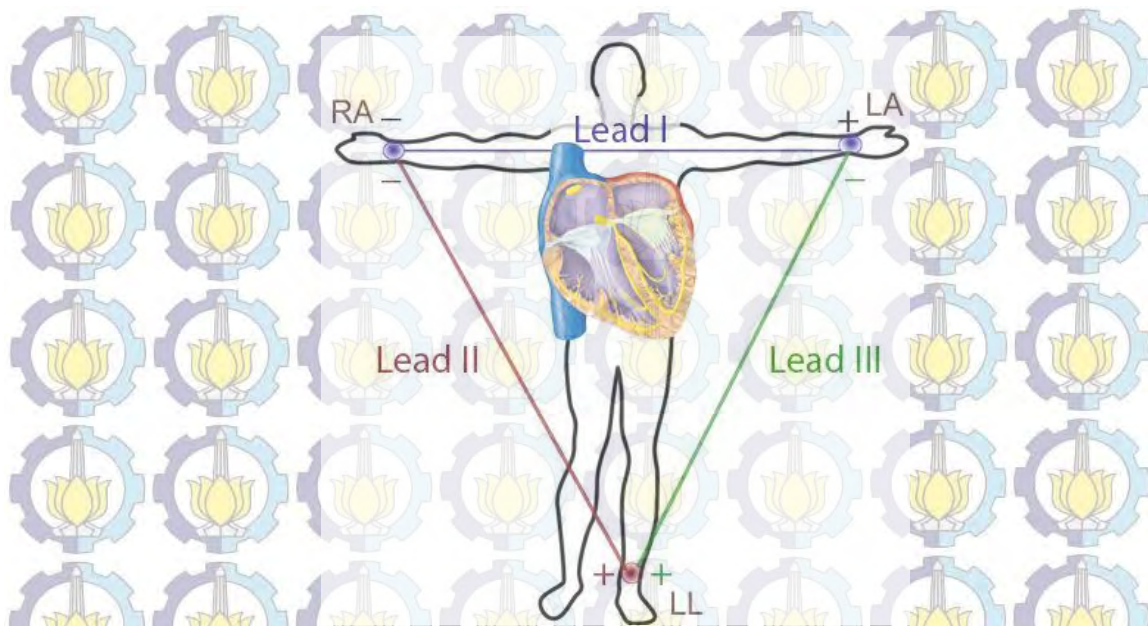
Perekaman sinyal ECG dilakukan secara simultan dengan sinyal *carotid pulse* dan PCG. Ketiga sadapan bipolar pada segitiga *Einthoven* akan dijelaskan sebagai berikut :

- a) Sadapan I merekam beda potensial antara lengan kanan (RA) sebagai elektroda negatif dan lengan kiri (LA) sebagai elektroda positif.
- b) Sadapan II merekam beda potensial antara lengan kanan (RA) sebagai elektroda negatif dan kaki kiri (LL) sebagai elektroda positif.
- c) Sadapan III merekam beda potensial antara lengan kiri (LA) sebagai elektroda negatif dan kaki kiri (LL) sebagai elektroda positif.

Arah aksis berjalan dari elektroda negatif menuju elektroda positif. Elektroda lengan kanan (RA) berfungsi sebagai elektroda negatif, elektroda kaki kiri (LL) berfungsi sebagai elektroda positif, sedangkan elektroda lengan kiri (LA) berfungsi sebagai elektroda positif pada pemasangan sadapan I dan sebaliknya berfungsi sebagai elektroda negatif pada pemasangan sadapan III.



Gambar 2.9. Garis imajiner antara kedua elektroda.



Gambar 2.10. Perekaman dengan segitiga Einthoven.

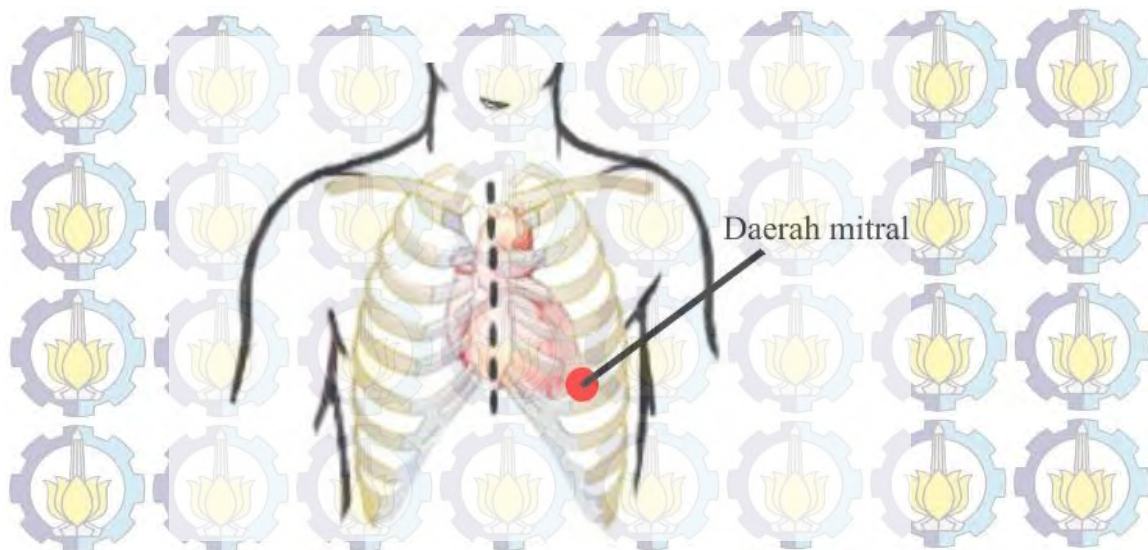
Hasil sinyal ECG pada setiap sadapan berbeda-beda pada subyek yang sama. Morfologi gelombang P pada sadapan I dan sadapan II akan selalu positif serta hasilnya lebih jelas daripada sadapan lainnya. Pada penelitian ini digunakan penempatan elektroda Einthoven sesuai dengan kaidah sadapan I.

2.2.4.2 Pengambilan Data Sinyal PCG

Perekaman suara jantung menggunakan teknik auskultasi dengan *hardware* PCG yang telah dibuat pada penelitian sebelumnya. Suara jantung dapat didengar dari katup jantung karena berkaitan dengan membuka dan menutupnya katup yang ada pada jantung, sehingga menimbulkan vibrasi yang bersamaan dengan vibrasi darah yang ada di sekitarnya.

Pada Gambar 2.11 merupakan posisi perekaman sinyal PCG di permukaan dada. Berdasarkan Gambar 2.11 dapat dilihat bahwa jantung menempati ruang mediastinum di antara kedua paru-paru belakang tulang *sternum* (tulang dada).

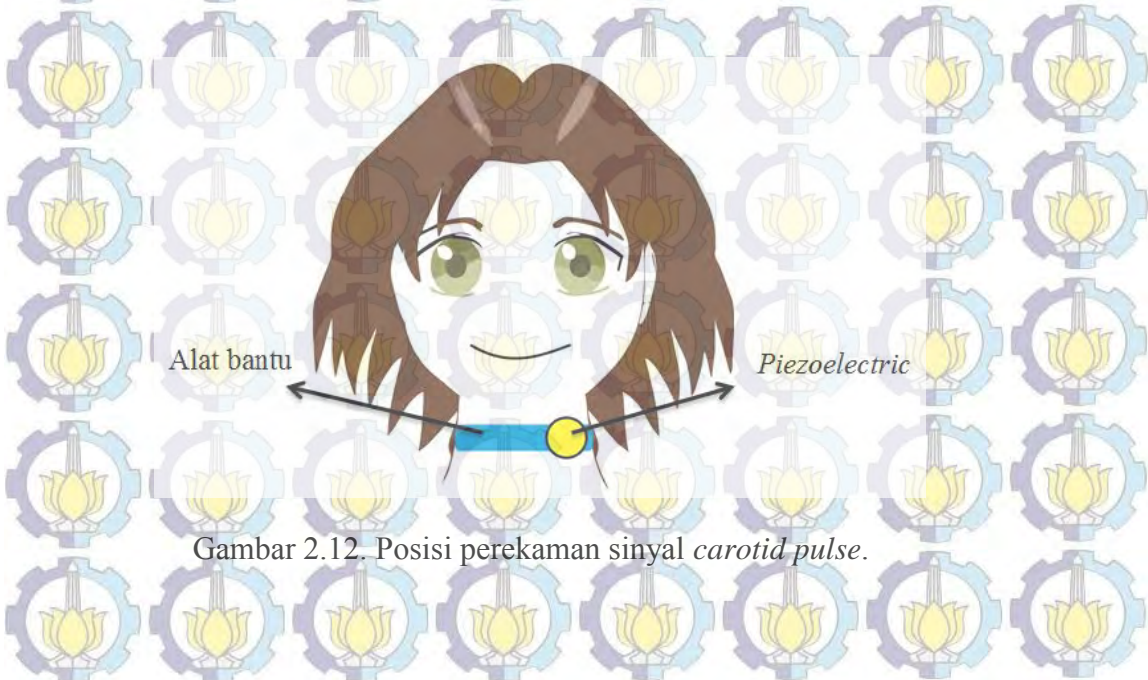
Oleh karena itu, pada paru-paru sebelah kiri terdapat sedikit rongga yang digunakan untuk posisi jantung. Posisi perekaman sinyal PCG dilakukan pada daerah mitral. Daerah mitral terletak di *intercostal V*. Perekaman sinyal PCG dilakukan secara simultan dengan sinyal *carotid pulse* dan ECG.



Gambar 2.11. Posisi perekaman sinyal PCG.

2.2.4.3 Pengambilan Data Sinyal *Carotid Pulse*

Pada penelitian ini perekaman sinyal *carotid pulse* dilakukan di daerah leher atas sebelah kiri pada pembuluh darah *carotid artery* dengan bantuan sensor *piezoelectric*. Pada Gambar 2.12 menunjukkan posisi perekaman sinyal *carotid pulse*. Pengukuran dilakukan secara non-invasif sehingga tidak melukai tubuh. Perekaman sinyal *carotid pulse* dilakukan secara simultan dengan sinyal PCG dan sinyal ECG.



Gambar 2.12. Posisi perekaman sinyal *carotid pulse*.

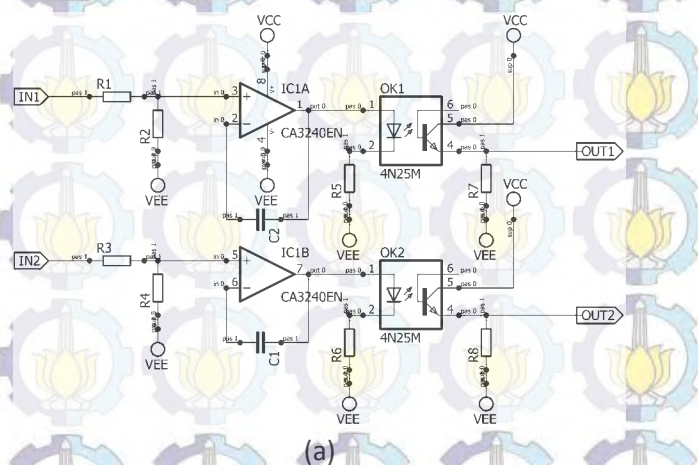
2.3 Hasil dan Pembahasan

2.3.1 Hasil Pengujian Hardware ECG

Pada hasil rangkaian ECG dibagi menjadi beberapa pengujian, antara lain pengujian rangkaian isolasi, pengujian rangkaian penguat instrumentasi dan CMRR, pengujian rangkaian *high pass filter*, pengujian rangkaian *low pass filter*, dan pengujian rangkaian *notch filter*. Hasil pengujian setiap bagian akan dijelaskan di sub bagian berikutnya.

2.3.1.1 Hasil Pengujian Rangkaian Isolasi

Pengujian rangkaian isolasi dilakukan dengan dua cara, seperti yang terlihat dalam Gambar 2.13. Cara pertama memberikan masukan sinyal sinus sebesar 10 mV dengan frekuensi sebesar 100 Hz pada rangkaian dan melihat respon pada sisi keluaran. Cara kedua menempatkan sinyal sinus tersebut di sisi keluaran, dengan tegangan 1.7 V dengan frekuensi 100 Hz, dan melihat respon di sisi masukan.



(a)



(b)



(c)

Gambar 2.13. Cara pengujian rangkaian isolasi : (a) skematik pengujian rangkaian isolasi, (b) pengujian cara pertama, dan (c) pengujian cara

Hasil pengujian ini menunjukkan bahwa dalam cara pertama, yaitu pengenalan sinyal sinus di sisi masukan sebesar 10 mV dengan frekuensi 100 Hz, menghasilkan respon sinyal sinus di sisi keluaran sebesar 6 mV dengan frekuensi 100 Hz. Pada cara kedua, yaitu pengenalan sinyal sinus di sisi keluaran sebesar 1.7 V dengan frekuensi 100 Hz, menghasilkan respon sinyal noise di sisi masukan sebesar 40 mV. Data uji tersebut menunjukkan rangkaian isolasi tersebut dapat bekerja.

2.3.1.2 Hasil Pengujian Rangkaian Penguat Instrumentasi dan CMRR

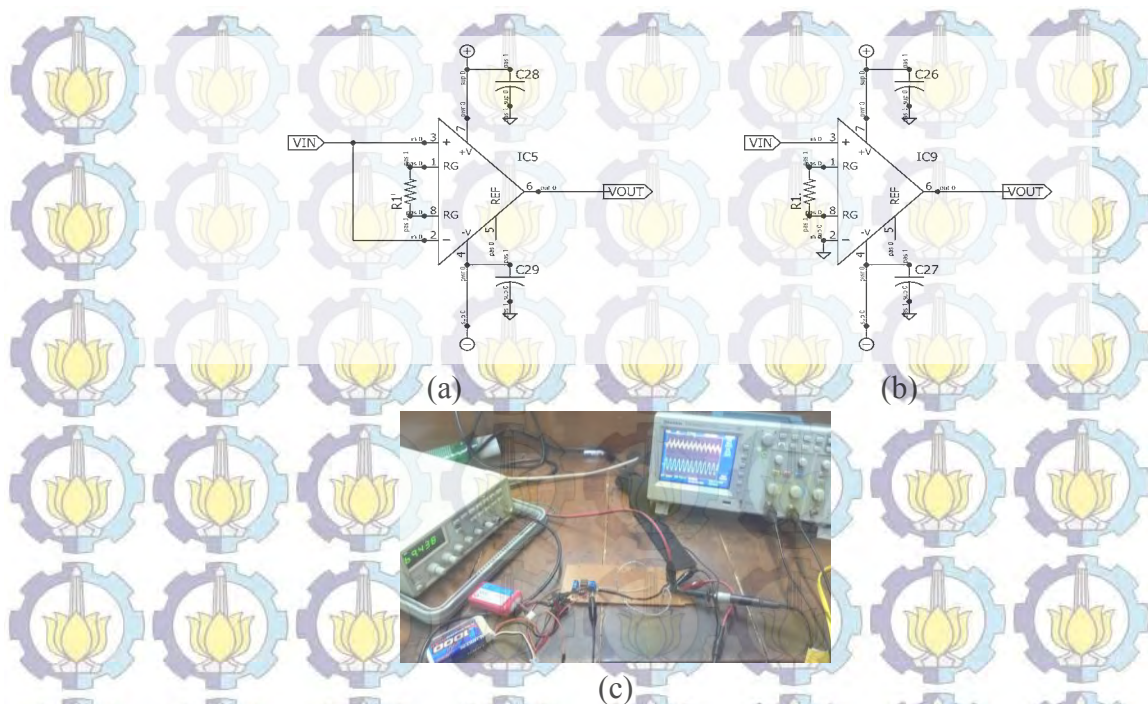
Uji rangkaian penguat instrumentasi ECG dilakukan dengan memberikan masukan sinyal sinus 1 mV dengan frekuensi 10 Hz pada rangkaian penguat instrumentasi. Nilai *resistor gain* (R_G) diatur sebesar 50 Ω . Berdasarkan pengujian dan perhitungan terdapat perbedaan besarnya penguatan:

$$A_v = \frac{V_o}{V_i} = \frac{977 \text{ mV}}{1 \text{ mV}} = 977 \quad (\text{berdasarkan pengujian})$$

$$A_v = \frac{49.4 \text{ k}\Omega}{50 \Omega} + 1 = 989 \quad (\text{berdasarkan teori})$$

Tabel 2.1. Pengujian CMRR AD620.

No.	Frekuensi	V _{in}	V _{out} _{common}	V _{out} _{diferensial}	A _{common}	A _{differential}	CMRR
1	0.006 kHz	10 mV	200 mV	3.6 V	20.0	360.0 mV	25.1
2	0.010 kHz	10 mV	200 mV	3.6 V	20.0	360.0 mV	25.1
3	0.050 kHz	10 mV	200 mV	3.6 V	20.0	360.0 mV	25.1
4	0.100 kHz	10 mV	200 mV	3.6 V	20.0	360.0 mV	25.1
5	0.250 kHz	10 mV	200 mV	3.6 V	20.0	360.0 mV	25.1
6	0.500 kHz	10 mV	200 mV	3.6 V	20.0	360.0 mV	25.1
7	1.000 kHz	10 mV	200 mV	3.4 V	20.0	340.0 mV	24.6
8	1.500 kHz	10 mV	200 mV	3.4 V	20.0	340.0 mV	24.6
9	3.000 kHz	10 mV	200 mV	3.4 V	20.0	340.0 mV	24.6
10	6.000 kHz	10 mV	600 mV	3.2 V	60.0	320.0 mV	14.5
11	10.000 kHz	10 mV	600 mV	3.0 V	60.0	300.0 mV	14.0
12	15.000 kHz	10 mV	600 mV	2.4 V	60.0	240.0 mV	12.0
13	20.000 kHz	10 mV	600 mV	2.2 V	60.0	220.0 mV	11.3
14	40.000 kHz	10 mV	600 mV	1.6 V	60.0	160.0 mV	8.5
15	80.000 kHz	10 mV	600 mV	0.8 V	60.0	84.0 mV	2.9

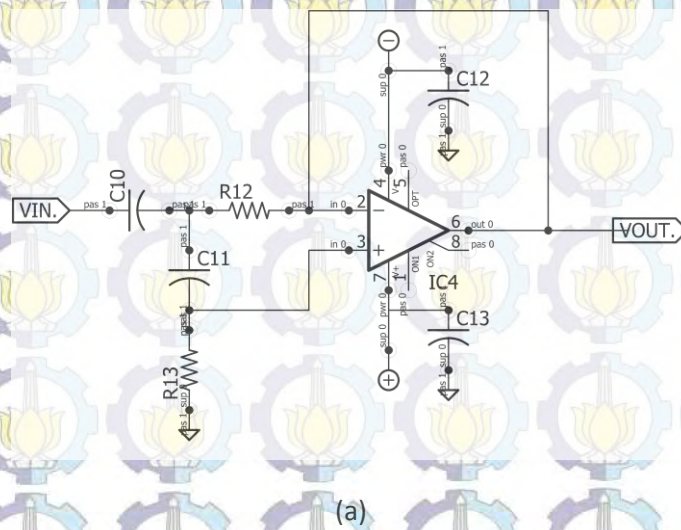


Gambar 2.14 Cara pengujian rangkaian penguat instrumentasi : (a) skematik pengujian *Common mode*, (b) skematik pengujian *Differential mode*, dan (c) kegiatan uji CMRR.

Pengujian selanjutnya adalah untuk mengetahui besarnya CMRR dari operational amplifier AD620. Cara pengujian CMRR adalah dengan mengukur rangkaian penguat instrumentasi secara mode diferensial dan mode common mode. Pada mode diferensial diukur dengan menghubungkan masukan *non-inverting* (+) rangkaian dengan sinyal sinus dari *function generator*, sedangkan masukan *inverting* (-) dihubungkan ke *ground*. Pada mode common mode diukur dengan menghubungkan kedua masukan (+) dan (-) menjadi satu, kemudian diberikan sinyal sinus dengan frekuensi, amplitudo, dan fase yang sama. Cara pengujian CMRR ditunjukkan pada Gambar 2.14, sedangkan hasil pengujiannya dapat dilihat pada Tabel 2.1. Berdasarkan hasil pengujian CMRR dapat dilihat bahwa penguatan diferensial mengalami penurunan pada saat frekuensi sinyal masukan naik. Hal ini disebabkan karena faktor Gain Bandwidth Product pada op-amp. Semakin tinggi frekuensi masukan yang dikenakan pada masukan AD620, maka frekuensi tersebut akan ditapis. Dengan demikian, AD620 sesuai untuk aplikasi pada rangkaian penguat instrumentasi karena kemampuannya dalam hal mereduksi *noise* frekuensi tinggi.

2.3.1.3 Hasil Pengujian Rangkaian *High Pass Filter*

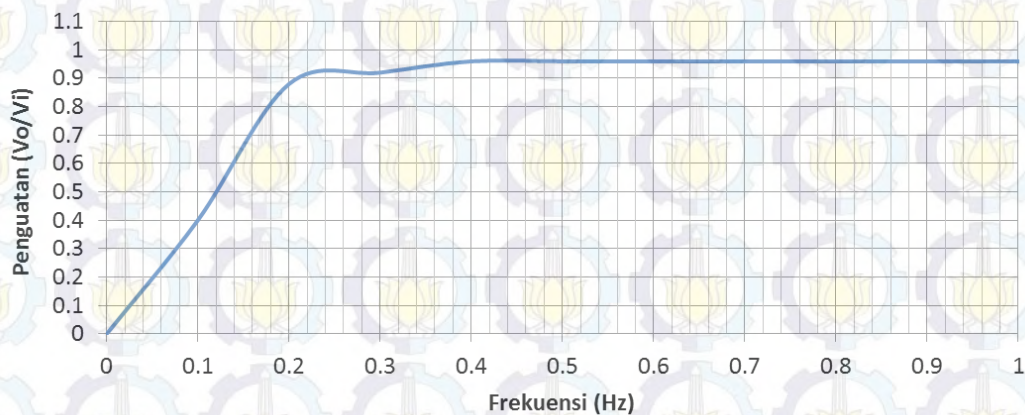
Pengujian dilakukan dengan menghubungkan *function generator* pada masukan rangkaian *high pass filter*, sedangkan keluaran dari rangkaian dihubungkan pada osciloskop. Tegangan *peak-to-peak* (V_{in}) dari *function generator* diatur sebesar 1 V yang ditunjukkan dalam Gambar 2.15. Pengujian ini bertujuan untuk melihat respon frekuensi dari *high pass filter*. Pada Tabel 2.2 menunjukkan hasil pengujian dari rangkaian *high pass filter*, sedangkan pada Gambar 2.16 menunjukkan hasil respon frekuensi dari rangkaian *high pass filter*.



Gambar 2.15. Cara pengujian rangkaian *high pass filter* (a) skematik pengujian *high pass filter* dan (b) kegiatan pengujian *high pass*

Tabel 2.2. Pengujian rangkaian *high pass filter*.

No.	Frekuensi (Hz)	V_{out} (V)	Penguatan (V_{out}/V_{in})
1	0.1	0.4	0.4
2	0.2	0.88	0.88
3	0.3	0.92	0.92
4	0.4	0.96	0.96
5	0.5	0.96	0.96
6	0.6	0.96	0.96
7	0.7	0.96	0.96
8	0.8	0.96	0.96
9	0.9	0.96	0.96
10	1	0.96	0.96
11	2	0.96	0.96
12	3	0.96	0.96
13	4	0.96	0.96
14	5	0.96	0.96
15	6	0.96	0.96
16	7	0.96	0.96
17	8	0.96	0.96
18	9	0.96	0.96
19	10	0.96	0.96



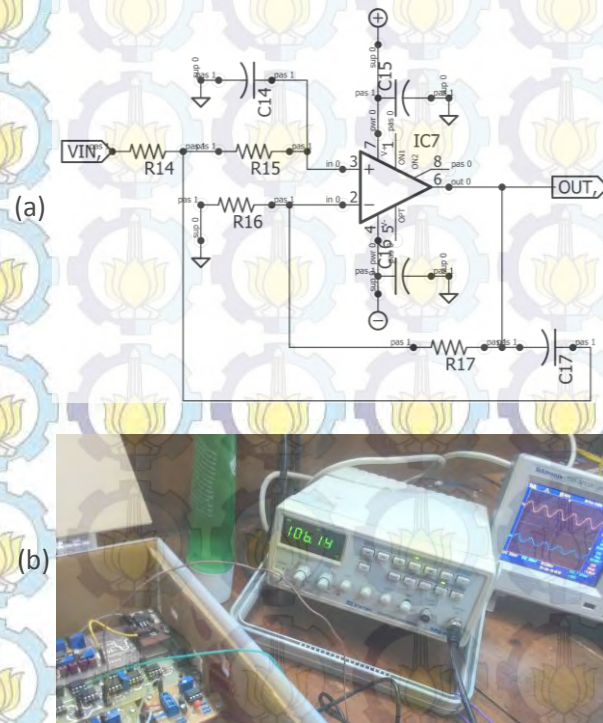
Gambar 2.16. Respon frekuensi dari rangkaian *high pass filter*.

Filter dirancang mempunyai frekuensi *cut-off* 0.05 Hz, maka secara teori pada saat frekuensi masukan sama dengan frekuensi *cut-off* tersebut diharapkan penguatannya sebesar 0.707. Berdasarkan pengujian yang dilakukan, maka diperoleh frekuensi pada saat penguatan 0.707 adalah 0.16 Hz sehingga kesalahan

frekuensi *cut-off* diperoleh sebesar 0.11 Hz dari frekuensi *cut-off* awal yang diharapkan. Penguatan maksimum pada daerah *passband* adalah sebesar 0,96 kali. Jika dibandingkan antara pengujian dan teori maka frekuensi *cut-off* dari filter belum tepat. Namun, pada kebutuhan sistem instrumentasi ECG respon frekuensi untuk *high pass filter* ini sudah cukup karena filter ini berfungsi mengurangi sinyal DC frekuensi rendah.

2.3.1.4 Hasil Pengujian Rangkaian *Low Pass Filter*

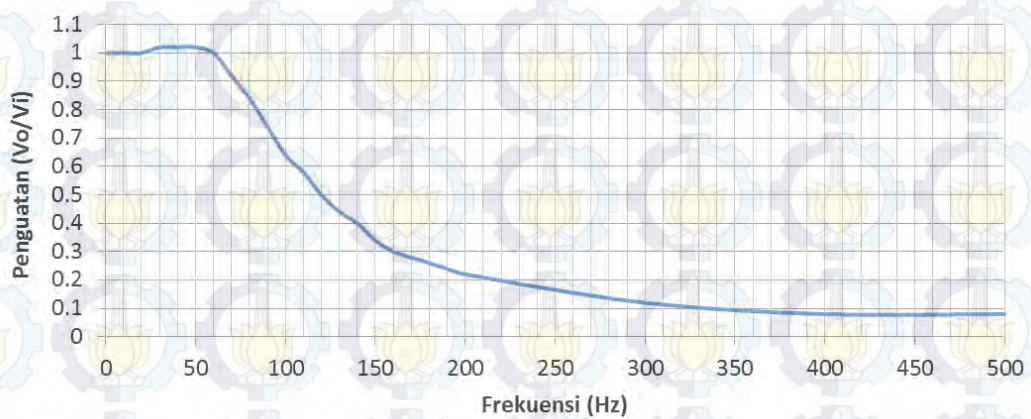
Pengujian ini dilakukan dengan menghubungkan *function generator* pada masukan rangkaian *low pass filter*, sedangkan keluaran dari rangkaian dihubungkan pada osciloskop seperti yang ditunjukkan dalam Gambar 2.17. Tegangan *peak-to-peak* (V_{in}) dari *function generator* diatur sebesar 1 V. Pengujian ini bertujuan untuk melihat respon frekuensi dari *low pass filter*. Pada Tabel 2.3 menunjukkan hasil pengujian dari rangkaian *low pass filter*, sedangkan pada Gambar 2.18 menunjukkan hasil respon frekuensi dari rangkaian *low pass filter*.



Gambar 2.17. Cara Pengujian Rangkaian *Low Pass Filter*, (a) Skematik pengujian *Low Pass Filter* dan (b) kegiatan pengujian *Low Pass*

Tabel 2.3 Pengujian rangkaian *low pass filter*.

No.	Frekuensi (Hz)	V_{out} (V)	Penguatan (V_{out}/V_{in})
1	1	1	1
2	10	1	1
3	20	1	1
4	30	1.02	1.02
5	40	1.02	1.02
6	50	1.02	1.02
7	60	1	1
8	70	0.92	0.92
9	80	0.84	0.84
10	90	0.74	0.74
11	100	0.64	0.64
12	110	0.58	0.58
13	120	0.5	0.5
14	130	0.44	0.44
15	140	0.4	0.4
16	150	0.34	0.34
17	160	0.3	0.3
18	170	0.28	0.28
19	180	0.26	0.26
20	190	0.24	0.24
21	200	0.22	0.22
22	300	0.12	0.12
23	400	0.08	0.08
24	500	0.08	0.08

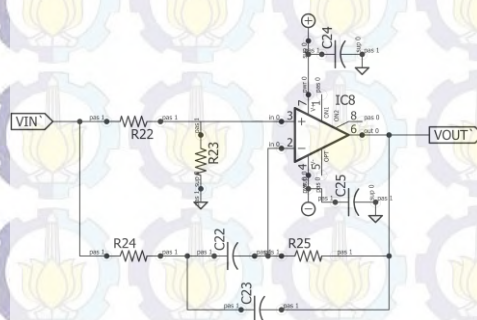


Gambar 2.18. Respon frekuensi dari rangkaian *low pass filter*.

Filter dirancang mempunyai frekuensi *cut-off* 100 Hz, maka secara teori pada saat frekuensi masukan sama dengan frekuensi *cut-off* tersebut diharapkan penguatannya sebesar 0.707. Berdasarkan pengujian yang dilakukan, maka diperoleh frekuensi pada saat penguatan 0.707 adalah 95 Hz sehingga kesalahan frekuensi *cut-off* diperoleh sebesar 5 Hz dari frekuensi *cut-off* awal yang diharapkan. Penguatan maksimum pada daerah *passband* adalah sebesar 1,02 kali. Jika dibandingkan antara pengujian dan teori maka frekuensi *cut-off* dari filter belum tepat. Namun, pada kebutuhan sistem instrumentasi ECG respon frekuensi untuk *low pass filter* ini sudah cukup karena filter ini telah dapat mereduksi sinyal dengan frekuensi tinggi di atas 100 Hz.

2.3.1.4 Hasil Pengujian Rangkaian *Notch Filter*

Pengujian ini dilakukan dengan menghubungkan *function generator* pada masukan rangkaian *notch filter*, sedangkan keluaran dari rangkaian dihubungkan pada osciloskop. Pengujian ini dapat dilihat dalam Gambar 2.19. Tegangan *peak-to-peak* (V_{in}) dari *function generator* diatur sebesar 1 V. Pengujian ini bertujuan untuk melihat respon frekuensi dari *notch filter*. Pada Tabel 2.4 menunjukkan hasil pengujian dari rangkaian *notch filter*, sedangkan Gambar 2.20 menunjukkan hasil respon frekuensi dari rangkaian *notch filter*.



(a)

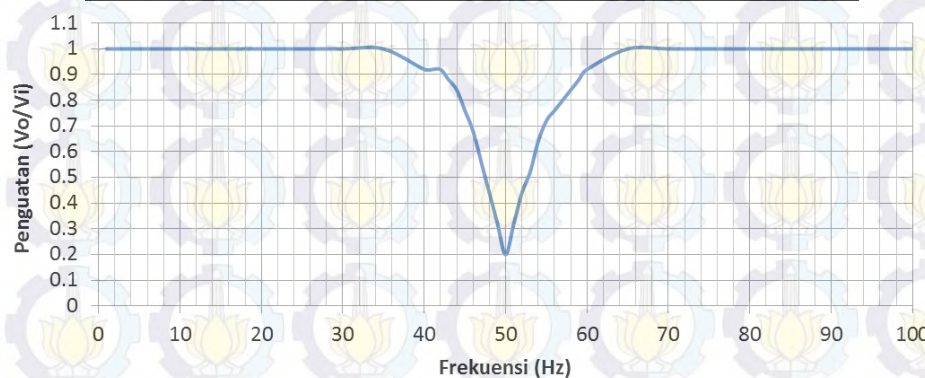


(b)

Gambar 2.19. Cara Pengujian Rangkaian *Notch Filter*, (a) skematik pengujian rangkaian *Notch Filter* dan (b) kegiatan pengujian rangkaian *Notch Filter*.

Tabel 2.4 Pengujian rangkaian *notch filter*.

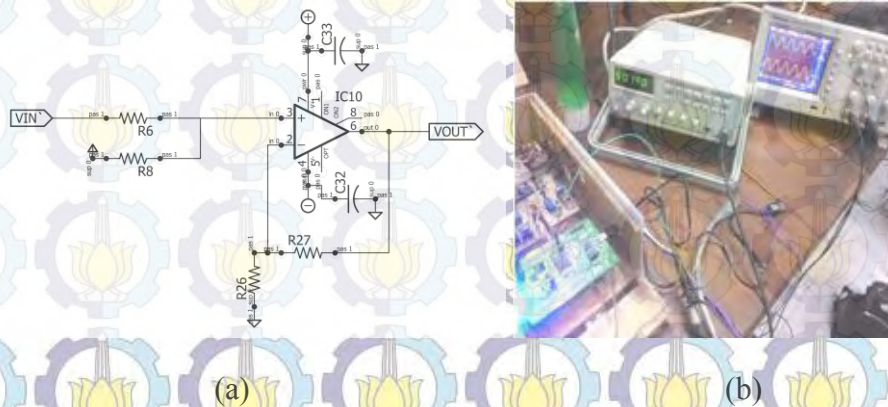
No.	Frekuensi (Hz)	Tegangan keluaran (V)	
1	1	1	1
2	10	1	1
3	35	1	1
4	40	0.92	0.92
5	41	0.92	0.92
6	42	0.92	0.92
7	43	0.88	0.88
8	44	0.84	0.84
9	45	0.76	0.76
10	46	0.68	0.68
11	47	0.56	0.56
12	48	0.44	0.44
13	49	0.32	0.32
14	50	0.2	0.2
15	51	0.32	0.32
16	52	0.44	0.44
17	53	0.52	0.52
18	54	0.64	0.64
19	55	0.72	0.72
20	56	0.76	0.76
21	57	0.8	0.8
22	58	0.84	0.84
23	59	0.88	0.88
24	60	0.92	0.92
25	65	1	1
26	90	1	1
27	100	1	1



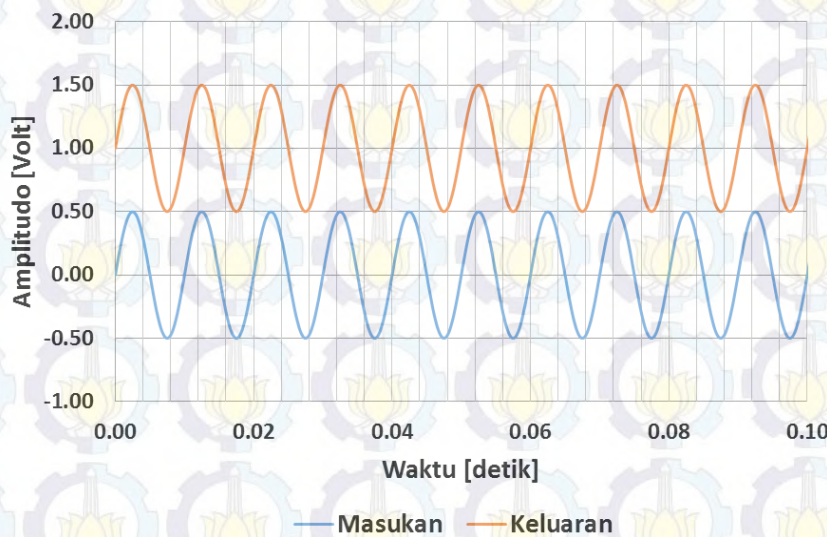
Gambar 2.20. Respon frekuensi dari rangkaian *notch filter*.

2.3.2 Hasil Pengujian Perangkat Antarmuka

Cara pengujian rangkaian penjumlah dilakukan seperti pada Gambar 2.21. Sinyal sinusoidal dengan frekuensi 100 Hz dan tegangan *peak-to-peak* 1 V dari *function generator* diberikan sebagai masukan rangkaian. Tegangan offset pada rangkaian penjumlah diatur sebesar 1 V. Hasil pengujian ditunjukkan pada Gambar 2.22.



Gambar 2.21. Cara pengujian rangkaian penjumlah, (a) skematik pengujian rangkaian penjumlah dan (b) kegiatan pengujian rangkaian



Gambar 2.22. Hasil pengujian rangkaian penjumlah pada osiloskop.

Berdasarkan Gambar 2.22 dapat dilihat bahwa sinyal sinusoidal bergeser ke atas dengan frekuensi dan amplitudo yang sama. Pergeseran sinyal keluaran terhadap sinyal masukan adalah sebesar 1 V sesuai dengan tegangan *offset* yang diatur pada rangkaian penjumlah. Hasil pengujian pada rangkaian penjumlah dapat dikatakan bahwa rangkaian ini telah berfungsi dengan baik.

2.3.3 Hasil Multimodal Sinyal Jantung Untuk Analisis Dinamika Jantung

Pada penelitian ini digunakan tiga variabel dalam menjelaskan sistem dinamika jantung, antara lain sinyal ECG, sinyal PCG, dan sinyal *carotid pulse*. Adapun hubungan ketiga variabel tersebut dapat dijelaskan sebagai berikut.

Sinyal ECG merupakan sinyal yang mewakili sifat kelistrikan jantung, sedangkan sinyal PCG merupakan sinyal yang mewakili suara jantung. Suara jantung terjadi akibat membuka dan menutupnya katup jantung sehingga menimbulkan vibrasi yang bersamaan dengan vibrasi darah di sekitarnya. Berdasarkan penjelasan ini dapat dilihat bahwa terdapat perbedaan antara sinyal ECG dan PCG. Namun, proses terjadinya sinyal ECG dan sinyal PCG terjadi secara bersamaan sehingga melengkapi satu dengan lainnya.

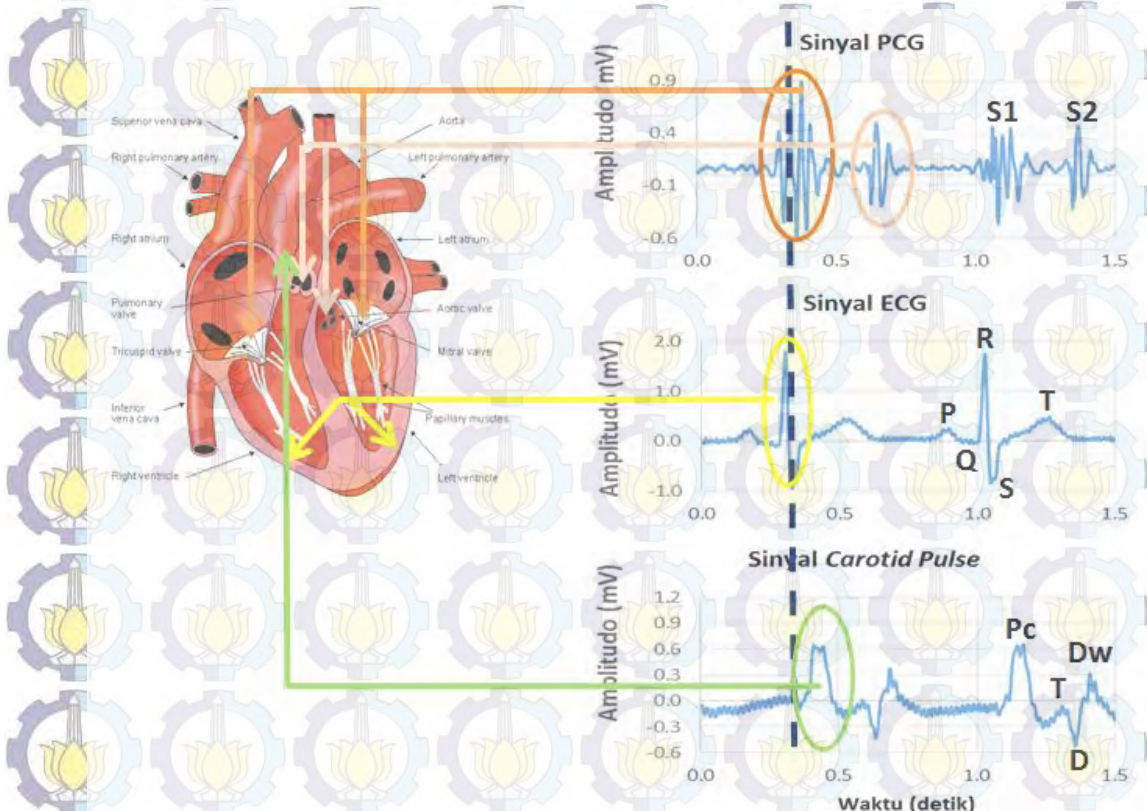
Pembentukan gelombang QRS kompleks pada sinyal ECG berhubungan dengan kontraksi ventrikel atau disebut fase depolarisasi otot ventrikel yang mengindikasikan bahwa otot ventrikel sedang berkontraksi. Proses kontraksi ventrikel ini bertujuan untuk memompa darah dari ventrikel kanan ke paru-paru melalui katup *pulmonal* dan dari ventrikel kiri ke seluruh tubuh melalui katup *aortic*. Katup-katup tersebut menimbulkan suara jantung kedua (S2) pada sinyal PCG.

Sinyal S1 pada PCG terjadi akibat proses pemompaan darah dari atrium ke ventrikel melalui katup *tricuspid* dan katup *mitral*. Proses pembentukan sinyal S1 pada PCG terjadi bersamaan dengan akhir terbentuknya gelombang QRS kompleks pada sinyal ECG. Darah dapat dipompa dari ruang jantung ke ruang jantung lainnya dengan proses membuka dan menutupnya katup jantung yang terjadi akibat perbedaan tekanan di ruang-ruang jantung. Oleh karena itu, dalam menjelaskan sistem mekanik jantung selain sinyal ECG dan sinyal PCG, juga

melibatkan variabel tekanan darah (*carotid pulse*) agar dapat secara komprehensif menjelaskan aktivitas mekanik jantung.

Bunyi katup *pulmonal* terjadi setelah darah yang mengandung sedikit oksigen dipompa ke paru-paru. Bunyi katup *aortic* terjadi setelah darah yang kaya oksigen akan diedarkan ke seluruh tubuh, sehingga dalam proses memompa darah dibutuhkan tekanan yang besar. Tekanan besar ini ditunjukkan oleh terbentuknya gelombang Perkusi (Pc) pada sinyal *carotid pulse*. Gelombang Perkusi menggambarkan proses pemompaan darah pada ventrikel kiri menuju *aorta*.

Secara simultan terkait domain waktu, maka sinyal ECG, sinyal PCG dan sinyal *carotid pulse* dapat dianalisis. Sinyal suara jantung pertama (S1) pada sinyal PCG disebabkan oleh membuka dan menutupnya katup jantung saat mengalirkan darah dari atrium menuju ventrikel.



Gambar 2.23. Tampilan sinyal ECG, sinyal PCG, dan sinyal *carotid pulse* secara simultan.

Pada saat yang sama, terjadi peristiwa depolarisasi otot ventrikel jantung dengan akhir dari terbentuknya gelombang QRS kompleks pada sinyal ECG dan peristiwa naiknya tekanan carotid pulse akibat pemompaan darah dari ventrikel kiri ke aorta hingga mencapai puncak gelombang P pada sinyal *carotid pulse*. Hasil tampilan sinyal ECG, sinyal PCG, dan sinyal *carotid pulse* pada komputer secara simultan dengan waktu yang sama dapat dilihat pada Gambar 2.23.

2.4 Ringkasan Sistem Instrumentasi Multimodal Sinyal Jantung

Analisis multimodal sinyal jantung, antara lain ECG, PCG, dan *carotid pulse* secara simultan memberikan informasi dinamika jantung dari faktor kelistrikan, suara, dan tekanan darah. Pengukuran parameter jantung tersebut menggunakan alat instrumentasi PCG dan *carotid pulse* yang telah dibuat pada penelitian sebelumnya (Suprayitno, 2012), serta instrumentasi ECG yang dirancang pada bab ini. Pembuatan instrumentasi ECG terdiri dari beberapa bagian, antara lain rangkaian proteksi, rangkaian penguat instrumentasi, rangkaian HPF, rangkaian LPF, dan rangkaian *notch filter*. Rangkaian penguat instrumentasi menghasilkan penguatan sebesar 977 kali, dimana besar penguatan ini dapat menguatkan amplitudo sinyal ECG yang memiliki karakteristik 1-3 mV. Sinyal ECG dari tubuh subyek membutuhkan penguatan agar dapat diolah oleh ADC internal mikrokontroler STM32F4 yang memiliki tegangan referensi sebesar 3,3 Volt. Hasil dari pengujian rangkaian HPF diperoleh respon frekuensi *high pass* dengan frekuensi *cut-off* 0,16 Hz sehingga kesalahan frekuensi *cut-off* diperoleh sebesar 0,11 Hz dari frekuensi *cut-off* awal yang diharapkan. Pada hasil pengujian rangkaian LPF diperoleh respon frekuensi *low pass* dengan frekuensi *cut-off* 95 Hz sehingga kesalahan frekuensi *cut-off* diperoleh sebesar 5 Hz dari frekuensi *cut-off* awal yang diharapkan. Pada hasil pengujian rangkaian *notch filter* diperoleh frekuensi tengah sebesar 50 Hz. Secara keseluruhan *hardware* ECG dapat bekerja dengan baik.

Sinyal ECG, *carotid pulse*, dan PCG yang diperoleh dari rangkaian instrumentasi, selanjutnya ketiga sinyal tersebut dilewatkan ke rangkaian *adder*. Rangkaian ini berfungsi untuk menaikkan tegangan sinyal dengan nilai tegangan *offset* 1 Volt sehingga tidak terdapat tegangan negatif yang masuk ke ADC mikrokontroler. Resolusi ADC yang digunakan adalah 8 bit dengan frekuensi sampling 1 kHz. Sinyal dikirim secara *real time* ke komputer melalui komunikasi serial.

Ketiga sinyal ECG, *carotid pulse*, dan PCG dapat memberikan informasi mengenai sistem dinamika jantung. Pembentukan kompleks QRS pada sinyal ECG berkaitan dengan proses kontraksi ventrikel, dimana dalam proses ini jantung memompa darah dari ventrikel kanan ke paru-paru melalui katup pulmonal dan dari ventrikel kiri ke seluruh tubuh melalui katup *aortic*. Pembukaan dan penutupan katup jantung tersebut menyebabkan timbulnya sinyal S2 pada PCG. Pada akhir pembentukan kompleks QRS melibatkan proses depolarisasi ventrikel jantung dan pemompaan darah dari ventrikel kiri ke aorta. Peristiwa ini menyebabkan naiknya tekanan *carotid pulse* sehingga mencapai puncak maksimal yang membentuk gelombang perkusi.

Pengujian keseluruhan sistem telah dilakukan bersama dengan dokter spesialis jantung, yaitu dr. B. Rudi Utantio, SpJp di RS Siti Hajar Sidoarjo, juga dengan dr. Achmad Lefi, SpJp di RS Darmo Surabaya dan *Surabaya Heart and Vascular Clinic*. Pengujian tersebut disertai dengan pengambilan data yang digunakan sebagai bahan penelitian serta dilengkapi *subject consent*.

BAB 3

FRAMEWORK PENGOLAHAN SINYAL UNTUK ANALISIS MULTIMODAL JANTUNG

3.1 Pendahuluan *Framework* Pengolahan Sinyal

Jantung merupakan organ yang kompleks dalam sistem kardiovaskular yang memainkan fungsi penting dalam memompa darah ke sistem sirkulasi. Jantung terdiri dari berbagai sub bagian anatomi, dimana masing-masing bagian memiliki fungsi tertentu. Fungsi utama dilakukan oleh interaksi antara sub sistem dengan koordinasi dari sistem saraf. Sebagai sebuah sistem yang kompleks, jantung menghasilkan sinyal beragam yang mewakili kegiatan fisiologis dari subsistem. Sinyal tersebut merupakan sinyal multimodal yang dapat diukur oleh sensor yang berbeda, termasuk sinyal *Electrocardiograph* (ECG), *carotid pulse*, dan *Phonocardiograph* (PCG).

Penyakit jantung merupakan salah satu penyakit kardiovaskular dan salah satu penyakit yang paling mematikan. Salah satu upaya preventif untuk mengurangi tingkat kematian yang disebabkan oleh penyakit jantung adalah upaya deteksi dini gejala penyakit jantung. Oleh karena itu, terdapat kebutuhan penting dalam mengembangkan sistem deteksi dini penyakit jantung. Upaya penelitian dalam pengembangan sistem ini telah dicoba pada beberapa lembaga penelitian terpisah (Watrous dkk, 2003; Santos dkk, 2001). Pada bab ini menjelaskan metode pemrosesan sinyal yang diusulkan sebagai salah satu tahap dalam mengembangkan sistem deteksi dini penyakit jantung.

Secara fisiologis, suara jantung dapat didengar sebagai hasil dari katup jantung yang tiba-tiba menutup menghasilkan perbedaan tekanan. Hal ini menjelaskan bahwa aktivitas mekanik jantung juga melibatkan variabel tekanan darah selama siklus jantung (Guyton dkk, 2006). Sistem deteksi dini penyakit kardiovaskular yang paling sederhana adalah teknik auskultasi. Teknik ini dilakukan oleh ahli jantung untuk mendapatkan suara jantung yang akan ditafsirkan sebagai gelombang akustik yang disebabkan oleh aktivitas mekanik

jantung. Namun, diagnosis suara jantung dengan menggunakan stetoskop akustik adalah kemampuan spesifik dan sulit untuk diajarkan (Reed dkk, 2004). Kerugian dari teknik auskultasi tradisional adalah subjektivitas hasil diagnosis yang tergantung pada ahli jantung tersebut. Setiap ahli jantung cenderung memberikan hasil yang berbeda dari deskripsi jantung, oleh karena itu diagnosis yang dihasilkan akan kurang akurat.

ECG merupakan komponen penting dalam evaluasi pasien yang mengandung tanda-tanda vital dan gejala kondisi darurat jantung. Namun demikian, terdapat beberapa penyakit jantung yang sulit untuk dideteksi menggunakan ECG, misalnya kelainan struktural katup jantung, murmur jantung, dan kelainan suara jantung (Reed dkk, 2004). Sinyal PCG, yang terdiri dari S1 dan S2, sulit untuk dikenali tanpa disertai dengan sinyal ECG atau *carotid pulse*.

Oleh karena itu, analisis secara simultan antara ECG dan PCG dikembangkan dalam penelitian sebelumnya (Malarvili dkk, 2003). Sistem ini dapat mendeteksi gejala murmur. Namun, aktivitas mekanik jantung tidak dapat digambarkan secara jelas.

Pengukuran dan analisis sistem jantung pada tingkat klinis harus direalisasikan dalam suatu sistem yang terintegrasi termasuk semua tanda-tanda vital jantung. Fusi dari informasi akan menghasilkan interpretasi yang penting untuk mendukung proses keputusan diagnosis jantung. Oleh karena itu, data akuisisi jantung dengan cara multimodal sangat penting untuk meningkatkan hasil diagnostik (Watrous dkk, 2003; Rangaprakash dkk, 2012; Kenneth dkk, 2005).

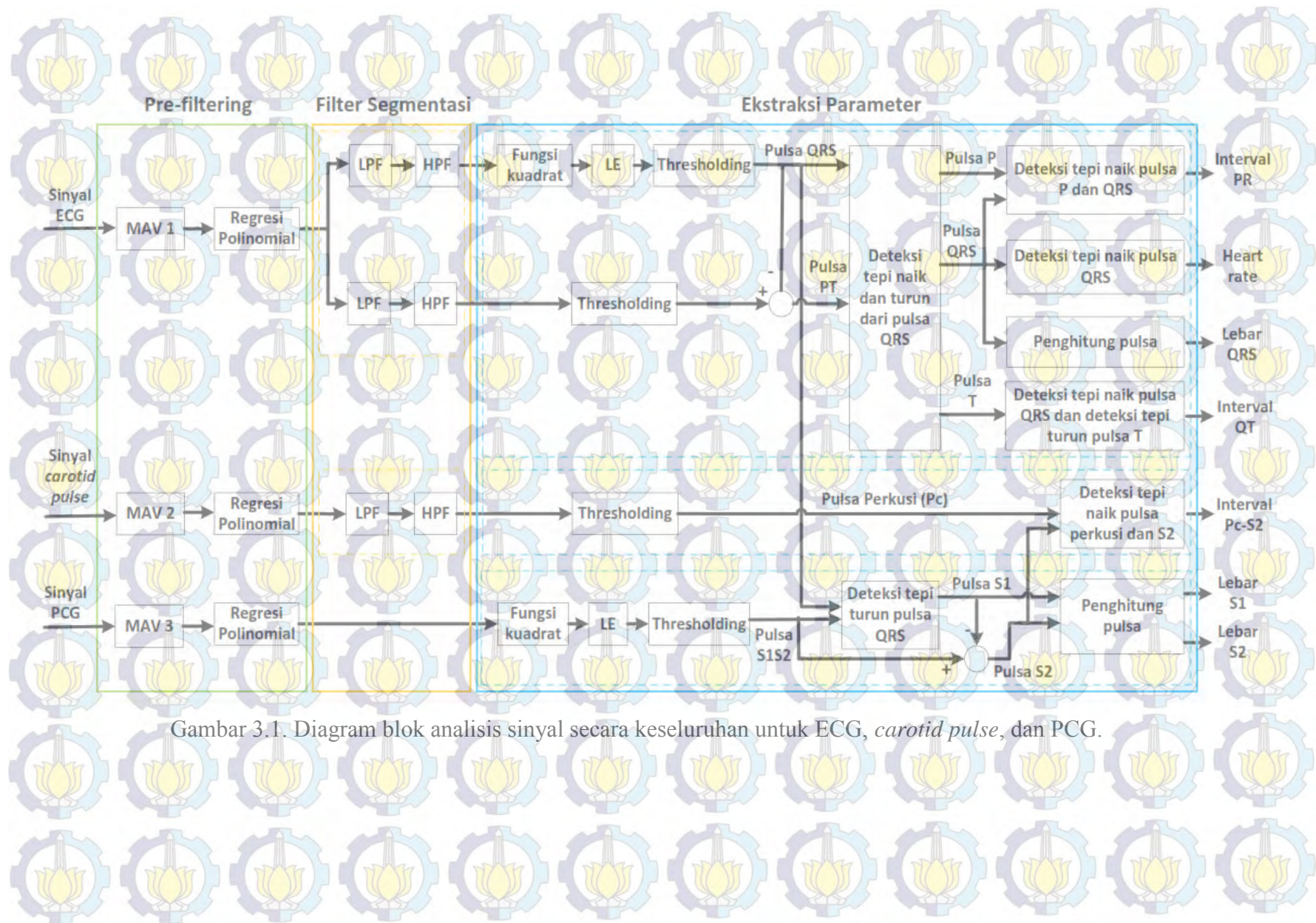
Pada bab ini menjelaskan kerangka pemrosesan sinyal yang diusulkan untuk analisis multimodal sinyal jantung. Analisis domain frekuensi dan waktu-frekuensi dari sinyal jantung dilakukan dengan tujuan untuk mendesain filter digital yang baik sehingga dapat menghilangkan *noise*. Filter digital rekursif dipilih dalam merealisasikan metode segmentasi untuk sinyal ECG dan *carotid pulse*. Teknik pengolahan sinyal lanjutan dilakukan pada proses ekstraksi parameter untuk menghasilkan parameter jantung penting dari sinyal ECG, PCG, dan *carotid pulse*.

3.2 Metode *Framework* Pengolahan Sinyal

Sinyal ECG, PCG, dan *carotid pulse* direkam secara langsung dan simultan dari 20 subyek normal dan 3 subyek abnormal dengan jangkauan usia 22-62 tahun. Setiap subyek diambil sepuluh kali perulangan. Sinyal ECG direkam menggunakan elektrode yang ditempatkan pada tiga titik tubuh, yaitu *Right Arm* (RA), *Left Arm* (LA), dan *Left Leg* (LL) sesuai dengan aturan segitiga Einthoven.

Perekaman sinyal jantung dilakukan dengan serangkaian instrumentasi ECG yang terdiri dari rangkaian proteksi, rangkaian penguat instrumentasi dengan penguatan 1000 kali, rangkaian HPF dengan frekuensi *cut-off* 0,05 Hz, rangkaian LPF dengan frekuensi *cut-off* 100 Hz, dan rangkaian *notch filter* 50 Hz untuk mereduksi *powerline interference* 50 Hz.

Sinyal *carotid pulse* direkam menggunakan sensor piezoelektrik di daerah leher bagian kiri atas, dimana terdapat pembuluh arteri *carotid*. Perekaman sinyal *carotid pulse* dilakukan dengan serangkaian instrumentasi *carotid pulse* yang terdiri dari rangkaian amplifier, rangkaian LPF dengan frekuensi *cut-off* 100 Hz, dan rangkaian notch filter dengan frekuensi *cut-off* 50 Hz. Sinyal PCG direkam langsung pada dada pasien, yaitu di daerah mitral yang terletak pada *Intercostal V* bagian median tulang klavikula. Perekaman sinyal suara jantung dilakukan dengan menggunakan stetoskop Riester yang terhubung dengan rangkaian pre-amplifier, rangkaian LPF dengan frekuensi *cut-off* 500 Hz, rangkaian HPF dengan frekuensi *cut-off* 20 Hz, dan rangkaian notch filter dengan frekuensi *cut-off* 50 Hz. Ketiga sinyal yang direkam, selanjutnya ditampilkan ke komputer melalui komunikasi serial secara *real time*. Ketiga sinyal yang diperoleh selanjutnya diproses melalui teknik pemrosesan sinyal lanjut untuk memperoleh ekstraksi parameter setiap sinyal. Diagram blok analisis sinyal secara keseluruhan ditunjukkan pada Gambar 3.1. Setiap bagian dari sistem blok akan dijelaskan pada sub bagian berikutnya.



Gambar 3.1. Diagram blok analisis sinyal secara keseluruhan untuk ECG, carotid pulse, dan PCG.

3.2.1 Desain Prefilter

Bagian pertama dari *framework* pemrosesan sinyal adalah desain prefilter. Desain prefilter berdasarkan Gambar 3.1 dibagi menjadi dua bagian, filter *moving average* (MAV) dan polinomial regresi. Penjelasan dan perancangan lebih detail mengenai blok desain prefilter akan dijelaskan sebagai berikut.

3.2.1.1 Desain Filter *Moving Average*

Desain filter MAV ditunjukkan pada Gambar 3.2 untuk ECG dan *carotid pulse*, dan Gambar 3.3 untuk PCG. Proses ini mengevaluasi analisis domain frekuensi dan domain waktu-frekuensi untuk mendapatkan desain filter digital yang bagus sehingga dapat mereduksi *noise* menggunakan filter MAV zero-lag. Pada filter MAV zero-lag dilakukan dengan proses pemfilteran forward dan backward yang dihitung dengan Persamaan 3.1 dan 3.2,

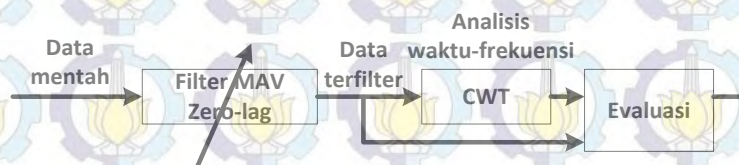
$$y[n] = \frac{1}{M} \sum_{j=0}^{M-1} x[n-j] \quad (3.1)$$

$$z[n] = \frac{1}{M} \sum_{j=M-1}^0 y[n+j] \quad (3.2)$$

dimana x adalah sinyal masukan, y adalah sinyal keluaran untuk filter MAV *forward*, M adalah jumlah sinyal rata-rata atau lebar window, dan z adalah sinyal keluaran untuk filter MAV *backward*.



Gambar 3.2. Desain prefilter sinyal ECG dan *carotid pulse*.



Gambar 3.3. Desain prefilter sinyal PCG.

Panjang dari *window* filter MAV diatur dengan mengevaluasi peningkatan kualitas sinyal yang terfilter. Evaluasi ini berdasarkan pada inspeksi visual dari sinyal hasil filter dalam analisis domain waktu dan frekuensi dari sinyal ECG dan *carotid pulse*, serta analisis domain waktu-frekuensi dari sinyal PCG.

Setelah proses filter MAV zero-lag, sinyal disegmentasi berdasarkan *window*. Sinyal ECG disegmentasi menjadi gelombang P, QRS, dan T, sedangkan sinyal *carotid pulse* disegmentasi menjadi gelombang perkusi. Frekuensi *cut-off* setiap segmentasi diperoleh dari distribusi spektrum frekuensi dari analisis frekuensi. Berdasarkan analisis frekuensi, nilai frekuensi *cut-off* ditentukan menggunakan *Mean Power Frequency* (MPF). Nilai MPF dihitung menggunakan Persamaan 3.3,

$$MPF = \frac{\sum_{i=1}^K f_i P_i}{\sum_{i=1}^K P_i} \quad (3.3)$$

dimana P_i adalah spektrum power ke- i , f_i adalah variabel frekuensi, dan K adalah panjang frekuensi.

Continuous Wavelet Transform (CWT) adalah analisis waktu-frekuensi yang digunakan untuk proses evaluasi sinyal PCG. *Continuous Wavelet Transform* (CWT) adalah metode dekomposisi domain waktu dan frekuensi dimana sinyal $x(t)$ dikonvolusi dengan sebuah fungsi *window*. Fungsi *window* dapat berubah pada waktu dan skalanya. Secara matematis, CWT dari suatu sinyal $x(t)$ dapat diselesaikan dengan Persamaan 3.4,

$$CWT_x^{\psi}(\tau, s) = \psi_x^{\psi}(\tau, s) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot \psi^* \left(\frac{t - \tau}{s} \right) dt \quad (3.4)$$

dimana s adalah skala, τ adalah *time shift* yang menunjukkan pergeseran atau translasi dari *mother wavelet*, dan ψ^* menunjukkan *mother wavelet*. Jenis *mother wavelet* yang digunakan pada penelitian ini adalah *complex morlet*. *Morlet* merupakan fungsi dari Gaussian yang termodulasi oleh eksponensial kompleks. Fungsi *morlet mother wavelet* dapat dihitung dengan Persamaan 3.5,

$$\psi^*(t) = \pi^{-1/4} \cdot e^{-j\omega_0 t} \cdot e^{-t^2/2} \quad (3.5)$$

dimana nilai ω_0 sama dengan $2\pi f_0$ dan f_0 sebesar 0,849 (X.Li dkk, 2005).

Perhitungan CWT dibagi menjadi dua *loop*. *Loop* pertama diperoleh informasi waktu dengan pergeseran wavelet terhadap sinyal dan *loop* kedua perubahan frekuensi dengan kontraksi dan dilatasi fungsi wavelet. *Loop* kedua dilakukan setelah *loop* pertama mencapai proses akhir sinyal. Hasil CWT diperoleh jika semua parameter s telah dihitung. Parameter skala dapat ditransformasikan ke parameter frekuensi dengan menggunakan Persamaan 3.6,

$$f = \frac{f_c}{s} \quad (3.6)$$

dimana f_c adalah frekuensi pusat setiap skala s yang nilainya sama dengan f_0 .

Pada penelitian ini, CWT digunakan dengan nilai skala 10^{-4} dan langkah sebesar 10^{-4} . Rentang frekuensi dari sinyal PCG di antara 84,9 Hz dan 8490 Hz.

3.2.1.2 Desain Regresi Polinomial

Proses selanjutnya pada desain prefilter adalah regresi polinomial. Regresi polinomial bertujuan untuk menghilangkan *baseline wander* yang disebabkan oleh pergerakan kabel elektroda selama perekaman data, pergerakan pasien, lepasnya elektrode, dan berbagai faktor lainnya. Sinyal *baseline wander* biasanya berupa gelombang sinusoidal frekuensi rendah. Gelombang ini dapat dihilangkan dengan mencari *trend* sinyal, kemudian sinyal masukan dikurangi dengan *trend* sinyal yang diperoleh. Proses ini disebut juga dengan *low frequency removal* karena *baseline wander* merupakan gelombang sinusoidal frekuensi rendah. Algoritma untuk menghilangkan *baseline wander* menggunakan regresi polinomial terdiri dari beberapa tahapan, antara lain :

- 1) Perhitungan koefisien polinomial $a_0, a_1, a_2, \dots, a_m$.

Misalnya terdapat sinyal masukan $x(t)$, maka model regresi polinomialnya ditunjukkan oleh Persamaan 3.7,

$$\begin{aligned} na_0 + a_1 \sum_i t_i + a_2 \sum_i t_i^2 &= \sum_i x(t_i) \\ a_0 \sum_i t_i + a_1 \sum_i t_i^2 + a_2 \sum_i t_i^3 &= \sum_i t_i x(t_i) \\ a_0 \sum_i t_i^2 + a_1 \sum_i t_i^3 + a_2 \sum_i t_i^4 &= \sum_i t_i^2 x(t_i) \end{aligned} \quad (3.7)$$

dimana i dimulai dari 1 hingga panjang data dan n adalah panjang data.

Pada penelitian ini digunakan regresi polinomial orde 10 sehingga terdapat 11 koefisien polinomial. Pada Persamaan 3.7 merupakan contoh dari regresi polinomial orde 2. Persamaan 3.7 dapat diubah menjadi bentuk matriks seperti yang ditunjukkan pada Persamaan 3.8,

$$\begin{bmatrix} n & \sum_i t_i & \sum_i t_i^2 \\ \sum_i t_i & \sum_i t_i^2 & \sum_i t_i^3 \\ \sum_i t_i^2 & \sum_i t_i^3 & \sum_i t_i^4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_i x(t_i) \\ \sum_i t_i x(t_i) \\ \sum_i t_i^2 x(t_i) \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

dimana koefisien a_0 , a_1 , dan a_2 dapat dicari dengan Persamaan 3.9,

$$\begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n & \sum_i t_i & \sum_i t_i^2 \\ \sum_i t_i & \sum_i t_i^2 & \sum_i t_i^3 \\ \sum_i t_i^2 & \sum_i t_i^3 & \sum_i t_i^4 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum_i x(t_i) \\ \sum_i t_i x(t_i) \\ \sum_i t_i^2 x(t_i) \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

dengan matriks pangkat -1 menunjukkan invers matriks.

2) Penentuan *trend* sinyal.

Setelah diketahui koefisien polinomial, maka dapat digambar *trend* sinyal yang mewakili sebaran sinyal masukan. Koefisien polinomial yang diperoleh disubstitusikan ke persamaan model regresi polinomial pada Persamaan 3.10,

$$p(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 \quad (3.10)$$

dimana $p(t)$ adalah *trend* sinyal.

3) Pengurangan sinyal masukan dengan *trend* sinyal

Sinyal masukan yang masih mengandung *baseline wander* dapat dihilangkan setelah dikurangi dengan *trend* sinyal. Perhitungan *low frequency removal* untuk menghilangkan *baseline wander* ditunjukkan pada Persamaan 3.11,

$$y(t) = x(t) - p(t) \quad (3.11)$$

dimana $y(t)$ adalah hasil sinyal keluaran tanpa *baseline wander*.

3.2.2 Desain Filter Segmentasi

Frekuensi *cut-off* dari ECG dan *carotid pulse* diperoleh berdasarkan pada analisis domain frekuensi dari sinyal hasil filter oleh proses prefilter. Berdasarkan frekuensinya, gelombang QRS, T, dan gelombang perkusi diperoleh dengan menggunakan *Band Pass Filter* (BPF). BPF yang didesain pada penelitian terdiri dari *Low Pass Filter* (LPF) dan *High Pass Filter* (HPF) yang disusun dalam bentuk bertingkat. Pada penelitian ini, filter IIR Butterworth digunakan untuk menghindari *overshoot* dan diperoleh penguatan satu. Orde filter ditentukan berdasarkan langkah berikut :

- 1) Frekuensi *cut-off* (ω_c) dan penguat daya dari frekuensi *cut-off* (k_1) ditentukan berdasarkan spesifikasi respon frekuensi.
- 2) Frekuensi tapis (ω_r) dan penguat daya dari frekuensi tapis (k_2) ditentukan berdasarkan spesifikasi respon frekuensi.
- 3) Parameter penguatan ε dan λ dapat dihitung menggunakan Persamaan 3.12.

$$\frac{1}{1+\varepsilon^2} = k_1, \frac{1}{1+\lambda^2} = k_2 \quad (3.12)$$

- 4) Orde filter (N) ditentukan menggunakan Persamaan 3.13.

$$N = \log \frac{\lambda}{\varepsilon} / \log \frac{\omega_r}{\omega_c} \quad (3.13)$$

Sinyal PCG sulit ditentukan menggunakan filter rekursif. Hal ini disebabkan karena distribusi spektrum frekuensi sinyal PCG saling berpotongan satu sama lain sehingga sinyal S1 dan S2 sulit untuk dipisahkan. Desain filter segmentasi untuk sinyal ECG dan *carotid pulse* akan dijelaskan sebagai berikut.

3.2.2.1 Desain Low Pass Filter

Filter segmentasi dalam sinyal ECG terdiri dari dua *channel*. Penentuan orde LPF pada *channel* pertama, sinyal difilter menggunakan ω_c sebesar 11 Hz, ω_r sebesar 22 Hz, nilai k_1 sebesar 0,707, nilai k_2 sebesar 0,267, sehingga N (orde) yang dihasilkan adalah 2. Penentuan orde LPF pada *channel* kedua, sinyal difilter menggunakan ω_c sebesar 4 Hz, ω_r sebesar 9 Hz, nilai k_1 sebesar 0,707, nilai k_2 sebesar 0,267, sehingga N (orde) yang dihasilkan adalah 2. Pada filter segmentasi

sinyal ECG pada *channel* pertama didesain dengan frekuensi *cut-off* dari LPF sebesar 14 Hz. Sementara itu, pada *channel* kedua, frekuensi *cut-off* dari LPF didesain sebesar 10 Hz.

Filter *band pass* digunakan dalam pengolahan filter sinyal *carotid pulse* dengan konfigurasi *cascade* dari LPF dan HPF. Penentuan orde LPF, sinyal difilter menggunakan ω_c sebesar 11 Hz, ω_r sebesar 22 Hz, nilai k_1 sebesar 0,707, nilai k_2 sebesar 0,267, sehingga N (orde) yang dihasilkan adalah 2. Pada filter segmentasi sinyal *carotid pulse* didesain frekuensi *cut-off* dari LPF sebesar 12 Hz.

3.2.2.2 Desain High Pass Filter

Filter segmentasi dalam sinyal ECG terdiri dari dua *channel*. Penentuan orde HPF pada *channel* pertama, sinyal difilter menggunakan ω_c sebesar 5 Hz, ω_r sebesar 3 Hz, nilai k_1 sebesar 0,707, nilai k_2 sebesar 0,141, sehingga N (orde) yang dihasilkan adalah 3. Penentuan orde HPF pada *channel* kedua, sinyal difilter menggunakan ω_c sebesar 2 Hz, ω_r sebesar 1 Hz, nilai k_1 sebesar 0,707, nilai k_2 sebesar 0,06, sehingga N (orde) yang dihasilkan adalah 3. Pada filter segmentasi sinyal ECG pada *channel* pertama didesain frekuensi *cut-off* dari HPF sebesar 7 Hz. Sementara itu, pada *channel* kedua, desain frekuensi *cut-off* dari HPF adalah sebesar 2 Hz.

Filter *band pass* digunakan dalam pengolahan filter sinyal *carotid pulse* dengan konfigurasi *cascade* dari LPF dan HPF. Penentuan orde HPF, sinyal difilter menggunakan ω_c sebesar 5 Hz, ω_r sebesar 1 Hz, nilai k_1 sebesar 0,707, nilai k_2 sebesar 0,141, sehingga N (orde) yang dihasilkan adalah 1. Pada filter segmentasi sinyal *carotid pulse* didesain frekuensi *cut-off* dari HPF adalah sebesar 4 Hz.

3.2.3 Ekstraksi Parameter

Tujuan dari ekstraksi parameter adalah untuk memperoleh nilai penting dari sinyal jantung, antara lain interval PR, *heart rate*, lebar QRS, interval QT, lebar perkusi-S2, lebar S1, lebar S2, frekuensi S1 dan S2. Nilai-nilai penting dari sinyal jantung diperlukan untuk menggambarkan kondisi jantung yang sebenarnya. Pada

blok ekstraksi parameter terdiri dari beberapa perhitungan yang akan dijelaskan sebagai berikut.

3.2.3.1 Fungsi kuadrat

Langkah pertama dari proses ini adalah fungsi kuadrat. Tujuannya adalah untuk mendapatkan energi instan setiap sinyal yang dihasilkan dalam filter segmentasi. Fungsi kuadrat sinyal dapat dihitung dengan menggunakan Persamaan 3.14,

$$y(n) = (x(n))^2 \quad (3.14)$$

dimana $y(n)$ adalah keluaran sinyal hasil fungsi kuadrat dan $x(n)$ adalah sinyal masukan setelah proses filter segmentasi.

3.2.3.2 Linier Envelope

Sinyal hasil fungsi kuadrat akan menghasilkan sinyal dengan amplitudo tinggi dan juga riak. Sinyal riak ini menyebabkan deteksi parameter akan menjadi sulit. *Linier envelope* digunakan untuk membentuk sinyal amplop. Prinsip kerja dari *linier envelope* sama dengan filter MAV dimana perhitungannya ditunjukkan pada Persamaan 3.1 dan 3.2. Panjang filter yang didesain untuk *linier envelope* pada sinyal ECG *channel* pertama dan sinyal PCG berturut-turut adalah sebesar 40 dan 55.

3.2.3.3 Thresholding

Setelah mendapatkan sinyal amplop, proses *thresholding* diterapkan untuk mendigitalkan sinyal tersebut. Proses *thresholding* digunakan untuk membentuk sinyal pulsa. Pada ECG *channel* pertama, nilai *thresholding* yang dirancang adalah sebesar 35% dari nilai amplitudo maksimal sinyal *linier envelope*, sedangkan untuk *channel* kedua nilai *thresholding* dirancang sebesar 20% dari nilai amplitudo maksimal sinyal HPF. Pada desain sinyal *carotid pulse*, nilai *thresholding* dirancang sebesar 30% dari nilai amplitudo maksimal sinyal HPF. Pada desain sinyal PCG, nilai *thresholding* dirancang sebesar 4% dari nilai amplitudo maksimal sinyal *linier envelope*.

3.2.3.4 Deteksi Tepi Naik dan Turun Pulsa QRS

Berdasarkan Gambar 3.1, sinyal ECG terpisah menjadi dua saluran setelah proses *thresholding*. Saluran pertama menghasilkan pulsa QRS dan saluran kedua menghasilkan pulsa P-QRS-T. Saluran kedua dikurangi dengan saluran pertama untuk menghasilkan pulsa PT. Selanjutnya, proses deteksi tepi dilakukan pada tepi naik dan turun pulsa QRS. Deteksi tepi naik pulsa QRS berarti bahwa pulsa PT yang dilalui deteksi tepi akan menghasilkan pulsa P, sedangkan deteksi tepi turun pulsa QRS akan menghasilkan pulsa T. Algoritma hingga titik ini akan menghasilkan tiga keluaran, yaitu pulsa P, QRS, dan T.

3.2.3.5 Deteksi Tepi Naik Pulsa P dan QRS

Hasil dari proses deteksi tepi naik pulsa QRS adalah pulsa P dan hasil dari proses *thresholding* ECG *channel* pertama adalah pulsa QRS. Proses selanjutnya adalah mendeteksi tepi naik pulsa P dan QRS yang dihasilkan dengan cara memberi *flag* untuk kenaikan pulsa dari 0 ke 1. Interval dari *flag* deteksi tepi naik pulsa P ke pulsa QRS dihitung dalam satuan detik sehingga diperoleh nilai ekstraksi parameter interval PR.

3.2.3.6 Deteksi Tepi Naik QRS

Proses yang dilakukan adalah mendeteksi tepi naik pulsa QRS yang dihasilkan dengan cara memberi *flag* untuk kenaikan nilai dari 0 ke 1. Nilai *heart rate* diperoleh dari interval antara deteksi tepi naik pulsa QRS ke pulsa QRS berikutnya menggunakan Persamaan 3.15,

$$Heart rate = \frac{60}{(R - R)} (bpm) \quad (3.15)$$

dimana nilai *heart rate* dihitung dalam satuan *beat per minute* (bpm).

3.2.3.7 Penghitung Pulsa Lebar QRS

Pulsa QRS yang dihasilkan diberi *flag* pada setiap kenaikan nilai pulsa dari 0 ke 1 sebagai deteksi tepi naik dan juga diberi *flag* berbeda pada setiap penurunan nilai pulsa dari 1 ke 0 sebagai deteksi tepi turun. Setiap tanda *flag*

deteksi naik dan turun dihitung dalam satuan detik. Lebar QRS diperoleh dari interval antara deteksi tepi naik dan turun dari pulsa QRS.

3.2.3.8 Deteksi Tepi Naik Pulsa QRS dan Deteksi Tepi Turun Pulsa T

Hasil dari proses deteksi tepi naik turun QRS adalah pulsa T dan hasil dari proses *thresholding* ECG *channel* pertama adalah pulsa QRS. Proses selanjutnya adalah mendeteksi tepi naik pulsa QRS dan tepi turun dari pulsa T. Interval dari *flag* deteksi tepi naik pulsa QRS ke *flag* deteksi tepi turun pulsa T dihitung dalam satuan detik sehingga diperoleh nilai ekstraksi parameter interval QT.

3.2.3.9 Deteksi Tepi Naik Pulsa Perkusi dan S2

Proses *thresholding* pada sinyal *carotid pulse* berdasarkan Gambar 3.21 menghasilkan pulsa perkusi. Proses selanjutnya adalah memberi flag pada setiap kenaikan nilai pulsa perkusi dan S2 dari 0 ke 1 sebagai deteksi tepi naik. Nilai ekstraksi parameter interval perkusi-S2 diperoleh dari interval antara deteksi tepi naik pulsa perkusi dan pulsa S2.

3.2.3.10 Deteksi Tepi Turun Pulsa QRS

Berdasarkan diagram blok pada Gambar 3.1, proses *thresholding* menghasilkan pulsa S1-S2. Penentuan sinyal S1 dan S2 dilakukan dengan cara sinkronisasi dengan sinyal ECG, dimana sinyal S1 terjadi setelah pembentukan pulsa QRS dalam sinyal ECG. Oleh karena itu, pulsa S1-S2 jika dilewatkan pada proses deteksi tepi turun pulsa QRS akan menghasilkan pulsa S1. Sementara pulsa S2 diperoleh dengan pengurangan pulsa S1-S2 dengan pulsa S1.

3.2.3.11 Penghitung Pulsa Lebar S1 dan S2

Pulsa S1 dan S2 yang dihasilkan pada proses sebelumnya, dilakukan deteksi tepi naik dan turun pada setiap pulsa S1 dan S2. Lebar pulsa S1 diperoleh dari interval antara deteksi tepi naik dan turun dari pulsa S1. Langkah yang sama juga dilakukan untuk menghasilkan nilai ekstraksi parameter pulsa S2.

3.3 Metode Eksperimen

Analisis sinyal ECG, *carotid pulse*, dan PCG dilakukan eksperimen langsung dan ketiga sinyal secara bersamaan pada 23 subyek yang terdiri dari 20 subyek jantung normal (16 subyek pria dan 5 subyek wanita) dan 3 subyek jantung tidak normal (2 subyek pria dan 2 subyek wanita) dengan rentang usia 23-60 tahun. Setiap eksperimen diambil sepuluh kali rekaman data. Data yang tercatat terdiri dari 6-8 siklus sinyal dengan panjang data 5000 dan frekuensi sampling 1000 Hz. Data diolah dengan menggunakan perhitungan *mean* dan deviasi standar untuk setiap rekaman data. Nilai *mean* dan deviasi standar meliputi ekstraksi parameter sinyal ECG yang terdiri dari *heart rate* (bpm), lebar QRS (s), interval PR (s), interval QT (s), sinyal perkusi yang terdiri dari interval perkusi-S2 (s), dan juga sinyal PCG yang terdiri dari lebar S1 (s) dan S2(s), frekuensi S1 (Hz) dan S2 (Hz). Data *mean* dan deviasi standar diproses untuk setiap rekaman data sehingga diperoleh nilai *mean* dan deviasi standar akhir dari 10 *mean* dan deviasi standar rekaman data.

Hasil evaluasi dari pemisahan morfologi setiap bentuk gelombang sinyal ECG, *carotid pulse*, dan PCG digunakan uji sensitivitas dan presisi. Perhitungan sensitivitas dan presisi didefinisikan menggunakan *True Positive* (TP), *False Negative* (FN), dan *False Positive* (FP). Keputusan TP terjadi ketika jumlah gelombang yang terdeteksi sesuai dengan jumlah gelombang pada sinyal rekaman. Keputusan FN terjadi ketika tidak terdeteksi gelombang yang seharusnya muncul pada sinyal rekaman. Sementara itu, keputusan FP terjadi ketika kelebihan deteksi gelombang yang seharusnya tidak terdeteksi.

Sensitivitas menunjukkan persentase kekurangan jumlah deteksi gelombang, sedangkan presisi menunjukkan persentase kelebihan jumlah deteksi gelombang. Sensitivitas dan presisi dapat dihitung menggunakan Persamaan 3.16 dan 3.17.

$$\text{Sensitivitas} = \frac{TP}{(TP + FN)} \times 100\% \quad (3.16)$$

$$\text{Presisi} = \frac{TP}{(TP + FP)} \times 100\% \quad (3.17)$$

3.4 Hasil dan Analisis *Framework* Pengolahan Sinyal

3.4.1 Hasil Desain Prefilter

Filter MAV *zero-lag* dalam desain prefilter digunakan untuk menghilangkan *noise* yang terdapat dalam sinyal. Nilai optimal dalam proses desain prefilter dari filter MAV *zero-lag* pada sinyal ECG, *carotid pulse*, dan PCG berturut-turut adalah 20, 20, dan 5. Nilai optimal dari filter MAV *zero-lag* diperoleh berdasarkan hasil dari evaluasi. Nilai lebar *window* di bawah nilai tersebut menyebabkan sinyal masih mengandung banyak *noise*, sedangkan di atas nilai tersebut menyebabkan amplitudo sinyal akan sangat berkurang dibandingkan dengan amplitudo sinyal saat perekaman data.

Sinyal irama sinus normal pada sinyal ECG diwakili oleh subyek ke-5 yang ditunjukkan pada Gambar 3.4. Gambar 3.4(a) menunjukkan sinyal ECG sebelum filter MAV *zero-lag* dan Gambar 3.4(b) menunjukkan sinyal ECG setelah filter MAV *zero-lag*. Gambar 3.4(c) menunjukkan distribusi spektrum frekuensi dari sinyal ECG terfilter yaitu sekitar 1-30 Hz, yang terdiri dari gelombang P, QRS, dan T. Spektrum frekuensi dari sinyal ECG berdasarkan hasil segmentasi *window* ditunjukkan pada Gambar 3.4(d). Frekuensi dominan dari setiap gelombang dapat ditentukan dari nilai MPF. Berdasarkan Gambar 3.4(d), hasil dari spektrum frekuensi diperoleh nilai MPF dari kompleks QRS sebesar 11,00 Hz, nilai MPF dari gelombang T sebesar 4,50 Hz, dan nilai MPF dari gelombang P sebesar 0,69 Hz. Hasil penelitian ini sama dengan yang disampaikan oleh Tompkins bahwa spektrum frekuensi dari kompleks QRS adalah sekitar 5-15 Hz, sedangkan gelombang P dan gelombang T memiliki spektrum frekuensi kurang dari 5 Hz (Tompkins, 2000).

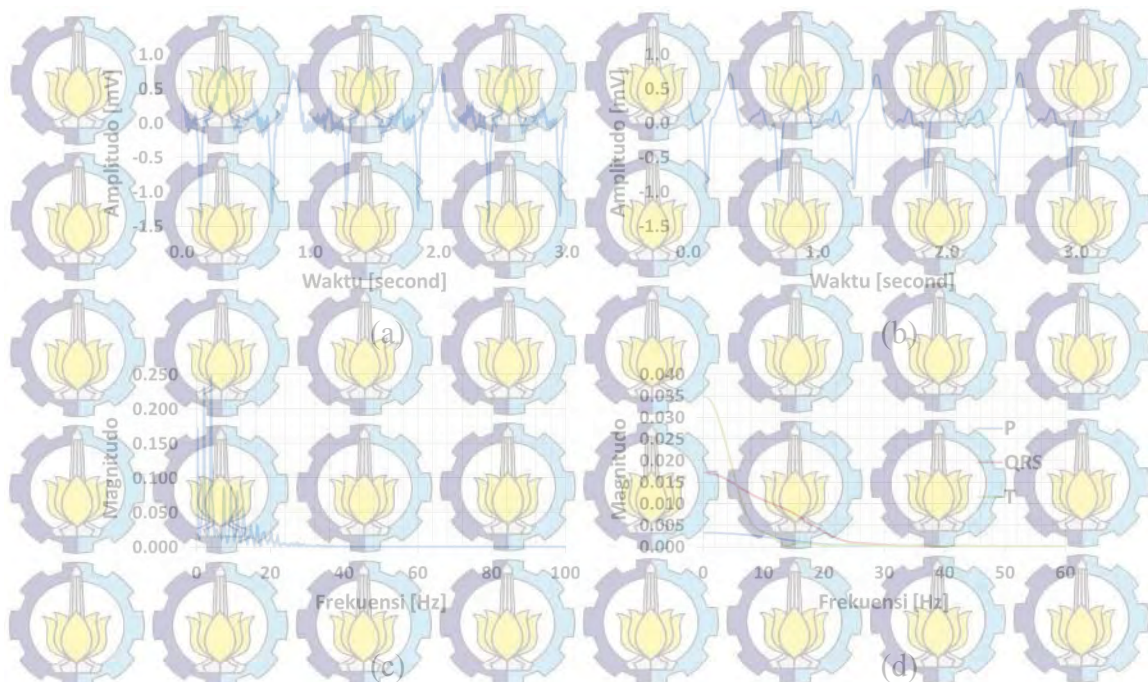


Gambar 3.4 Irama sinus normal (a) Sinyal ECG awal, (b) Sinyal ECG setelah difilter, (c) Spektrum frekuensi sinyal ECG setelah difilter, (d)

Spektrum frekuensi berdasarkan segmentasi *window* gelombang

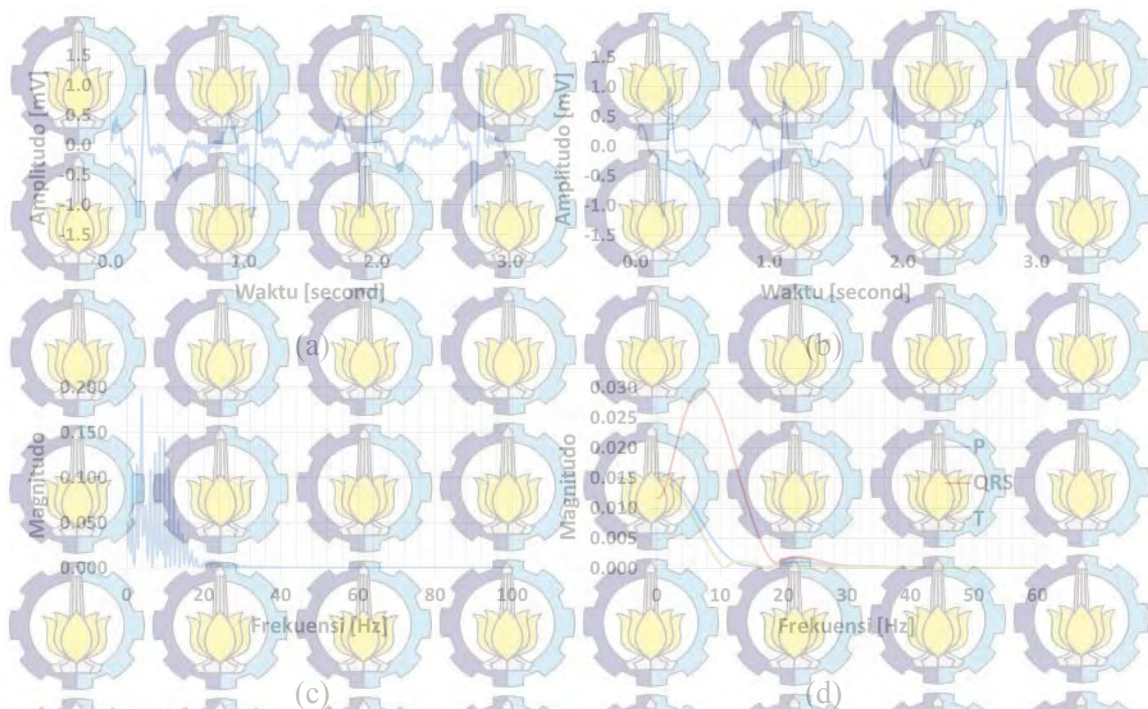
Sinyal irama sinus takikardia diwakili oleh subyek ke-22 yang ditunjukkan pada Gambar 3.5. Subyek ini juga memiliki ciri khas yaitu defleksi negatif gelombang S yang tajam dan defleksi positif gelombang R yang sangat kecil. Ciri gelombang yang demikian menunjukkan sumbu aksis jantung yang tidak normal.

Pada Gambar 3.5(a) menunjukkan sinyal ECG sebelum filter MAV *zero-lag* dan Gambar 3.5(b) menunjukkan sinyal ECG setelah filter MAV *zero-lag*. Distribusi spektrum frekuensi dari sinyal ECG dengan kondisi aksis jantung abnormal lebih sempit dibandingkan dengan irama sinus normal, yaitu sekitar 1-25 Hz, yang ditunjukkan pada Gambar 3.5(c). Spektrum frekuensi dari sinyal ECG berdasarkan hasil segmentasi *window* ditunjukkan pada Gambar 3.5(d). Berdasarkan Gambar 3.5(d), hasil dari spektrum frekuensi diperoleh nilai MPF dari kompleks QRS sebesar 8,20 Hz, nilai MPF dari gelombang T sebesar 3,86 Hz, dan nilai MPF dari gelombang P sebesar 0,54 Hz. Respon frekuensi dari kompleks QRS berdasarkan Gambar 3.5(d) menunjukkan bentuk *low pass*, berbeda dengan Gambar 3.5(d) yang berbentuk *band pass*.



Gambar 3.5 Irama sinus takikardia dengan sumbu axis jantung abnormal (a) Sinyal ECG awal, (b) Sinyal ECG setelah difilter, (c) Spektrum frekuensi sinyal ECG setelah difilter, (d) Spektrum frekuensi berdasarkan segmentasi *window* gelombang ECG.

Kelainan penyakit jantung koroner memiliki ciri morfologi sinyal ECG, antara lain inversi gelombang T, gelombang Q patologis, dan segmen ST horizontal. Ciri khas morfologi sinyal ECG tersebut dimiliki oleh subyek ke-25 yang ditunjukkan pada Gambar 3.6. Subyek tersebut mengalami infark lama sehingga harus selalu mengkonsumsi obat untuk menghindari kambuhnya penyakit jantung koroner. Sinyal ECG sebelum dan setelah filter MAV *zero-lag* ditunjukkan pada Gambar 3.6(a) dan Gambar 3.6(b). Distribusi spektrum frekuensi dari sinyal ECG dengan kondisi penyakit jantung koroner lebih sempit dibandingkan dengan irama sinus normal, yaitu sekitar 1-20 Hz, yang ditunjukkan pada Gambar 3.6(c). Spektrum frekuensi dari sinyal ECG berdasarkan hasil segmentasi *window* ditunjukkan pada Gambar 3.6(d). Berdasarkan Gambar 3.6(d), hasil dari spektrum frekuensi diperoleh nilai MPF dari kompleks QRS sebesar 7,50 Hz, nilai MPF dari gelombang T sebesar 4,50 Hz, dan nilai MPF dari gelombang P sebesar 5,00 Hz. Spektrum frekuensi gelombang P dan T hampir berhimpit satu sama lain dan menunjukkan respon frekuensi berbentuk *low pass*.



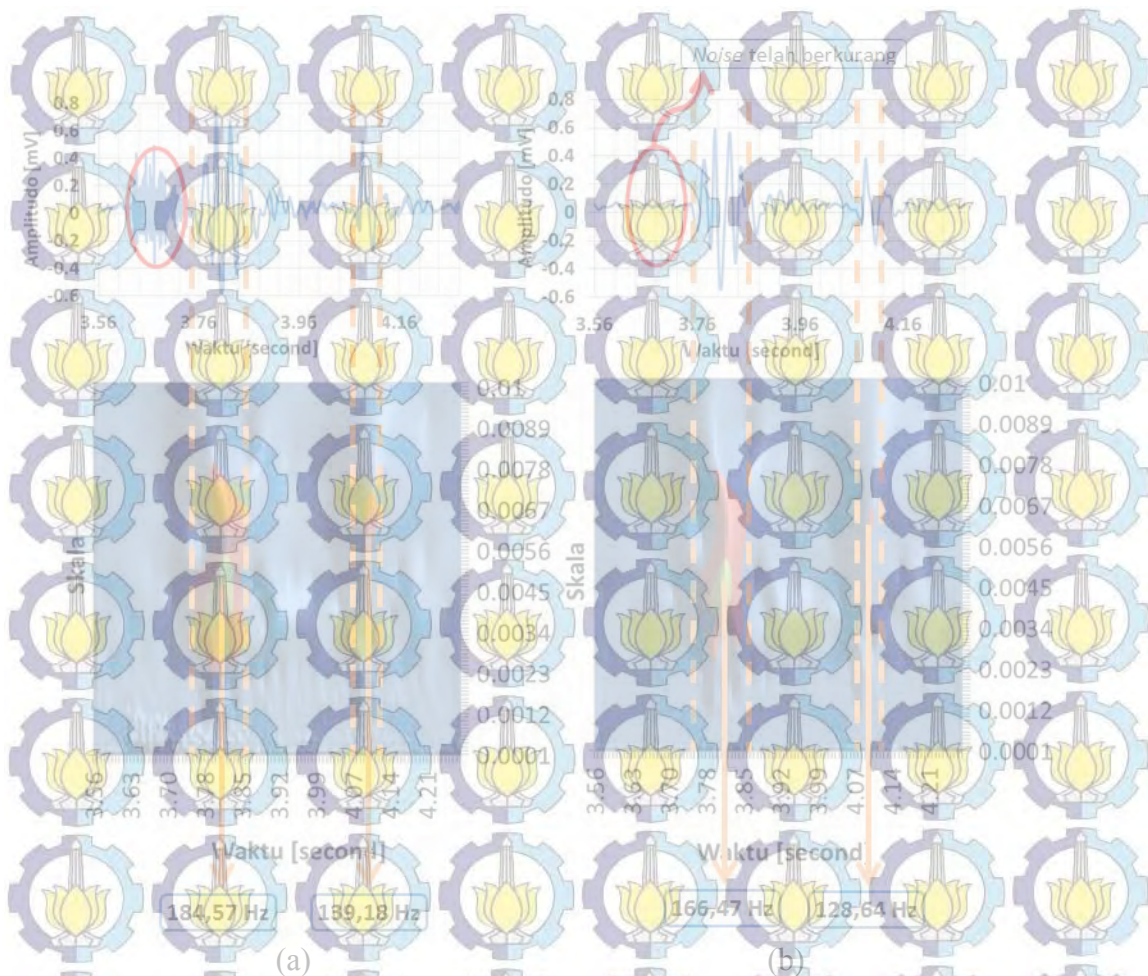
Gambar 3.6 Subyek dengan penyakit jantung koroner (a) Sinyal ECG awal, (b) Sinyal ECG setelah difilter, (c) Spektrum frekuensi sinyal ECG setelah difilter, (d) Spektrum frekuensi berdasarkan segmentasi *window* gelombang ECG.

Morfologi sinyal pada *carotid pulse* terdiri dari gelombang perkusi (Pe), gelombang tidal (Td), gelombang *dicrotic notch* (D), dan gelombang *dicrotic* (DW). Hasil perekaman data sinyal *carotid pulse* pada subyek ke-5 ditunjukkan oleh Gambar 3.7. Pada Gambar 3.7(a) dan 3.7(b) berturut-turut menunjukkan sinyal *carotid pulse* sebelum dan setelah filter MAV *zero-lag*. Gambar 3.7(c) menunjukkan distribusi spektrum frekuensi dari sinyal *carotid pulse* yang telah difilter, yaitu sekitar 1-30 Hz. Spektrum frekuensi dari gelombang perkusi ditunjukkan pada Gambar 3.7(d). Berdasarkan Gambar 3.7(d), frekuensi pusat dari gelombang perkusi adalah sekitar 9 Hz. Hasil spektrum frekuensi tersebut menunjukkan bahwa karakteristik gelombang perkusi mempunyai bentuk *band pass*. Pada penelitian ini tidak dapat melakukan ekstraksi fitur dari gelombang Td, D, dan DW dari sinyal *carotid pulse* dengan desain filter. Hal ini disebabkan karena spektrum frekuensi dari gelombang Td, D, dan DW saling bersimpangan satu dengan lainnya.



Gambar 3.7 (a) Sinyal *carotid pulse* awal, (b) Sinyal *carotid pulse* setelah difilter, (c) Spektrum frekuensi sinyal *carotid pulse* setelah difilter, (d) Spektrum frekuensi gelombang perkusi berdasarkan segmentasi *window*.

Hasil proses prefilter sinyal PCG ditunjukkan pada Gambar 3.8 yang diwakili oleh subyek ke-10. Berdasarkan Gambar 3.8(a) menunjukkan bahwa sinyal S1 mempunyai spektrum daya yang terpusat pada 184,57 Hz dalam domain frekuensi dan 3,75-3,87 s dalam domain waktu, sedangkan sinyal S2 mempunyai spektrum daya yang terpusat pada 139,18 Hz dalam domain frekuensi dan 4,07-4,12 s dalam domain waktu. Sementara itu, hasil dari sinyal PCG yang telah terfilter ditunjukkan oleh Gambar 3.8(b). Sinyal S1 mempunyai spektrum daya yang terpusat pada 166,47 Hz dalam domain frekuensi dan 3,76-3,85 s dalam domain waktu, sedangkan sinyal S2 mempunyai spektrum daya yang terpusat pada 128,64 Hz dalam domain frekuensi dan 4,07-4,10 s dalam domain waktu.

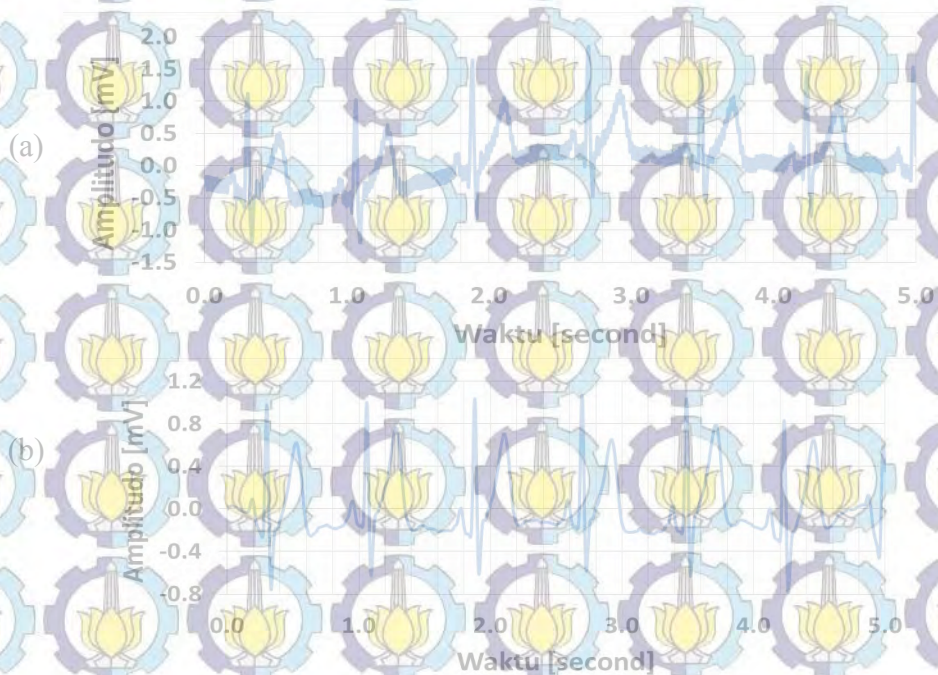


Gambar 3.8 (a) Sinyal PCG dalam domain waktu-frekuensi sebelum proses prefilter, dan (b) setelah proses prefilter.

Berdasarkan hasil dari ekstraksi sinyal dari PCG, menunjukkan bahwa sinyal PCG mempunyai frekuensi dominan pada sinyal S1 dan S2. Berdasarkan Gambar 3.8 menunjukkan bahwa spektrum frekuensi dari sinyal S1 dan S2 adalah saling berinterseksi satu dengan yang lain. Hasil dari analisis waktu-frekuensi pada Gambar 3.8(a) menunjukkan bahwa sinyal S1 dan S2 mempunyai *random noise* yang ditandai dengan warna kuning pucat pada gambar tersebut. *Random noise* ini dapat berasal dari pergerakan stetoskop yang menempel pada dada atau suara bising yang berada di ruangan saat perekaman data. Oleh karena itu, filter MAV zero-lag diperlukan untuk menghilangkan *random noise* yang terdapat dalam sinyal PCG. Analisis waktu-frekuensi dari sinyal PCG yang telah terfilter ditunjukkan pada Gambar 3.8(b). Pada Gambar 3.8(b) menunjukkan warna kuning

pucat yang terlihat lebih sedikit pada gambar. Hasil tersebut membuktikan bahwa *noise* telah dihilangkan.

Tahap berikutnya dalam proses prefilter adalah regresi polinomial yang bertujuan untuk menghilangkan *baseline wander*. Pada penelitian ini digunakan regresi polinomial orde 10. *Baseline wander* ini penting untuk dihilangkan agar sinyal dapat diolah pada proses berikutnya. Sinyal ECG yang mengandung *baseline wander* terdapat pada subyek ke-3. Gambar 3.9(a) menunjukkan sinyal perekaman yang mengandung *baseline wander*, sedangkan Gambar 3.9(b) menunjukkan hasil sinyal setelah proses filter MAV dan regresi polinomial. Berdasarkan Gambar 3.9(b) membuktikan bahwa regresi polinomial dapat menghilangkan *baseline wander* pada sinyal perekaman.



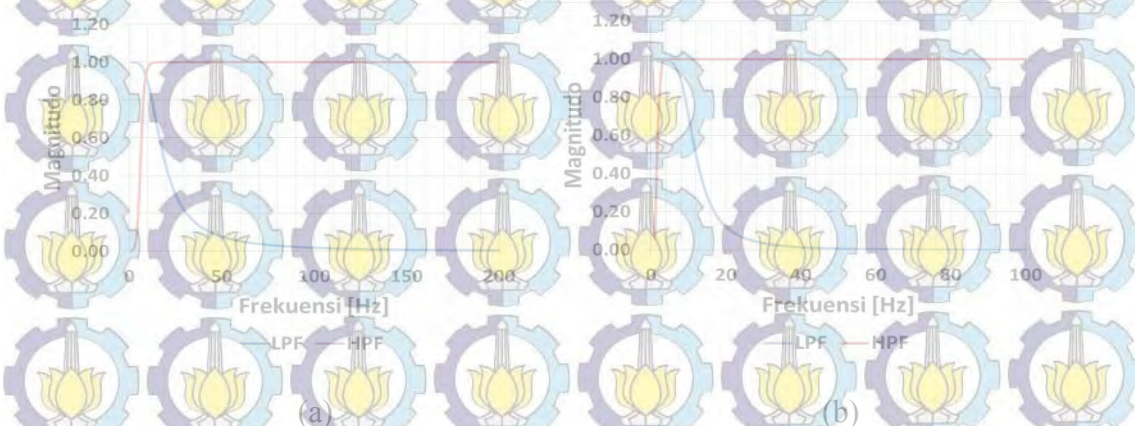
Gambar 3.9 (a) Sinyal ECG dengan *baseline wander*, (b) Sinyal ECG setelah regresi polinomial.

3.4.2 Hasil Filter Segmentasi

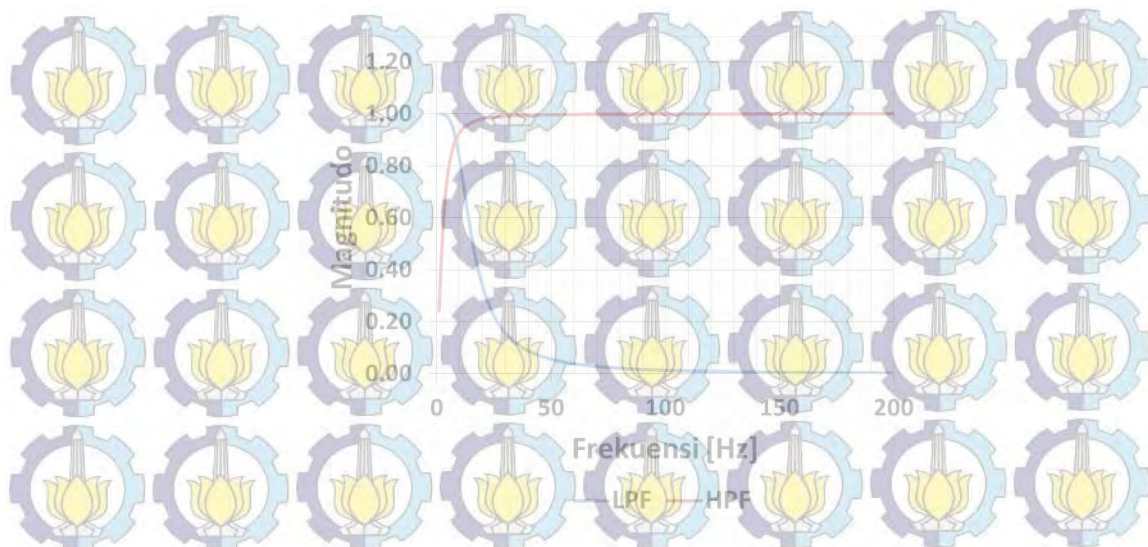
Filter segmentasi dalam sinyal ECG terdiri dari dua *channel*. Pada *channel* pertama dilakukan proses LPF dan HPF dalam bentuk *cascade*, sehingga membentuk respon *band pass*. Hasil respon frekuensi filter ECG *channel* pertama ditunjukkan pada Gambar 3.10(a). Berdasarkan Gambar 3.10(a), frekuensi *cut-off* dari LPF adalah 14 Hz dan frekuensi *cut-off* untuk HPF adalah 7 Hz. Kombinasi antara LPF dan HPF membentuk filter *band pass* dengan frekuensi tengah pada 8,85 Hz.

Pada *channel* kedua dalam filter segmentasi sinyal ECG dilakukan proses yang sama dengan *channel* pertama. Filter segmentasi terdiri dari LPF dan HPF dalam bentuk *cascade*. Hasil respon frekuensi filter ECG *channel* kedua ditunjukkan pada Gambar 3.10(b). Berdasarkan Gambar 3.10(b), frekuensi *cut-off* dari LPF adalah 10 Hz dan frekuensi *cut-off* untuk HPF adalah 2 Hz. Kombinasi antara LPF dan HPF membentuk filter *band pass* dengan frekuensi tengah pada nilai 4 Hz.

Pada proses filter segmentasi dalam sinyal *carotid pulse* terdiri dari LPF dan HPF dalam bentuk *cascade*, sehingga membentuk respon *band pass*. Hasil respon frekuensi filter *carotid pulse* ditunjukkan pada Gambar 3.11. Berdasarkan Gambar 3.11, frekuensi *cut-off* dari LPF adalah 12 Hz dan frekuensi *cut-off* untuk HPF adalah 4 Hz. Kombinasi antara LPF dan HPF membentuk filter *band pass* dengan frekuensi tengah pada 8,3 Hz.



Gambar 3.10. Hasil respon frekuensi desain filter ECG (a) *channel* pertama dan (b) *channel* kedua.

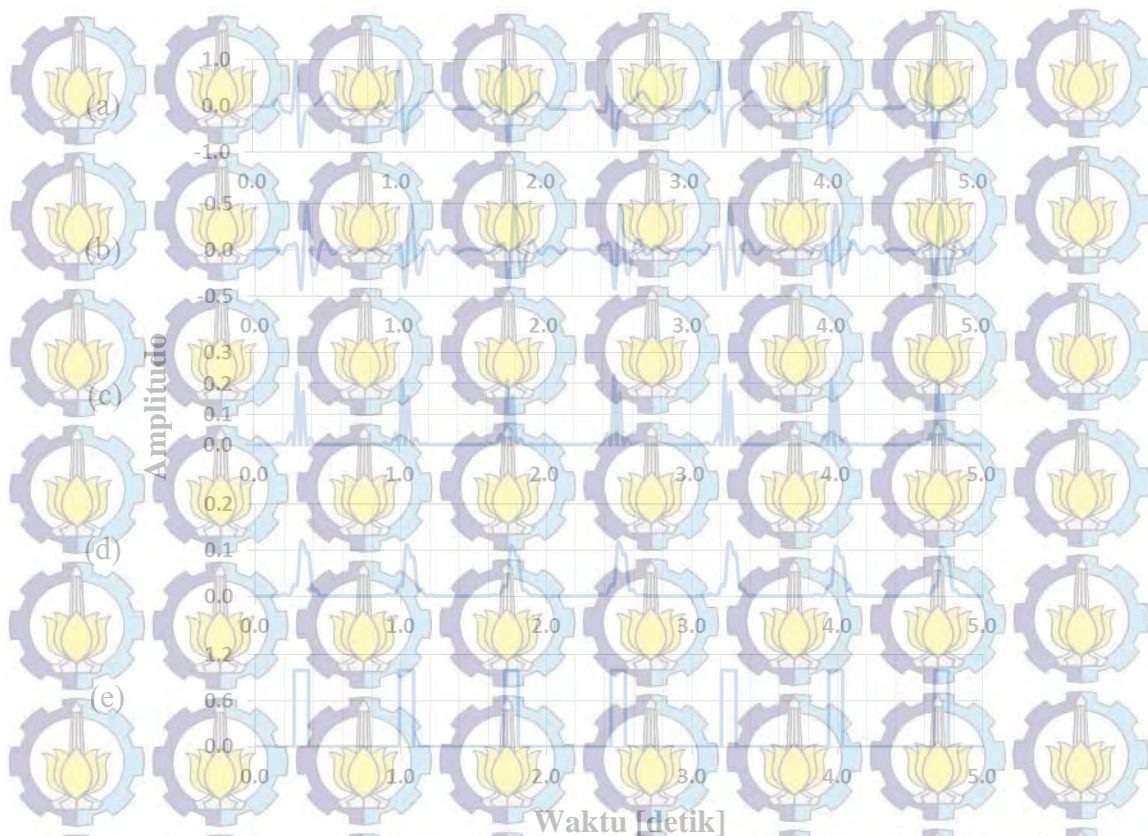


Gambar 3.11. Hasil respon frekuensi desain filter sinyal *carotid pulse*.

3.4.3 Hasil Ekstraksi Parameter

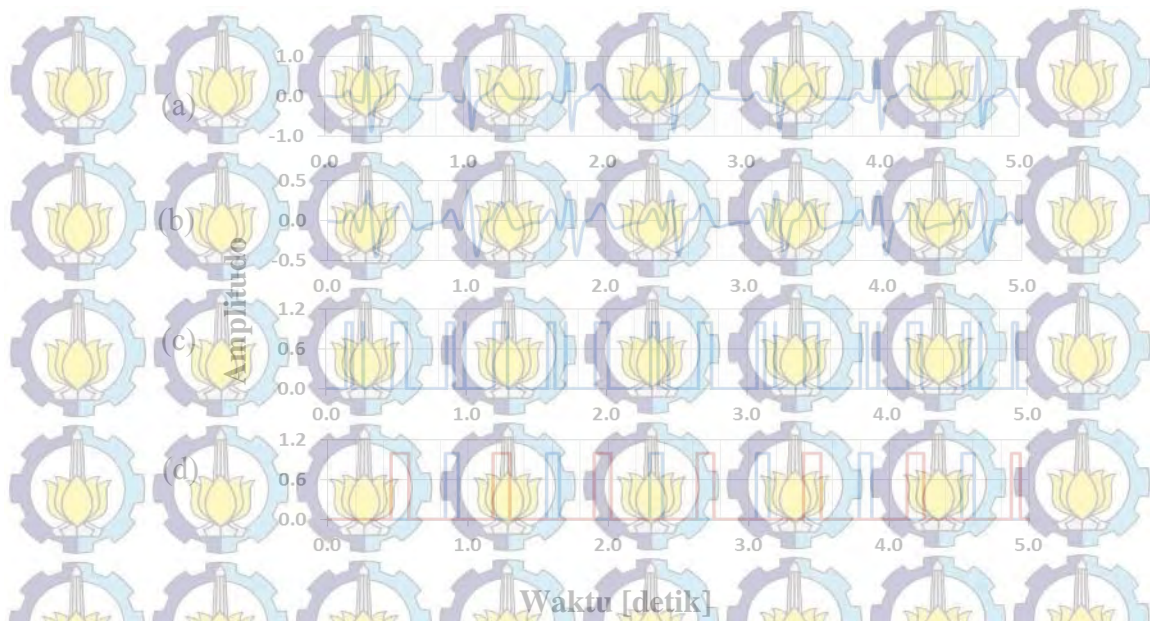
Linier envelope digunakan untuk mengurangi *ripple* yang disebabkan oleh penerapan fungsi kuadrat sehingga membentuk sinyal amplop. Lebar *window* linier envelope yang digunakan untuk channel pertama sinyal ECG dan sinyal PCG berturut-turut adalah 40 dan 55. Keluaran dari *linier envelope* kemudian digunakan untuk proses selanjutnya. Pada Gambar 3.12, 3.13, 3.14, dan 3.15 berturut-turut menunjukkan proses pengolahan sinyal ECG channel 1 dan 2, *carotid pulse*, dan PCG mulai dari proses prefilter, filter segmentasi, hingga ekstraksi parameter berdasarkan *framework* pengolahan sinyal.

Pada Gambar 3.12 menunjukkan proses ekstraksi sinyal ECG pada *channel* pertama. Gambar 3.12(a) menunjukkan hasil proses prefilter, terlihat bahwa *noise* pada sinyal tersebut sudah berkurang daripada sinyal perekaman. Hasil dari proses filter segmentasi yang terdiri dari konfigurasi LPF dan BPF ditunjukkan pada Gambar 3.12(b), dimana amplitudo sinyal P dan T menurun pada proses ini. Gambar 3.12(c) merupakan hasil fungsi kuadrat dari sinyal pada Gambar 3.12(b). *Linier envelope* pada Gambar 3.12(d) dapat mengurangi *ripple* dari hasil fungsi kuadrat. Gambar 3.12(e) menunjukkan hasil akhir dari ekstraksi parameter yang berupa pulsa QRS.

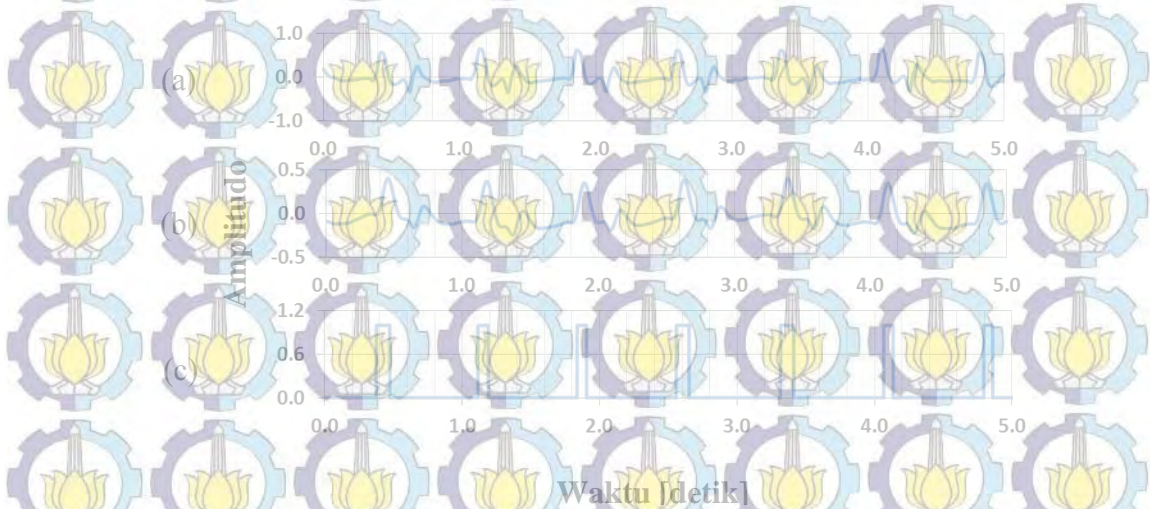


Gambar 3.12 Proses ekstraksi sinyal ECG *channel* 1: (a) prefilter, (b) filter segmentasi, (c) fungsi kuadrat, (d) *linier envelope*, dan (e) *thresholding*.

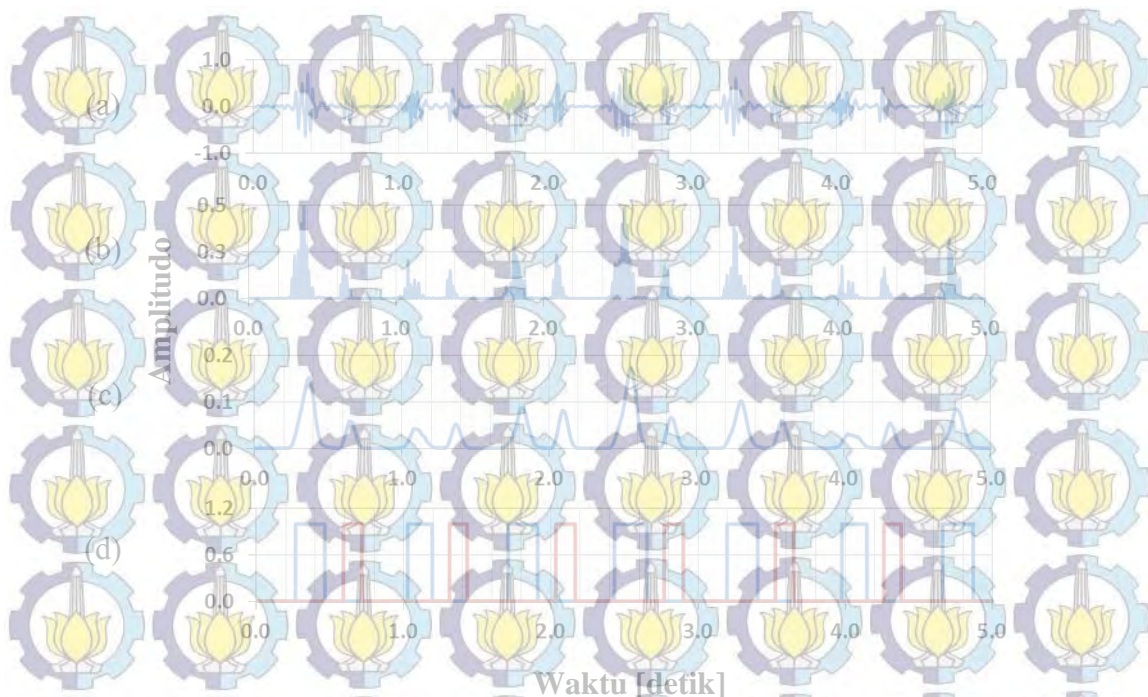
Pada Gambar 3.13 menunjukkan proses ekstraksi sinyal ECG pada *channel* kedua. Gambar 3.13(a) menunjukkan hasil proses prefilter. Hasil dari proses filter segmentasi yang terdiri dari konfigurasi LPF dan BPF ditunjukkan pada Gambar 3.13(b), dimana amplitudo sinyal QRS menurun pada proses ini. Gambar 3.13(c) merupakan hasil *thresholding* dari sinyal pada Gambar 3.13(b) yang masih mengandung pulsa QRS. Pulsa QRS yang masih muncul pada proses *thresholding* kemudian dikurangi dengan hasil pulsa QRS pada *channel* pertama kemudian dipisahkan sehingga membentuk pulsa P dan T pada Gambar 3.13(d).



Gambar 3.13. Proses ekstraksi sinyal ECG *channel 2*: (a) prefilter, (b) filter segmentasi, (c) *thresholding*, dan (d) pulsa P (biru) dan T (merah).



Gambar 3.14. Proses ekstraksi sinyal *carotid pulse*: (a) prefilter, (b) filter segmentasi, dan (c) pulsa perkusi.



Gambar 3.15. Proses ekstraksi sinyal PCG: (a) prefilter, (b) fungsi kuadrat, (c) *linier envelope*, dan (d) pulsa S1 (biru) dan S2 (merah).

Pada Gambar 3.14 menunjukkan proses ekstraksi sinyal *carotid pulse*.

Gambar 3.14(a) menunjukkan hasil proses prefilter. Hasil dari proses filter segmentasi yang terdiri dari konfigurasi LPF dan BPF ditunjukkan pada Gambar 3.14(b). Gambar 3.14(c) merupakan hasil *thresholding* dari sinyal pada Gambar 3.14(b), yang merupakan pulsa perkusi.

Pada Gambar 3.15 menunjukkan proses ekstraksi sinyal PCG. Pada Gambar 3.15(a) menunjukkan hasil proses prefilter. Gambar 3.15(b) merupakan hasil fungsi kuadrat dari sinyal pada Gambar 3.15(a). *Linier envelope* pada Gambar 3.15(c) dapat mengurangi *ripple* dari hasil fungsi kuadrat. Pada Gambar 3.15(d) menunjukkan hasil akhir dari ekstraksi parameter yang berupa pulsa S1 dan S2, dimana gelombang S1 ditentukan berdasarkan sinkronisasi dengan kompleks QRS pada sinyal ECG.

Sinyal ECG, *carotid pulse*, dan PCG yang ditampilkan secara bersamaan ditunjukkan pada Gambar 3.16. Hasil dari ekstraksi parameter sinyal ECG, *carotid pulse*, dan PCG menggunakan proses pengolahan sinyal digital ditunjukkan pada Tabel 3.1. Berdasarkan Tabel 3.1 dari subyek ke-1, hasil dari

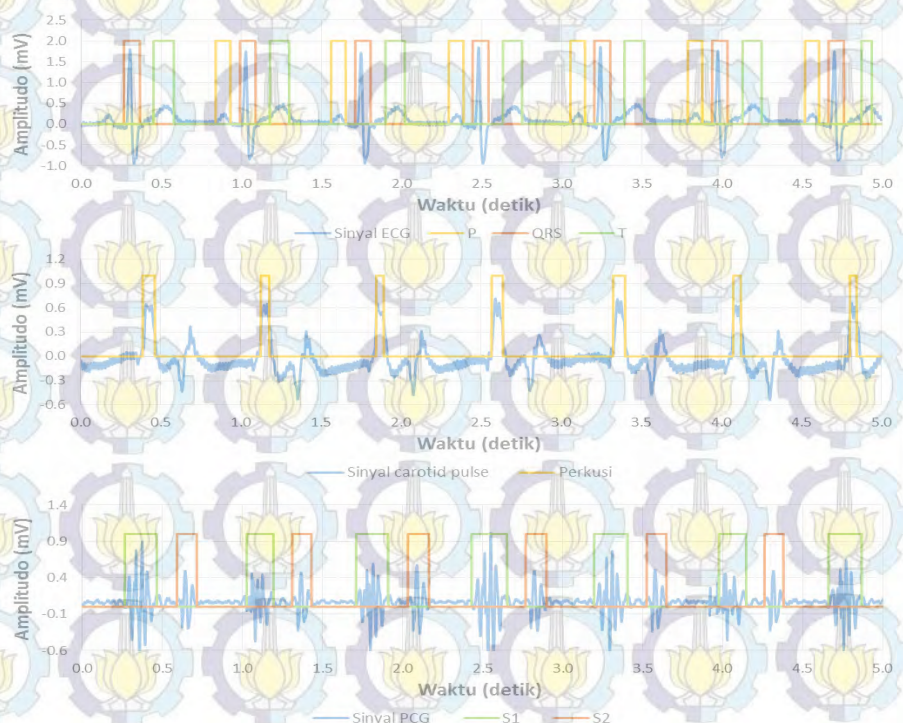
ekstraksi parameter sinyal ECG, antara lain *heartrate*, lebar QRS, interval PR, dan interval QT berturut-turut adalah $80,48 \pm 1,82$ bpm, $97,43 \pm 4,06$ ms, $117,47 \pm 4,49$ ms, dan $308,37 \pm 5,85$ ms. Hasil dari ekstraksi parameter sinyal *carotid pulse*, yaitu interval perkusi-S2 adalah $233,51 \pm 10,67$ ms. Hasil dari ekstraksi parameter sinyal PCG, antara lain lebar dan spektrum frekuensi S1, lebar dan spektrum frekuensi S2 berturut-turut adalah $170,83 \pm 7,34$ ms dan $111,86 \pm 26,93$ Hz, $71,39 \pm 16,44$ ms dan $110,46 \pm 12,01$ Hz.

Hasil akhir dari algoritma *framework*, antara lain diperoleh sensitivitas dan presisi dari setiap deteksi gelombang. Hasil dari pengujian sensitivitas dan presisi gelombang pada setiap subyek dengan nilai *threshold* sinyal ECG 0,20 dari amplitudo maksimal sinyal hasil filter ditampilkan pada Tabel 3.2. Pada sinyal ECG, sensitivitas dan presisi dari deteksi gelombang P adalah 83,98% dan 93,31%, sensitivitas dan presisi dari deteksi kompleks QRS adalah 100%, sensitivitas dan presisi dari deteksi gelombang T adalah 97,90% dan 99,70%. Pada sinyal *carotid pulse* diperoleh hasil uji sensitivitas dan presisi dari deteksi gelombang perkusi adalah 99,94% dan 98,41%. Sementara itu, pada sinyal PCG hasil dari uji sensitivitas dan presisi dari deteksi gelombang S1 adalah 99,56% dan 97,92%, sensitivitas dan presisi dari deteksi gelombang S2 adalah 93,23% dan 99,72%.

Pengujian untuk nilai *threshold* sinyal ECG yang berbeda ditunjukkan pada Tabel 3.3 dan 3.4. Hasil dari pengujian sensitivitas dan presisi gelombang pada setiap subyek dengan nilai *threshold* sinyal ECG 0,30 dari amplitudo maksimal sinyal hasil filter ditampilkan pada Tabel 3.3. Pada sinyal ECG, sensitivitas dan presisi dari deteksi gelombang P adalah 65,65% dan 82,64%, sensitivitas dan presisi dari deteksi kompleks QRS adalah 100%, sensitivitas dan presisi dari deteksi gelombang T adalah 90,42% dan 96,94%. Pada sinyal *carotid pulse* diperoleh hasil uji sensitivitas dan presisi dari deteksi gelombang perkusi adalah 99,94% dan 98,41%. Sementara itu, pada sinyal PCG hasil dari uji sensitivitas dan presisi dari deteksi gelombang S1 adalah 99,56% dan 97,92%, sensitivitas dan presisi dari deteksi gelombang S2 adalah 92,87% dan 99,63%.

Pada hasil dari pengujian sensitivitas dan presisi gelombang pada setiap subyek dengan nilai *threshold* sinyal ECG 0,40 dari amplitudo maksimal sinyal hasil filter ditampilkan pada Tabel 3.4. Pada sinyal ECG, sensitivitas dan presisi dari deteksi gelombang P adalah 29,95% dan 62,07%, sensitivitas dan presisi dari deteksi kompleks QRS adalah 100%, sensitivitas dan presisi dari deteksi gelombang T adalah 86,42% dan 94,37%. Pada sinyal *carotid pulse* diperoleh hasil uji sensitivitas dan presisi dari deteksi gelombang perkusi adalah 97,28% dan 98,41%. Sementara itu, pada sinyal PCG hasil dari uji sensitivitas dan presisi dari deteksi gelombang S1 adalah 98,56% dan 97,92%, sensitivitas dan presisi dari deteksi gelombang S2 adalah 91,78% dan 99,72%.

Pengujian nilai *threshold* sinyal ECG yang berbeda, yaitu 0,20, 0,30, dan 0,40 dari nilai amplitudo maksimal hasil filter, diperoleh sensitivitas dan presisi yang berbeda untuk deteksi gelombang pada sinyal ECG, PCG, dan *carotid pulse*. Hasil sensitivitas dan presisi yang paling baik diperoleh pada saat nilai *threshold* sinyal ECG sebesar 0,20 dari amplitudo maksimal sinyal hasil filter.



Gambar 3.16. Hasil sinyal ECG, *carotid pulse*, dan PCG.

Tabel 3.1. Hasil ekstraksi parameter.

No.	ECG				Carotid Pulse	PCG		Frekuensi PCG	
	Heart rate (bpm)	Lebar QRS (ms)	Interval PR (ms)	Interval QT (ms)	Interval Pc - S2 (ms)	Lebar S1 (ms)	Lebar S2 (ms)	S1 (Hz)	S2 (Hz)
1	80.48±1.82	97.43±4.06	117.47±4.49	308.37±5.85	233.51±10.67	170.83±7.34	71.39±16.44	111.86±26.93	110.46±12.01
2	87.13±2.28	111.66±5.06	82.36±1.72	331.26±15.12	221.36±8.31	205.23±11.02	143.80±14.20	151.58±38.03	147.16±21.72
3	74.78±3.69	99.48±5.27	104.85±7.58	315.29±8.66	277.79±74.78	148.80±7.71	69.43±17.54	131.02±27.82	126.86±29.73
4	74.86±2.76	101.10±8.82	113.35±10.10	329.00±16.06	188.03±20.33	161.16±21.37	172.55±12.73	140.55±26.60	146.26±24.60
5	75.60±1.60	95.52±5.53	154.96±12.64	306.24±18.40	231.05±22.25	217.38±15.78	126.68±3.85	126.76±12.50	106.84±5.68
6	77.42±2.95	93.61±11.09	110.00±10.53	316.71±20.22	188.81±8.52	171.02±15.04	138.64±10.57	144.25±9.27	164.72±12.34
7	79.98±2.23	98.84±5.68	135.35±8.37	319.34±8.24	233.41±46.17	203.65±26.75	125.91±24.69	125.36±26.22	125.70±36.77
8	63.31±2.16	96.54±3.99	189.69±81.25	323.93±9.75	193.02±9.17	169.49±9.86	172.99±6.77	140.83±24.74	136.43±28.84
9	83.72±2.18	92.05±10.84	121.48±13.43	309.53±8.33	184.24±6.89	190.28±5.99	123.74±9.21	164.21±14.29	145.29±31.27
10	77.09±3.73	89.86±9.65	129.29±24.90	330.37±7.19	226.77±72.73	193.55±14.94	119.51±6.68	176.62±16.19	136.63±29.56
11	95.92±2.53	96.70±7.98	99.05±4.50	296.88±6.45	201.48±82.42	234.21±11.75	161.07±21.69	97.48±9.67	141.10±13.67
12	71.67±1.55	96.72±5.84	155.98±23.02	301.22±25.01	207.97±45.35	141.03±3.04	129.53±14.00	140.87±7.36	153.28±22.36
13	89.49±3.82	96.10±7.78	121.05±11.15	298.53±5.69	170.05±9.94	141.16±10.18	120.01±5.86	136.55±10.15	171.93±21.00
14	70.56±2.07	95.92±10.16	113.67±13.71	330.48±17.41	239.45±77.80	177.75±22.45	138.46±11.58	133.65±11.81	140.41±35.77
15	82.20±3.72	94.72±5.34	109.01±7.28	296.78±4.60	214.62±65.87	157.06±14.29	152.15±8.97	135.53±7.65	141.40±16.89
16	81.27±3.79	95.04±6.53	119.27±9.73	298.26±12.91	220.95±60.42	190.17±39.39	173.33±20.22	133.01±11.19	132.59±24.12
17	75.85±4.11	92.54±19.54	117.42±18.94	317.84±11.07	201.55±16.42	163.83±9.16	161.80±7.52	133.24±11.02	165.23±21.55
18	83.18±2.42	100.75±2.66	113.70±5.49	280.20±4.97	177.41±9.76	200.76±7.18	126.64±14.16	129.64±13.80	157.04±27.84
19	60.49±1.98	113.63±2.44	0.00±0.00	341.74±35.68	195.16±10.81	224.42±9.16	160.63±13.03	117.58±16.85	133.08±29.89
20	64.39±2.82	98.55±7.40	109.54±6.92	322.67±22.50	218.84±15.92	180.97±9.00	118.91±8.22	141.29±12.67	176.63±134.81
21	73.93±3.38	108.97±8.86	87.37±12.80	352.17±14.67	212.68±14.76	152.31±10.23	134.87±12.59	136.72±10.23	154.61±18.95
22	108.69±2.93	103.17±12.32	121.72±8.06	267.75±7.11	147.64±8.55	155.03±12.58	143.03±10.05	137.37±7.39	139.73±12.71
23	86.63±11.97	89.80±16.08	100.69±7.91	317.32±15.34	197.13±11.87	158.80±17.98	123.49±13.51	135.36±10.94	152.52±13.17

Tabel 3.2. Sensitifitas dan presisi dengan threshold sinyal ECG 0,2 dari amplitudo filter.

No.	ECG						Carotid Pulse		PCG			
	P		QRS		T		Perkusi		S1		S2	
	Sensitivitas	Presisi	Sensitivitas	Presisi	Sensitivitas	Presisi	Sensitivitas	Presisi	Sensitivitas	Presisi	Sensitivitas	Presisi
1	90.38%	98.57%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	79.76%	100.00%
2	91.78%	96.07%	100.00%	100.00%	98.75%	97.50%	100.00%	98.75%	100.00%	100.00%	96.25%	100.00%
3	82.38%	98.33%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	92.80%	100.00%	100.00%	88.81%	100.00%
4	81.57%	94.67%	100.00%	100.00%	92.38%	100.00%	100.00%	96.07%	100.00%	98.57%	90.71%	98.33%
5	88.47%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	98.57%	100.00%	100.00%	93.57%	100.00%
6	86.19%	94.58%	100.00%	100.00%	96.90%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	94.05%	100.00%
7	85.71%	96.90%	100.00%	100.00%	98.57%	100.00%	100.00%	98.75%	100.00%	98.75%	84.29%	98.57%
8	87.67%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	98.00%	97.14%	94.33%	100.00%
9	86.43%	96.90%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	98.75%	100.00%	100.00%	93.21%	100.00%
10	88.57%	97.14%	100.00%	100.00%	95.48%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	98.57%	92.38%	100.00%
11	90.89%	97.78%	100.00%	100.00%	94.03%	100.00%	100.00%	100.00%	97.64%	94.15%	91.39%	100.00%
12	81.33%	94.29%	100.00%	100.00%	98.33%	97.50%	98.57%	98.57%	98.57%	100.00%	93.33%	100.00%
13	88.21%	100.00%	100.00%	100.00%	98.89%	100.00%	100.00%	100.00%	98.75%	100.00%	93.85%	100.00%
14	88.50%	100.00%	100.00%	100.00%	96.67%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	97.14%	96.67%	96.67%
15	91.37%	98.57%	100.00%	100.00%	94.46%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	94.46%	100.00%
16	92.62%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	98.57%	94.29%	100.00%
17	87.70%	90.28%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	98.57%	100.00%	100.00%	98.57%	100.00%
18	89.76%	98.57%	100.00%	100.00%	98.57%	100.00%	100.00%	98.75%	100.00%	98.75%	94.29%	100.00%
19	0.00%	0.00%	100.00%	100.00%	96.00%	98.00%	100.00%	100.00%	98.33%	73.87%	94.33%	100.00%
20	79.00%	98.33%	100.00%	100.00%	98.00%	100.00%	100.00%	94.05%	100.00%	96.67%	98.00%	100.00%
21	90.24%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	95.65%	100.00%	100.00%	98.57%	100.00%
22	93.45%	100.00%	100.00%	100.00%	98.89%	100.00%	100.00%	98.00%	100.00%	100.00%	97.89%	100.00%
23	89.40%	95.24%	100.00%	100.00%	95.71%	100.00%	100.00%	96.21%	98.57%	100.00%	91.37%	100.00%

Tabel 3.3. Sensitifitas dan presisi dengan *threshold* sinyal ECG 0,3 dari amplitudo filter.

No.	ECG						Carotid Pulse		PCG			
	P		QRS		T		Perkusi		S1		S2	
	Sensitivitas	Presisi	Sensitivitas	Presisi	Sensitivitas	Presisi	Sensitivitas	Presisi	Sensitivitas	Presisi	Sensitivitas	Presisi
1	62.50%	98.57%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	71.42%	100.00%
2	85.71%	96.07%	100.00%	100.00%	98.75%	97.50%	100.00%	98.75%	100.00%	100.00%	96.25%	100.00%
3	42.25%	71.43%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	92.80%	100.00%	100.00%	88.81%	100.00%
4	33.33%	54.95%	100.00%	100.00%	92.38%	100.00%	100.00%	96.07%	100.00%	98.57%	90.71%	98.33%
5	88.47%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	98.57%	100.00%	100.00%	93.57%	100.00%
6	83.33%	75.54%	100.00%	100.00%	83.33%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	94.05%	100.00%
7	83.33%	83.33%	100.00%	100.00%	98.57%	100.00%	100.00%	98.75%	100.00%	98.75%	84.29%	98.57%
8	87.67%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	98.00%	97.14%	94.33%	100.00%
9	79.86%	69.99%	100.00%	100.00%	95.80%	98.33%	100.00%	98.75%	100.00%	100.00%	93.21%	100.00%
10	88.57%	97.14%	100.00%	100.00%	95.48%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	98.57%	92.38%	97.87%
11	54.98%	49.33%	100.00%	100.00%	88.76%	97.49%	100.00%	100.00%	97.64%	94.15%	91.39%	100.00%
12	56.45%	77.31%	100.00%	100.00%	96.55%	96.59%	98.57%	98.57%	98.57%	100.00%	93.33%	100.00%
13	45.87%	100.00%	100.00%	100.00%	96.79%	99.98%	100.00%	100.00%	98.75%	100.00%	93.85%	100.00%
14	75.90%	100.00%	100.00%	100.00%	98.66%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	97.14%	96.67%	96.67%
15	36.77%	99.96%	100.00%	100.00%	94.46%	98.57%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	94.46%	100.00%
16	67.99%	84.39%	100.00%	100.00%	80.32%	89.33%	100.00%	100.00%	100.00%	98.57%	94.29%	100.00%
17	87.70%	90.28%	100.00%	100.00%	89.99%	97.88%	100.00%	98.57%	100.00%	100.00%	98.57%	100.00%
18	79.82%	98.57%	100.00%	100.00%	88.34%	99.01%	100.00%	98.75%	100.00%	98.75%	94.29%	100.00%
19	0.00%	0.00%	100.00%	100.00%	94.88%	96.89%	100.00%	100.00%	98.33%	73.87%	94.33%	100.00%
20	78.67%	98.33%	100.00%	100.00%	89.97%	100.00%	100.00%	94.05%	100.00%	96.67%	98.00%	100.00%
21	67.98%	88.96%	100.00%	100.00%	70.32%	89.32%	100.00%	95.65%	100.00%	100.00%	98.57%	100.00%
22	65.77%	77.55%	100.00%	100.00%	59.98%	70.98%	100.00%	98.00%	100.00%	100.00%	97.89%	100.00%
23	56.98%	95.24%	100.00%	100.00%	66.23%	97.66%	100.00%	96.21%	98.57%	100.00%	91.37%	100.00%

Tabel 3.4. Sensitifitas dan presisi dengan threshold sinyal ECG 0,4 dari amplitudo filter.

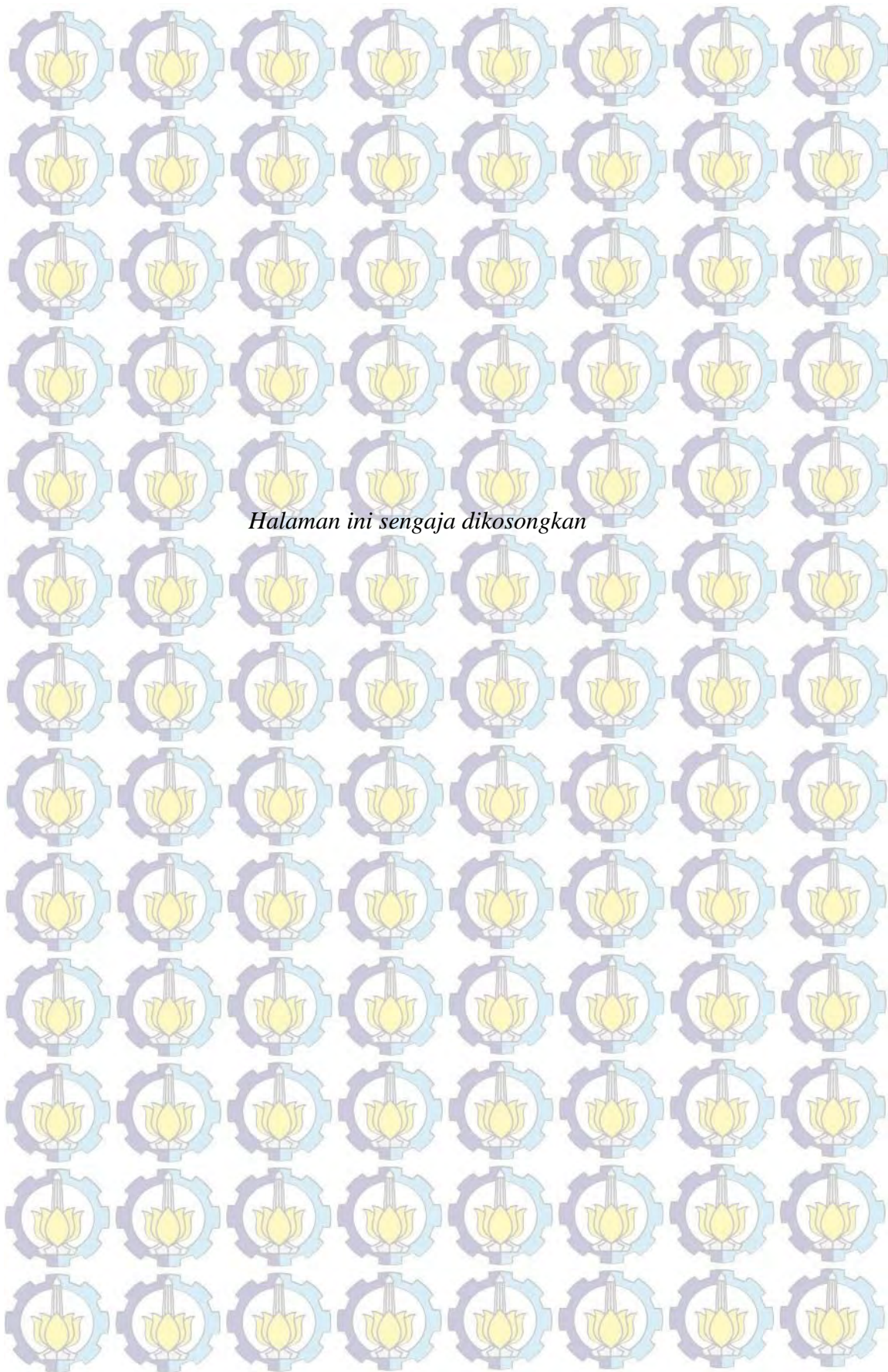
No.	ECG						Carotid Pulse		PCG			
	P		QRS		T		Perkusi		S1		S2	
	Sensitivitas	Presisi	Sensitivitas	Presisi	Sensitivitas	Presisi	Sensitivitas	Presisi	Sensitivitas	Presisi	Sensitivitas	Presisi
1	62.50%	98.57%	100.00%	100.00%	98.67%	98.77%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	71.42%	100.00%
2	85.71%	96.07%	100.00%	100.00%	95.32%	93.34%	100.00%	98.75%	100.00%	100.00%	87.50%	100.00%
3	0.00%	0.00%	100.00%	100.00%	99.86%	99.34%	85.71%	92.80%	100.00%	100.00%	85.71%	100.00%
4	0.00%	0.00%	100.00%	100.00%	83.33%	100.00%	100.00%	96.07%	100.00%	98.57%	90.71%	98.33%
5	88.47%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	98.57%	100.00%	100.00%	93.57%	100.00%
6	0.00%	0.00%	100.00%	100.00%	83.33%	100.00%	85.71%	100.00%	85.71%	100.00%	83.33%	100.00%
7	66.67%	96.90%	100.00%	100.00%	95.43%	100.00%	100.00%	98.75%	100.00%	98.75%	84.29%	98.57%
8	87.67%	100.00%	100.00%	100.00%	98.76%	100.00%	100.00%	100.00%	98.00%	97.14%	94.33%	100.00%
9	0.00%	0.00%	100.00%	100.00%	86.87%	95.89%	100.00%	98.75%	100.00%	100.00%	93.21%	100.00%
10	0.00%	0.00%	100.00%	100.00%	95.48%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	98.57%	92.38%	100.00%
11	0.00%	0.00%	100.00%	100.00%	88.56%	91.43%	100.00%	100.00%	88.89%	94.15%	88.89%	100.00%
12	33.33%	66.67%	100.00%	100.00%	87.32%	93.44%	98.57%	98.57%	98.57%	100.00%	93.33%	100.00%
13	8.06%	100.00%	100.00%	100.00%	93.25%	95.87%	100.00%	100.00%	98.75%	100.00%	93.85%	100.00%
14	16.67%	100.00%	100.00%	100.00%	98.66%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	97.14%	96.67%	96.67%
15	12.50%	98.57%	100.00%	100.00%	94.46%	98.57%	87.50%	100.00%	100.00%	100.00%	94.46%	100.00%
16	28.57%	79.84%	100.00%	100.00%	75.23%	85.49%	100.00%	100.00%	100.00%	98.57%	94.29%	100.00%
17	85.71%	88.87%	100.00%	100.00%	82.77%	93.21%	100.00%	98.57%	100.00%	100.00%	98.57%	100.00%
18	71.42%	98.57%	100.00%	100.00%	83.10%	97.56%	100.00%	98.75%	100.00%	98.75%	94.29%	100.00%
19	0.00%	0.00%	100.00%	100.00%	87.32%	92.49%	100.00%	100.00%	98.33%	73.87%	94.33%	100.00%
20	16.67%	98.33%	100.00%	100.00%	77.56%	93.29%	100.00%	94.05%	100.00%	96.67%	98.00%	100.00%
21	25.00%	76.54%	100.00%	100.00%	67.34%	79.32%	100.00%	95.65%	100.00%	100.00%	98.57%	100.00%
22	0.00%	33.42%	100.00%	100.00%	49.88%	69.32%	100.00%	98.00%	100.00%	100.00%	97.89%	100.00%
23	0.00%	95.24%	100.00%	100.00%	65.23%	93.29%	80.00%	96.21%	98.57%	100.00%	91.37%	100.00%

3.5 Ringkasan *Framework* Pengolahan Sinyal

Pada bab ini, sinyal ECG, *carotid pulse*, dan PCG diekstraksi menggunakan *framework* pengolahan sinyal sehingga menghasilkan nilai ekstraksi parameter yang penting. Teknik pengolahan sinyal tingkat lanjut digunakan dalam ekstraksi parameter untuk menghasilkan parameter jantung yang penting dari sinyal ECG, *carotid pulse*, dan PCG. Berdasarkan penelitian, hasil sensitivitas dan presisi pada pengujian *threshold* PT yang berbeda, diperoleh nilai *threshold* 0,2 untuk mendapatkan sensitivitas dan presisi yang paling baik. Pada sinyal ECG diperoleh sensitivitas dan presisi dari deteksi gelombang P adalah 83,98% dan 93,31%, sensitivitas dan presisi dari deteksi kompleks QRS adalah 100%, sensitivitas dan presisi dari deteksi gelombang T adalah 97,90% dan 99,70%.

Ekstraksi parameter sinyal PCG dilakukan dengan menggunakan sinkronisasi sinyal ECG dimana sinyal S1 terjadi secara simultan dengan kompleks QRS. Sinyal S1 dan S2 tidak dapat dipisahkan melalui proses filter segmentasi. Hal ini disebabkan karena frekuensi sinyal S1 dan S2 saling berhimpitan satu dengan lainnya yang ditunjukkan pada hasil analisis waktu-frekuensi menggunakan *Continuous Wavelet Transform*. Hasil dari *framework* ini dapat memisahkan sinyal S1 dan S2. Pada sinyal PCG hasil dari uji sensitivitas dan presisi dari deteksi gelombang S1 adalah 99,56% dan 97,92%, sensitivitas dan presisi dari deteksi gelombang S2 adalah 93,23% dan 99,72%.

Ekstraksi parameter untuk sinyal *carotid pulse* menghasilkan interval gelombang perkusi-S2. Berdasarkan penelitian, pada sinyal *carotid pulse* diperoleh hasil uji sensitivitas dan presisi dari deteksi gelombang perkusi adalah 99,94% dan 98,41%.



BAB 4

KLASIFIKASI JANTUNG NORMAL DAN ABNORMAL BERDASARKAN EKSTRAKSI PARAMETER

4.1 Pendahuluan Klasifikasi Jantung Normal dan Abnormal

Pada Bab 3 telah dijelaskan metode *framework* untuk mendeteksi gelombang P, QRS, dan T pada sinyal ECG. Metode tersebut berdasarkan pada proses filter IIR butterworth, yang merupakan metode klasik. Namun, terdapat beberapa masalah dengan penggunaan metode klasik ini (Bahoura dkk, 1997). Pertama, untuk pasien yang berbeda dan dapat pula terjadi pada pengukuran pasien yang sama, *bandwidth* dari kompleks QRS dapat berbeda. Kedua, jangkauan *bandwidth* antara *noise* dengan kompleks QRS dapat terjadi *overlap*.

Gelombang P merupakan gelombang dari sinyal ECG yang memiliki amplitudo kecil sehingga sulit untuk dideteksi. Pada beberapa kelainan jantung, gelombang P membentuk morfologi yang berbeda. Oleh karena itu, pendekatan metode lain diperlukan untuk mendeteksi morfologi gelombang P, QRS, dan T yang beragam. Pada bab ini menghasilkan upaya tindak lanjut dari analisis dan klasifikasi kondisi jantung berdasarkan ekstraksi parameter. *Discrete Wavelet Transform* (DWT) memanfaatkan proses dekomposisi sinyal untuk mendeteksi kehadiran gelombang. Pada perkembangan metode DWT dikembangkan algoritma *filter bank*, dimana terjadi proses *downsampling* pada setiap skala yang dapat ditunjukkan dengan *bandwidth* semakin menyempit.

Setelah diperoleh nilai ekstraksi parameter, dilakukan proses klasifikasi jantung normal dan abnormal dengan menggunakan metode Bayesian. Pengujian hipotesis sekuensial dikembangkan dengan menambah data uji hingga tercapai keputusan normal atau abnormal dari jantung. Teori ini berdasarkan pada prosedur pengujian sekuensial Wald (Thakor dkk, 1990). Keunggulan dari pengujian ini adalah dapat dilakukan pengambilan keputusan walaupun data uji berada di daerah *overlapping*.

4.2 Metode

Pada sub bab ini akan dijelaskan dua topik bahasan, yaitu metode *Discrete Wavelet Transform* (DWT) dan klasifikasi jantung normal-abnormal. Penjelasan untuk setiap metode akan dijelaskan sebagai berikut.

4.2.1 Metode DWT Untuk Ekstraksi Ciri Sinyal ECG

Pada *framework* metode DWT, ekstraksi ciri dari sinyal ECG dalam mendeteksi gelombang P, QRS, dan T menggunakan algoritma *filter bank*. *Filter bank* merupakan proses dekomposisi sinyal berdasarkan komponen frekuensi yang terkandung di dalamnya dengan cara mempersempit *bandwidth* filter pada setiap level dekomposisi.

Bahoura dkk pada tahun 1997 melakukan penelitian ekstraksi gelombang P, QRS, dan T pada sinyal ECG dengan frekuensi sampling 250 Hz. Berdasarkan penelitiannya diperoleh ekstraksi gelombang QRS pada dekomposisi level 1 hingga 5, gelombang T pada dekomposisi level 4 dan 5, serta gelombang P pada dekomposisi level 4. Perbedaan penelitian ini dibandingkan dengan penelitian yang dilakukan oleh Bahoura dkk adalah terletak pada frekuensi sampling ECG.

Implementasi DWT dapat dilakukan dengan cara melakukan proses *downsampling* sinyal masukan pada setiap level dekomposisi dan melewati sinyal tersebut pada LPF (*Low Pass Filter*) dan HPF (*High Pass Filter*). Pada DWT, LPF dinotasikan dengan $h[n]$ dimana sinyal keluarannya disebut sebagai *detail* dan HPF dinotasikan dengan $g[n]$ dimana sinyal keluarannya disebut sebagai *approximation*. Koefisien h_p dan g_p merupakan filter digital FIR yang dapat diimplementasikan pada pemrosesan sinyal digital dengan mudah. Fungsi transfer dari $H(\omega)$ dan $G(\omega)$ ditunjukkan pada Persamaan 4.1 dan 4.2,

$$H(\omega) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} h(k) e^{-ik\omega} \quad (4.1)$$

$$G(\omega) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} g(k) e^{-ik\omega} \quad (4.2)$$

dimana $H(\omega)$ dan $G(\omega)$ adalah respon frekuensi untuk *low pass filter* dan *high pass filter*.

Filter FIR yang digunakan untuk melakukan proses pemfilteran sinyal masukan dibentuk dari perkalian antara $H(\omega)$ dan $G(\omega)$. Interpretasi proses dekomposisi sinyal pada Algoritma Mallat dapat dijelaskan dengan lebih mudah dengan *filter bank*. Algoritma Mallat dan *filter bank* adalah ekivalen dan dapat dihubungkan oleh persamaan matematis seperti Persamaan 4.3,

$$Q_j(\omega) = \begin{cases} G(\omega) & j = 1 \\ G(2\omega)H(\omega) & j = 2 \\ G(2^{j-1}\omega)H(2^{j-2}\omega) \dots H(\omega) & j > 2 \end{cases} \quad (4.3)$$

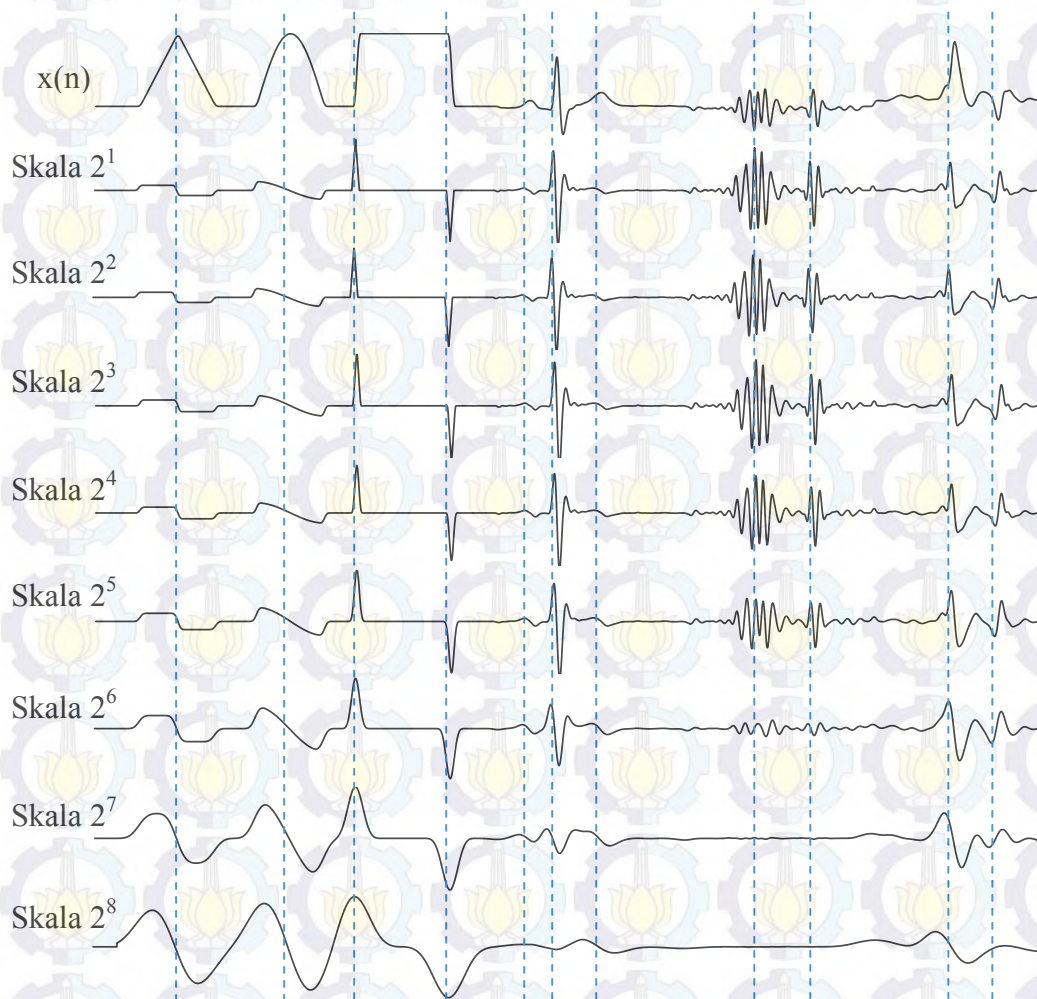
dimana $Q_j(\omega)$ adalah digital filter FIR dengan fase linier.

Frekuensi tengah dari filter $Q_j(\omega)$ bergantung pada frekuensi sampling pengolahan sinyal. Pada penelitian ini digunakan frekuensi sampling sinyal ECG sebesar 1000 Hz sehingga untuk menghasilkan ekstraksi gelombang P, QRS, dan T tidak cukup dengan dekomposisi hingga skala 5. Pada frekuensi sampling 250 Hz, respon frekuensi $Q_j(\omega)$ skala 5 berada pada frekuensi tengah 2 Hz. Pada frekuensi sampling 1000 Hz, frekuensi tengah 2 Hz berada pada dekomposisi skala 8.

Pada Gambar 4.1 menunjukkan gelombang segitiga jika ditransformasi wavelet hingga dekomposisi 8. Setiap gelombang bersesuaian dengan pasangan positif-negatif dari $W_2^j f(x)$ pada skala yang berbeda. Jika puncak gelombang simetris terhadap puncaknya, seperti pada Gambar 4.1, maka puncak tersebut bersesuaian dengan titik *zero-crossing* dari pasangan positif-negatif gelombang dengan delay $T_j = 2^{j-1} - 1$.

Pada frekuensi sampling 1000 Hz, transformasi wavelet didekomposisi pada skala 2^j ($j=1 \dots 8$) yang meliputi spektrum daya ECG. Hasil sinyal dekomposisi transformasi wavelet di skala rendah mencerminkan komponen sinyal frekuensi tinggi, dan sebaliknya di skala tinggi mencerminkan komponen sinyal frekuensi rendah. Tompkins menemukan bahwa spektrum frekuensi kompleks QRS berada antara 5-15 Hz, sedangkan gelombang P-T memiliki spektrum frekuensi kurang dari 5 Hz. Penemuan ini mendasari desain algoritma

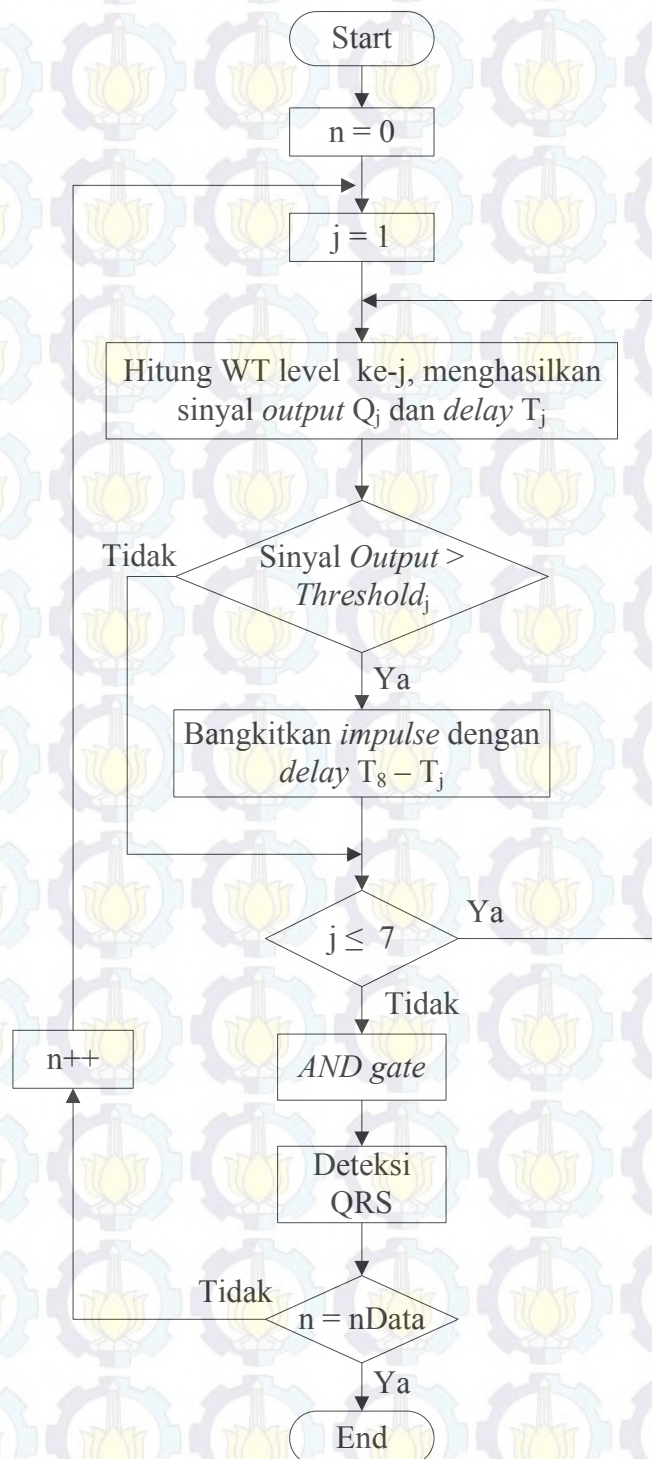
dalam mendeteksi energi kompleks QRS, gelombang T, dan gelombang P pada setiap dekomposisi skala *filter bank*.



Gambar 4.1. Hubungan antara titik puncak gelombang dengan *zero crossing* pada transformasi wavelet di skala yang berbeda.

4.2.1.1 Deteksi Kompleks QRS

Algoritma deteksi kompleks QRS ditunjukkan pada Gambar 4.2. Lokasi kompleks QRS diperoleh dengan kehadiran pasangan puncak dari transformasi wavelet pada setiap skala 2^j ($j=1...7$). Proses ini dapat mendeteksi kehadiran kompleks QRS secara bersamaan pada setiap skala dengan memperhitungkan *delay*. Posisi R pada kompleks QRS dapat ditandai melalui proses *zero crossing* di setiap skala 1 hingga 7.



Gambar 4.2. Algoritma deteksi QRS.

Berdasarkan algoritma pada Gambar 4.2, proses deteksi QRS terdiri dari beberapa langkah :

- 1) Transformasi wavelet dihitung pada *filter bank* skala 1 hingga 7.
- 2) Sinyal hasil transformasi wavelet pada setiap skala *filter bank* akan dibandingkan dengan nilai *threshold* di setiap skalanya. Proses ini merupakan *zero crossing*. Apabila sinyal keluaran lebih besar dari nilai *threshold*, maka akan dibangkitkan pulsa *high* dengan delay T_8-T_j .
- 3) Pulsa yang dihasilkan pada setiap skala *filter bank* dimasukkan ke dalam gerbang logika AND untuk mendeteksi lokasi QRS.
- 4) Apabila n sama dengan jumlah data, maka proses berakhir. Apabila n belum mencapai jumlah data, maka proses kembali pada langkah 1.

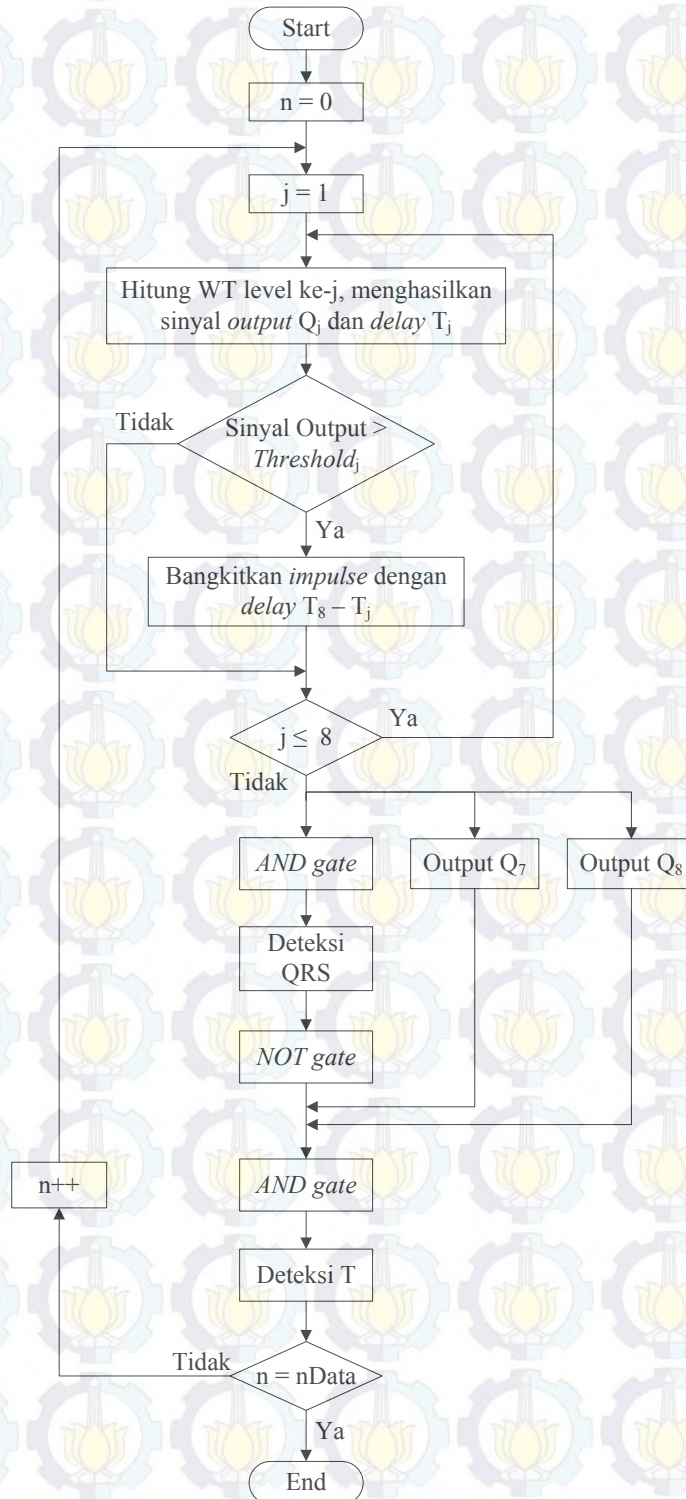
4.2.1.2 Deteksi Gelombang T

Gelombang T dari sinyal ECG hadir pada transformasi wavelet di skala 2^7 dan 2^8 . Namun, pada skala tersebut kompleks QRS juga menghasilkan kehadiran pasangan puncak dari hasil filter transformasi wavelet. Masalah yang ditimbulkan disini adalah bagaimana memisahkan pasangan puncak yang bersesuaian dengan gelombang T dari kompleks QRS. Solusi dari permasalahan ini dapat dipecahkan dengan algoritma deteksi gelombang T yang ditunjukkan pada Gambar 4.3.

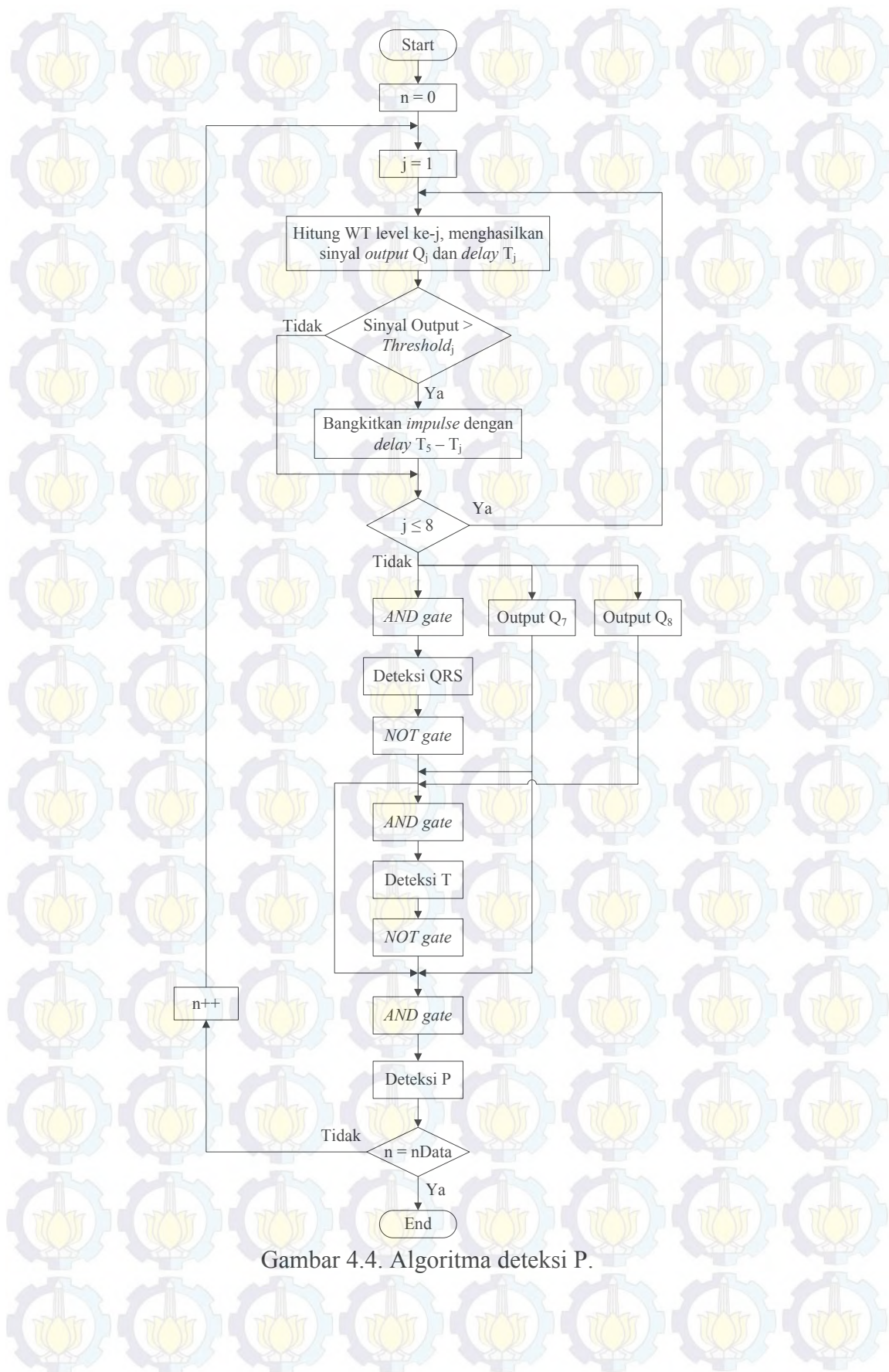
Algoritma deteksi gelombang T terdiri dari beberapa langkah :

- 1) Transformasi wavelet dihitung pada *filter bank* skala 1 hingga 8.
- 2) Sinyal hasil transformasi wavelet pada setiap skala dari *filter bank* akan dibandingkan dengan nilai *threshold* pada setiap skalanya. Apabila sinyal keluaran filter lebih besar dari nilai *threshold*, maka akan dibangkitkan pulsa *high* dengan delay T_8-T_j .
- 3) Pulsa yang dihasilkan pada setiap skala *filter bank* dimasukkan ke dalam gerbang AND untuk menghasilkan deteksi QRS. Hasil pulsa deteksi QRS ini kemudian dimasukkan ke dalam gerbang NOT untuk menghasilkan pulsa negasi deteksi QRS.
- 4) Pulsa negasi QRS bersama pulsa yang dihasilkan pada *filter bank* skala 7 dan 8 dimasukkan ke dalam gerbang AND untuk menghasilkan pulsa deteksi gelombang T.

- 5) Apabila n sama dengan jumlah data, maka proses berakhir. Apabila n belum mencapai jumlah data, maka proses kembali pada langkah 1.



Gambar 4.3. Algoritma deteksi T.



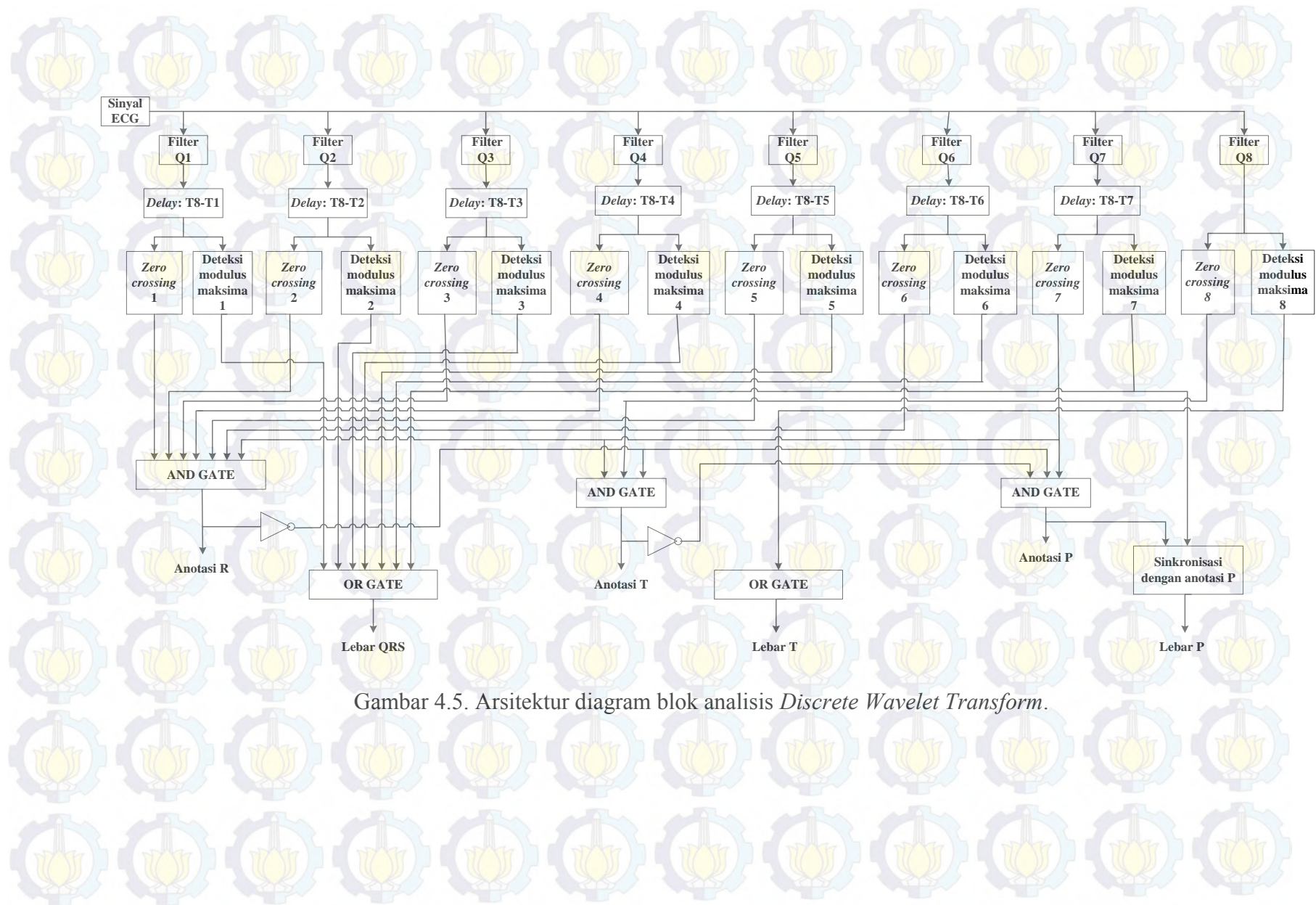
Gambar 4.4. Algoritma deteksi P.

4.2.1.3 Deteksi Gelombang P

Setelah mendesain algoritma untuk deteksi gelombang QRS dan T, maka cara yang sama diterapkan untuk deteksi gelombang P dengan memanfaatkan kehadiran dari pasangan puncak positif-negatif pada skala 2^7 . Pasangan puncak ini dibandingkan dengan nilai *threshold* pada skala 2^7 dan hasil pulsa yang tidak bersesuaian dengan kompleks QRS maupun gelombang T merupakan deteksi gelombang P. Algoritma deteksi P yang ditunjukkan pada Gambar 4.4 terdiri dari beberapa langkah :

- 1) Transformasi wavelet dihitung pada *filter bank* skala 1 hingga 8.
- 2) Sinyal hasil transformasi wavelet pada setiap skala *filter bank* akan dibandingkan dengan nilai *threshold* pada setiap skalanya. Apabila sinyal filter lebih besar dari nilai *threshold*, maka akan dibangkitkan pulsa *high* dengan *delay* T_8-T_j .
- 3) Pulsa negasi deteksi QRS bersama pulsa negasi deteksi T yang telah dihasilkan sebelumnya dimasukkan bersama dengan hasil filter pada skala 2^7 ke dalam gerbang AND untuk menghasilkan pulsa deteksi P.
- 4) Apabila n sama dengan jumlah data, maka proses berakhir. Apabila n belum mencapai jumlah data, maka proses kembali pada langkah 1.

Desain tiga algoritma yang telah dirancang pada Gambar 4.2, 4.3, dan 4.4 dapat dihubungkan secara paralel seperti pada Gambar 4.5. Pada setiap hasil filter $Q_j(\omega)$, setiap puncak gelombang bersesuaian dengan *zero crossing* dari pasangan puncak positif-negatif, dimana pasangan puncak dari hasil wavelet disebut dengan modulus maksima yang menunjukkan lebar gelombang P, QRS, atau T (Bahoura dkk, 1997; Martinez dkk, 2004). Hasil *zero crossing* hanya menentukan lokasi gelombang QRS, T, dan P, sedangkan lebar gelombang tersebut diwakili oleh modulus maksima yang hadir pada setiap skala *filter bank*. Modulus maksima dapat dideteksi dengan menghitung gradien sinyal pada setiap skala sebagai *threshold*. Amplitudo yang lebih tinggi daripada *threshold* di setiap skalanya akan dibangkitkan pulsa *high*.



Gambar 4.5. Arsitektur diagram blok analisis *Discrete Wavelet Transform*.

4.2.2 Klasifikasi Jantung Normal dan Abnormal

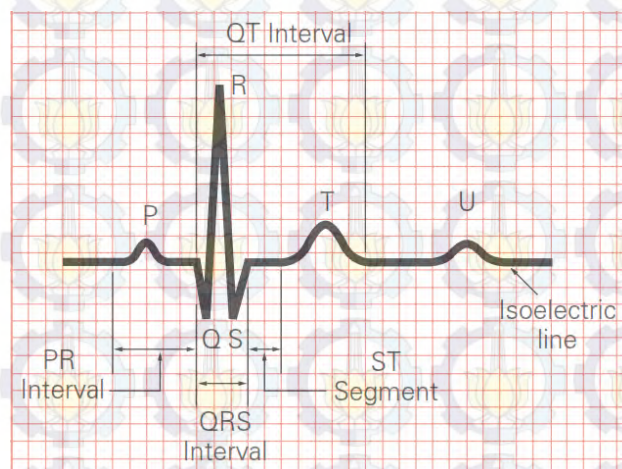
Sinyal ECG, PCG, dan *carotid pulse* dapat diklasifikasikan secara normal dan abnormal. Pengklasifikasian tersebut berdasarkan pada karakteristik sinyal masing-masing yang dapat diukur berdasarkan durasi waktu. Setelah diketahui variabel tersebut maka dapat diketahui probabilitas aturan normal dan tidak normal berdasarkan aturan. Pada proses pengambilan keputusan, metode dibagi menjadi tiga tahapan, antara lain pembentukan *probability density function* berdasarkan aturan normal dan abnormal, pengujian hipotesis sekuensial, dan pengambilan keputusan multimodal dengan Naive Bayesian.

4.2.2.1 Aturan ECG, PCG, dan Carotid Pulse Normal dan Abnormal

a) Aturan Sinyal ECG Normal dan Abnormal

Pengenalan variasi gambaran ECG normal merupakan dasar pengenalan rekaman sinyal yang tidak normal. Hasil perekaman sinyal ECG umumnya dicetak dalam sebuah kertas kotak-kotak yang menghasilkan elektrokardiogram seperti yang ditunjukkan pada Gambar 4.6.

Kotak-kotak pada kertas berkaitan dengan besarnya amplitudo (skala sumbu y) dan durasi waktu (skala sumbu x). Kecepatan yang digunakan untuk mencetak hasil sinyal ECG di atas kertas adalah 25 mm/detik (Pakpahan, 2012). Ukuran kotak kotak kecil pada elektrokardiogram adalah 1 mm sehingga pada 1 kotak kecil memiliki durasi 0,04 detik.



Gambar 4.6. Karakteristik dan ekstraksi parameter sinyal ECG.

Sinyal ECG dapat dikatakan normal berdasarkan pada karakteristik gelombang, segmen, dan intervalnya. Berdasarkan Gambar 4.6, karakteristik dari sinyal ECG secara umum terbagi menjadi gelombang P, QRS dan T yang masing-masing memiliki durasi waktu dan morfologi. Segmen dapat diartikan sebagai garis horizontal di antara dua gelombang, sedangkan interval merupakan jarak antara awal gelombang dengan awal atau akhir gelombang berikutnya.

Karakteristik ECG normal dapat dikategorikan sebagai sinyal ritme sinus normal. Ritme atau irama jantung normal dikendalikan oleh simpul SA (sinoatrial) yang terletak di atrium kanan dekat muara vena kava superior. Irama/ritme ini disebut sebagai irama sinus normal yang dalam keadaan basal mencetuskan potensial aksi 60-100 bpm (*beat per minutes*).

Adapun karakteristik ritme sinus normal (Jones, 2008):

- a) Kecepatan : 60-100 bpm
- b) Ritme : Regular
- c) Gelombang P : Tegak dan seragam
- d) Interval PR : 0,12-0,20 detik
- e) Interval QRS : 0,05-0,11 detik
- f) Interval QT : < 0,46 detik

Sementara itu, karakteristik sinyal ECG abnormal (Jones, 2008) :

- a) Kecepatan : <60 bpm (Bradycardia)
 >100 bpm (Tachycardia)
- b) Interval PR : <0,12 detik (Atrial tachycardia)
 >0,20 detik (First degree AV block)
- c) Lebar QRS : >0,10 detik (Idioventricular rhythm)
- d) Interval QT : >0,46 detik (Hypokalemia)

b) Aturan Sinyal PCG Normal dan Abnormal

Sinyal PCG merupakan rekaman sinyal suara jantung hasil vibrasi yang terkait dengan aktivitas mekanik sistem kardiovaskular. Bunyi jantung normal memberikan indikasi keadaan umum jantung mengenai ritme dan kontraktilitas yang normal, sedangkan bunyi jantung abnormal menyebabkan adanya suara tambahan pada jantung yang disebut dengan murmur. Pada siklus jantung normal

terdiri dari dua suara jantung, yaitu suara jantung pertama (S1) dan suara jantung kedua (S2). Suara jantung pertama (S1) terjadi pada awal kontraksi ventrikel dan terjadi bersesuaian dengan kompleks QRS pada sinyal ECG (Rangayyan, 2002; Stein, 1994), sedangkan suara jantung kedua (S2) disebabkan oleh penutupan katup semilunar.

Interval antara S1 dengan S2, dan S2 ke S1 siklus berikutnya pada keadaan normal umumnya diam. Pada keadaan abnormal jantung, murmur dapat timbul pada interval tersebut. Murmur merupakan *noise* frekuensi tinggi yang terjadi ketika kecepatan aliran darah tinggi akibat mengalir melalui pembuluh darah yang menyempit yang menyebabkan turbulensi aliran darah.

Pendeteksian sinyal PCG normal seperti yang dilakukan penelitian sebelumnya (Santos dkk., 2001) diketahui bahwa interval sinyal S1 dengan S2 minimal sebesar 140 ms dengan kondisi tidak terjadi murmur. Sinyal S1 harus terjadi setelah terbentuknya kompleks QRS pada sinyal ECG dan sinyal S2 terjadi setelah terbentuknya gelombang T pada sinyal ECG.

Pada sinyal PCG normal, S1 memiliki energi yang terpusat pada rentang 100-150 Hz dan S2 memiliki energi terpusat pada rentang 50-250 Hz yang terdistribusi secara merata (Vikhe dkk., 2009). Pada jantung normal, S1 mencakup komponen spektral frekuensi tunggal dari energi dan durasinya 0,04-0,15 s. Pada kondisi jantung abnormal, spektrum energi frekuensinya menampilkan lebih dari satu dan durasinya lebih lebar daripada kondisi S1 normal. Demikian halnya dengan penampakan S2 pada jantung normal menggambarkan spektrum energi frekuensi yang seragam dan durasinya 0,03-0,12 s.

Kondisi abnormal S2 menunjukkan spektrum energi frekuensi yang tidak terdistribusi secara seragam dan durasinya lebih lama. Pada kondisi normal, magnitudo energi sinyal S1 lebih tinggi dibandingkan dengan S2, sedangkan pada kondisi abnormal sinyal S2 memiliki magnitudo yang lebih lebar dibandingkan dengan S1.

Tabel 4.1. Aturan Sinyal S1 dan S2.

	Normal		Abnormal	
	S1	S2	S1	S2
Frekuensi	Tunggal (100-150 Hz)	Tunggal (50-250 Hz)	Tidak tunggal	
Durasi waktu	0,04 - 0,15 s	0,03 - 0,12 s	Lebih lama	
Magnitudo Energi	S1 lebih tinggi daripada S2		S2 lebih lebar daripada S1	

Sumber : Vikhe dkk., 2009

Kondisi abnormal sinyal PCG (Boutana, 2011) ditunjukkan dengan parameter sebagai berikut :

- a) Lebar S1 : >0.20 s (*Early aortic stenosis*)
- b) Lebar S2 : >0.12 s (*Late aortic stenosis*)
- c) Frekuensi S1 : >150 Hz (Murmur)
- d) Frekuensi S2 : >250 Hz (Murmur)

c) Aturan Sinyal *Carotid Pulse* Normal dan Abnormal

Sinyal *carotid pulse* menunjukkan variasi tekanan darah arteri dan volume setiap denyut jantung. *Carotid pulse* dapat digunakan untuk mengidentifikasi sinyal suara jantung kedua (S2). Karakteristik sinyal *carotid pulse* terdiri dari gelombang P (*percussion*), T (*tidal*), D (*dicrotic notch*) dan DW (*dicrotic*).

Sinyal *carotid pulse* dapat digunakan untuk menentukan bunyi jantung dan kelainan bunyi jantung (murmur). Bunyi jantung pertama terjadi sesaat sebelum timbulnya gelombang perkusi pada sinyal *carotid pulse* dan bunyi jantung kedua terjadi sesaat sebelum atau bersamaan dengan timbulnya gelombang *dicrotic notch* (D) pada sinyal *carotid pulse*. Interval antara gelombang perkusi dari sinyal *carotid pulse* dengan gelombang S2 dari sinyal PCG memiliki jarak sekitar 0,2 detik. Sementara itu, sinyal *carotid pulse* dikatakan abnormal apabila interval antara gelombang perkusi dengan sinyal S2 lebih dari 0,2 detik.

Tahap selanjutnya adalah menentukan *probability density function* aturan normal dan abnormal untuk setiap parameter, antara lain *heart rate* (bpm), interval PR (s), lebar QRS (s), interval QT (s), interval perkusi-S2 (s), lebar S1 (s), lebar S2 (s), frekuensi S1 (Hz), dan frekuensi S2 (Hz). Misalnya terdapat sinyal random $x(n)$ dalam interval tertentu dan terdiri dari variabel random untuk $n = 0, 1, 2, \dots, N$. Kejadian dari setiap sampel sinyal ditentukan oleh *probabilistic density functions* (pdf). Fungsi distribusi bernilai positif dengan luas area sama dengan 1. Nilai PDF normal dan abnormal dapat dihitung dengan menggunakan Persamaan 4.4,

$$p_{1,2}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{1,2}} e^{-(x-\mu_{1,2})^2 / 2\sigma_{1,2}^2} \quad (4.4)$$

dimana x adalah nilai parameter, σ adalah deviasi standar, μ adalah *mean*, indeks 1 untuk status normal, dan indeks 2 untuk status abnormal. Pada penelitian ini, nilai *mean* diperoleh dari nilai median setiap aturan parameter normal dan abnormal, sedangkan deviasi standar diperoleh dari jangkauan nilai median ke nilai terendah atau nilai tertinggi setiap aturan.

4.2.2.2 Pengujian Hipotesis Sekuensial

Pada penelitian ini, pengujian hipotesis sekuensial digunakan untuk menentukan status normal dan abnormal di setiap parameter. Kelebihan dari pengujian sekuensial adalah dapat diambil keputusan walaupun data uji berada di daerah *overlapping*, yaitu daerah di antara batas aturan normal dan abnormal. Langkah pertama adalah menentukan nilai probabilitas error normal dan abnormal dari setiap parameter. Probabilitas error diwakilkan oleh α dan β , dimana sebuah *threshold* Γ dipilih untuk membedakan distribusi normal dan abnormal. Nilai α dan β dapat dihitung dengan Persamaan 4.5 dan 4.6. Nilai α merupakan probabilitas menolak H_A (hipotesis abnormal) ketika bernilai benar,

$$\alpha = \int_{\Gamma}^{+\infty} \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_A} \exp\left[-(\mu - \mu_A)^2 / (2\sigma_A^2)\right] \right] d\mu \quad (4.5)$$

dan β merupakan probabilitas menolak H_N (hipotesis normal) ketika bernilai benar.

$$\beta = \int_{-\infty}^{\Gamma} \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_N} \exp\left[-(\mu - \mu_N)^2 / (2\sigma_N^2)\right] \right] d\mu \quad (4.6)$$

Perbandingan dengan *threshold* tunggal umumnya menghasilkan error yang sangat tinggi karena dua distribusi normal dan abnormal dapat terjadi secara tumpang tindih (*overlap*). Langkah yang dilakukan untuk menyelesaikan masalah ini adalah dengan memilih dua *threshold*, *upper* dan *lower*, Γ_1 dan Γ_2 dimana tidak ada keputusan yang dibuat jika data selisih berada di antara daerah *overlap*.

Nilai *threshold* Γ_1 dan Γ_2 dapat dihitung dengan Persamaan 4.7,

$$\Gamma_1 = \frac{1-\beta}{\alpha} \quad \text{dan} \quad \Gamma_2 = \frac{\beta}{1-\alpha} \quad (4.7)$$

Uji rasio probabilitas dilakukan dengan pengamatan berturut-turut terhadap data uji yaitu T_1, T_2, \dots, T_m . Setelah pengujian berturut-turut T_m , pengujian tes sekuensial akan dilakukan, yaitu dengan mendapatkan rasio *likelihood* pada Persamaan 4.8,

$$f = \frac{P(T_1, T_2, \dots, T_m | N)}{P(T_1, T_2, \dots, T_m | A)} \quad (4.8)$$

dimana untuk nilai $P(T_1, T_2, \dots, T_i | N)$ dan $P(T_1, T_2, \dots, T_i | A)$ dapat dihitung dengan menggunakan Persamaan 4.9 dan 4.10,

$$P(T_1, T_2, \dots, T_m | N) = \frac{1}{(2\pi)^{m/2} \sigma_N^m} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma_N^2} \sum_{i=1}^m (T_i - \mu_N)^2\right] \quad (4.9)$$

$$P(T_1, T_2, \dots, T_m | A) = \frac{1}{(2\pi)^{m/2} \sigma_A^m} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma_A^2} \sum_{i=1}^m (T_i - \mu_A)^2\right] \quad (4.10)$$

untuk nilai $P(T_1, T_2, \dots, T_i | A)$ dan $P(T_1, T_2, \dots, T_i | N)$ merupakan probabilitas gabungan berdasarkan observasi sekuensial dari T_1, T_2, \dots, T_m .

Setelah diketahui nilai Γ_1, Γ_2 , dan *likelihood*, maka langkah selanjutnya dilakukan uji hipotesis. Jika $f(T_i) \geq \Gamma_1$ maka hipotesis H_N diterima dan uji dihentikan. Jika $f(T_i) \leq \Gamma_2$ maka hipotesis H_A diterima dan uji dihentikan.

Selanjutnya, jika $T_2 < f(T_i) < T_1$ maka tidak tergolong hipotesis manapun dan dilanjutkan dengan nilai selisih T_2 hingga H_A atau H_N yang diterima.

4.2.2.3 Keputusan Multimodal ECG, PCG, dan Carotid Pulse

Multimodal jantung pada penelitian ini merupakan kombinasi dari beberapa parameter. Berdasarkan hasil probabilitas setiap ekstraksi parameter dapat digabungkan menjadi probabilitas untuk satu sinyal, yaitu sinyal ECG, PCG, dan *carotid pulse*. Parameter untuk sinyal ECG, meliputi nilai *heart rate*, lebar QRS, interval PR, dan interval QT. Parameter untuk sinyal PCG, meliputi nilai lebar S1, lebar S2, frekuensi S1, dan frekuensi S2. Parameter untuk sinyal *carotid pulse*, meliputi interval antara gelombang perkusi dengan sinyal S2. Metode Naive Bayesian dapat digunakan untuk menggabungkan beberapa parameter tersebut menjadi satu nilai probabilitas. Nilai probabilitas dari beberapa parameter untuk jantung normal dan abnormal dapat dihitung dengan Persamaan 4.11 dan 4.12,

$$P(x | normal) = \prod_{k=1}^n P(x_k | normal) \quad (4.11)$$

$$P(x | abnormal) = \prod_{k=1}^n P(x_k | abnormal) \quad (4.12)$$

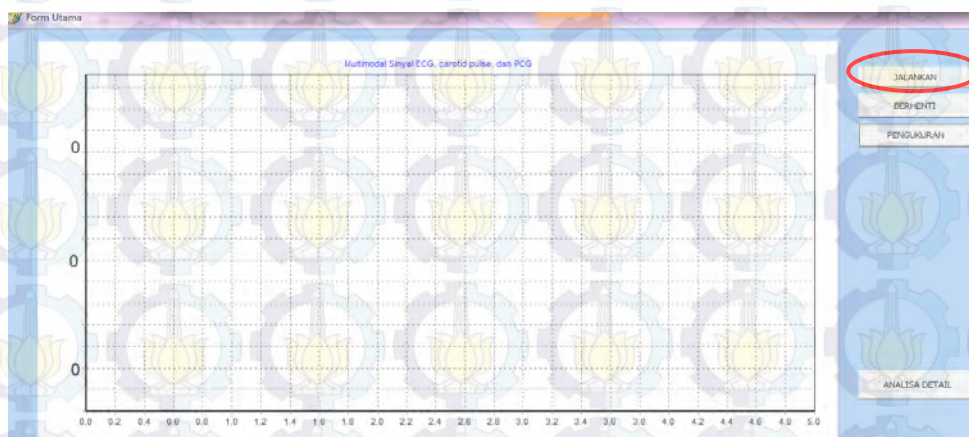
dimana x adalah probabilitas untuk sinyal ECG, PCG, dan *carotid pulse*, x_k adalah parameter setiap sinyal misalnya *heart rate*, dan n adalah jumlah parameter yang digunakan dalam satu sinyal. Sinyal ECG terdiri dari 4 parameter, sinyal PCG terdiri dari 4 parameter, dan sinyal *carotid pulse* terdiri dari 1 parameter. Jika $P(x | normal) > P(x | abnormal)$, maka dapat diputuskan bahwa kondisi jantung dalam satu sinyal tersebut adalah normal, begitu pula sebaliknya.

4.2.3 Prosedur Ekstraksi Parameter dan Klasifikasi Jantung

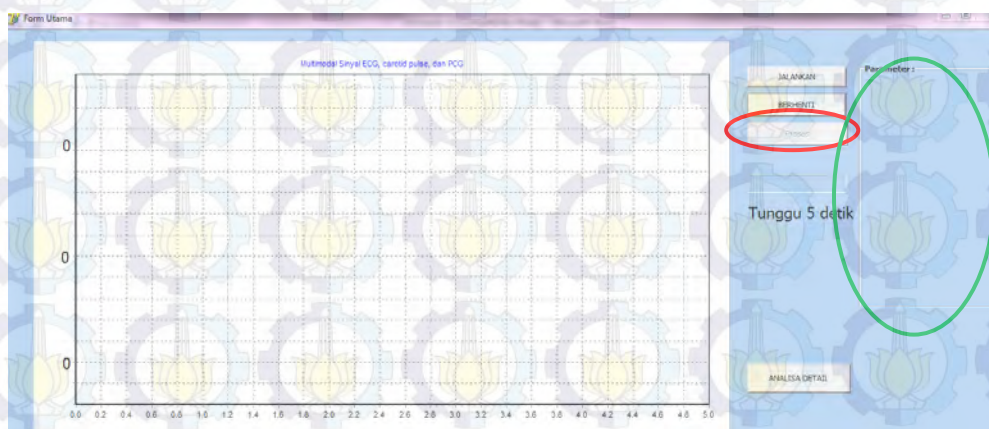
Ekstraksi parameter dari sinyal ECG, PCG, dan *carotid pulse* terdiri dari *heart rate*, interval PR, lebar QRS, interval QT, interval perkusi-S2, lebar S1, lebar S2, frekuensi S1, dan frekuensi S2. Selanjutnya, hasil dari ekstraksi parameter tersebut menentukan kondisi jantung.

Langkah yang dilakukan untuk mendapatkan ekstraksi parameter dan klasifikasi jantung, antara lain :

- 1) Pada *window* berjudul Form Utama, perekaman sinyal dilakukan dengan menekan tombol “JALANKAN” (ditandai lingkaran merah). Setelah menekan tombol tersebut, sinyal ECG, *carotid pulse*, dan PCG akan tampil pada Form tersebut. Tampilan untuk eksekusi ini ditunjukkan pada Gambar 4.7.
- 2) Proses ekstraksi parameter dan klasifikasi jantung dilakukan dengan menekan tombol “PENGUKURAN” (ditandai oleh lingkaran merah), maka pada *window* akan muncul perintah “Tunggu 5 detik”. Pada proses ini data akan diambil dan diolah selama 5 detik. Setelah 5 detik, hasil ekstraksi parameter dan klasifikasi jantung (ditandai oleh lingkaran hijau) ditampilkan dalam Form Utama. Hasil dari eksekusi ini ditunjukkan pada Gambar 4.8.

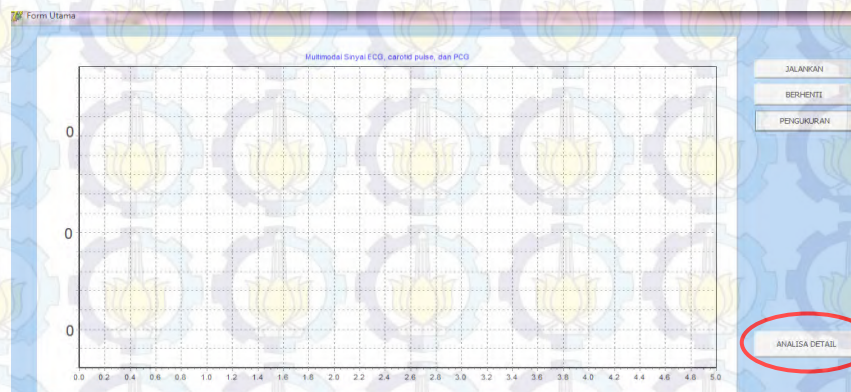


Gambar 4.7. Tampilan program saat menjalankan perekaman sinyal.

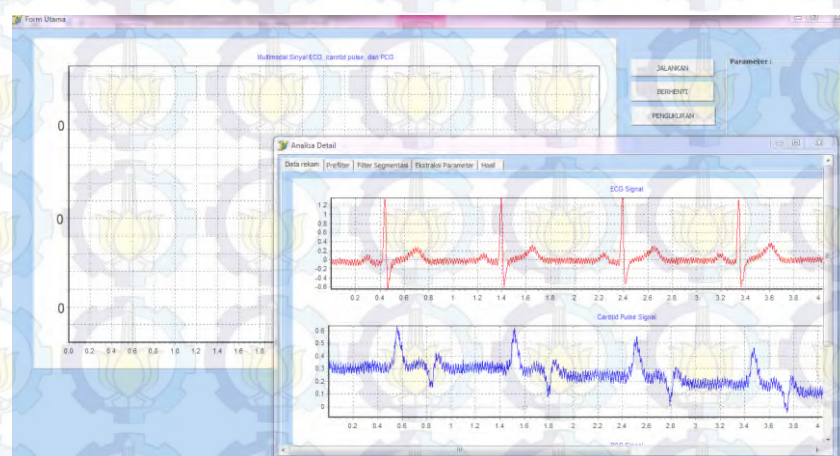


Gambar 4.8. Tampilan program saat pengolahan sinyal.

- 3) Hasil analisa detail dari pengolahan sinyal untuk diagnosis jantung dapat dilihat dengan menekan tombol “ANALISA DETAIL” (ditandai lingkaran merah) pada Form Utama seperti yang ditunjukkan pada Gambar 4.9. Eksekusi dari tombol ini adalah muncul *window* baru dengan nama “Analisa Detail”.
- 4) Pada window dengan tampilan form “Analisa Detail” terdiri dari beberapa Tab yang difungsikan untuk mengetahui hasil pengolahan sinyal secara detail. Menu dari Tab tersebut antara lain “Data rekam”, “Prefilter”, “Filter Segmentasi”, “Ekstraksi Parameter”, dan “Hasil”. Hasil akhir ekstraksi parameter dan klasifikasi jantung ditunjukkan pada Tab “Hasil”. Tampilan window “Form Utama” dan “Analisa Detail” ditunjukkan pada Gambar 4.10. Pengambilan data baru dapat dilakukan secara online dengan cara yang sama, yaitu kembali ke langkah 1.



Gambar 4.9. Tampilan program saat eksekusi analisa detail.



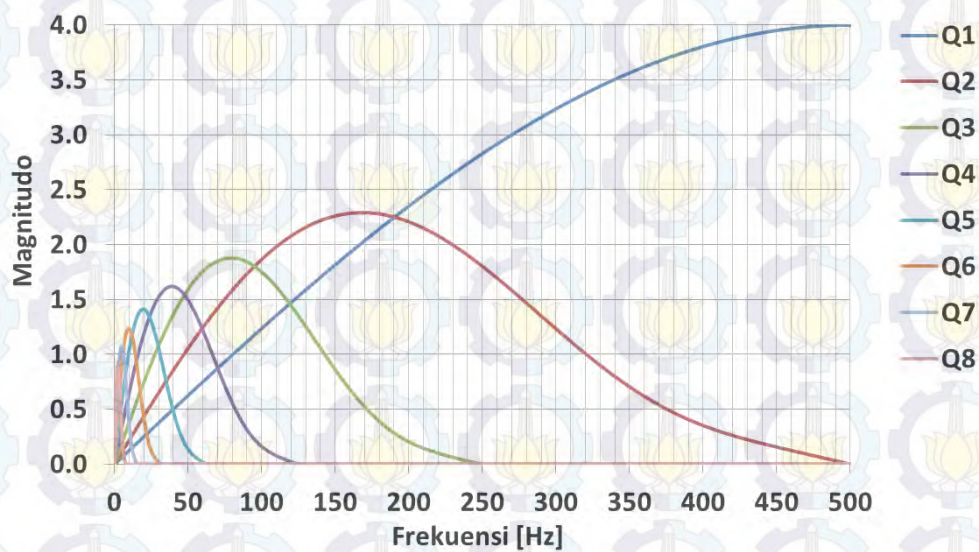
Gambar 4.10. Tampilan program dengan tampilan 2 *window*.

4.3 Hasil DWT dan Klasifikasi

4.3.1 Hasil Analisis DWT

Teknik transformasi wavelet diaplikasikan pada *framework* metode kedua untuk menganalisis ekstraksi gelombang dari sinyal ECG. Karakterisasi gelombang ECG berdasarkan gelombang P, QRS, dan T dapat dibedakan dengan analisis multiskala. Pada domain frekuensi, fungsi wavelet bersesuaian terhadap filter *bandpass*. Fungsi *quadratic spline wavelet* dengan *compact support* digunakan untuk membangkitkan fase linier antara titik karakteristik gelombang ECG dan modulus maxima dari transformasi wavelet.

Pada penelitian ini dilakukan dekomposisi DWT hingga skala 8 sehingga dapat mencakup komponen spektrum frekuensi gelombang P, QRS, dan T dengan frekuensi sampling 1 KHz. Hasil respon frekuensi $Q_j(\omega)$ untuk skala 1 hingga 8 ditunjukkan pada Gambar 4.11. Berdasarkan Gambar 4.11, skala 1 memiliki rentang frekuensi 0-1000 Hz dengan frekuensi tengah 500 Hz, skala 2 memiliki rentang frekuensi 0-500 Hz dengan frekuensi tengah 170 Hz, skala 3 memiliki rentang frekuensi 0-250 Hz dengan frekuensi tengah 80 Hz, skala 4 memiliki rentang frekuensi 0-125 Hz dengan frekuensi tengah 40 Hz, skala 5 memiliki rentang frekuensi 0-63 Hz dengan frekuensi tengah 20 Hz, skala 6 memiliki rentang frekuensi 0-32 Hz dengan frekuensi tengah 10 Hz, skala 7 memiliki rentang frekuensi 0-16 Hz dengan frekuensi tengah 5 Hz, dan skala 8 memiliki rentang frekuensi 0-8 Hz dengan frekuensi tengah 2,5 Hz. Dengan demikian, semakin besar skala maka frekuensi sinyal pada dekomposisinya akan semakin rendah, begitu pula sebaliknya, semakin rendah skala maka sinyal pada skala tersebut masih mengandung frekuensi tinggi.



Gambar 4.11. Respon frekuensi dari filter FIR.

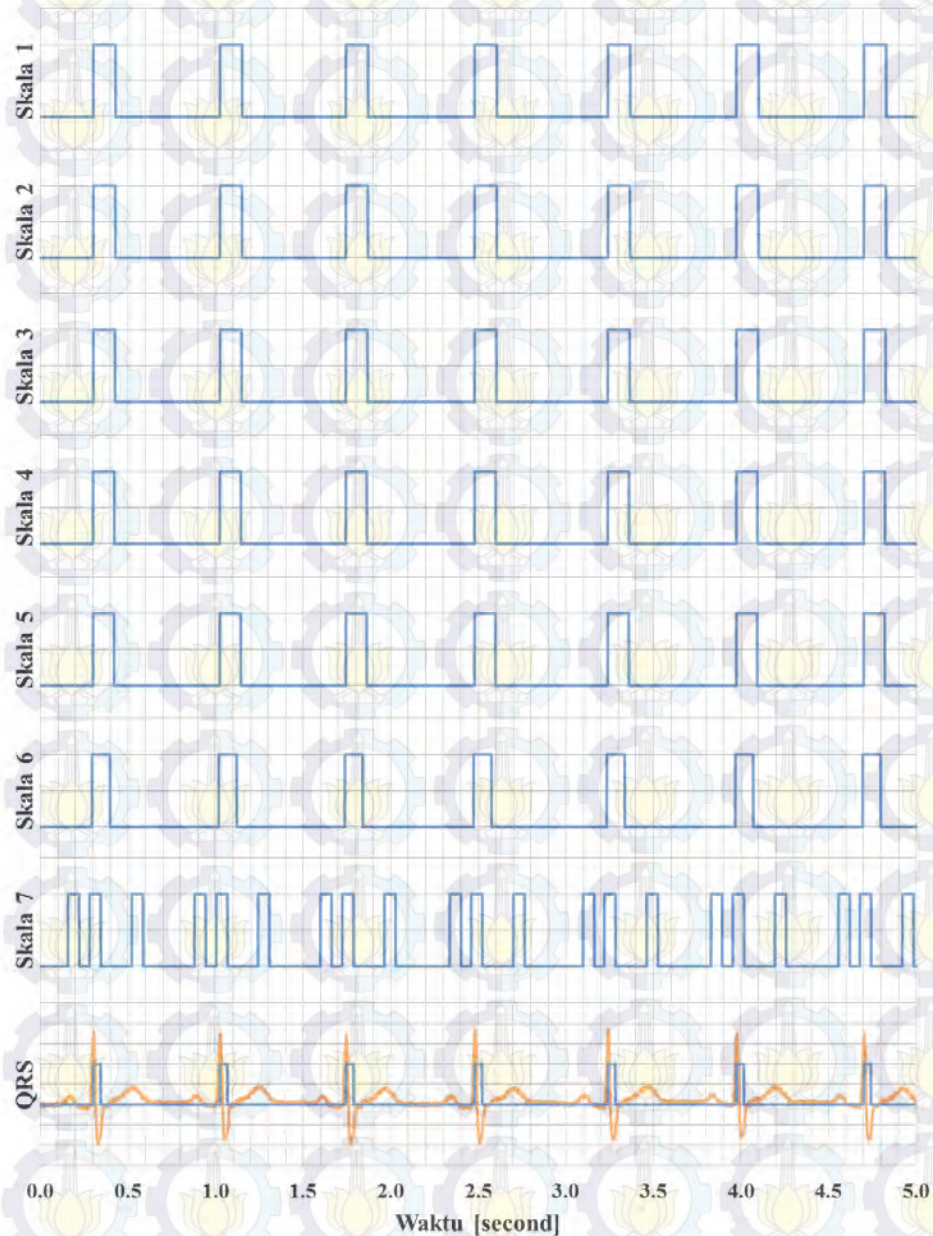
Pada Gambar 4.12 menunjukkan hasil transformasi wavelet sinyal ECG subyek ke-5 dengan kondisi ritme sinus normal untuk skala 2^1 hingga 2^8 . Berdasarkan Gambar 4.12 dapat dilihat bahwa semakin besar skala atau level *filter bank*, maka sinyal keluaran dari filter akan memiliki komponen frekuensi yang semakin kecil. Hal ini sesuai dengan algoritma pada *filter bank* dimana semakin besar level *filter bank*, maka *bandwidth* filter FIR akan semakin sempit. Pada Gambar 4.12 juga menunjukkan bahwa komponen kompleks QRS berada pada skala 2^1 hingga 2^7 , sedangkan pada skala 2^8 tidak terlihat modulus maksima atau *zero crossing* yang mewakili keberadaan kompleks QRS. Modulus maksima pada gelombang T terlihat jelas pada skala 2^7 dan 2^8 , terutama pada skala 2^8 . Modulus maksima gelombang P terlihat pada skala 2^7 . Dengan demikian, pada skala 2^7 terdapat modulus maksima dari kompleks QRS, gelombang T, dan gelombang P.



Gambar 4.12. Hasil transformasi wavelet skala 1 hingga 8 pada subyek ke-5 dengan ritme sinus normal.

4.3.1.1 Hasil Deteksi QRS

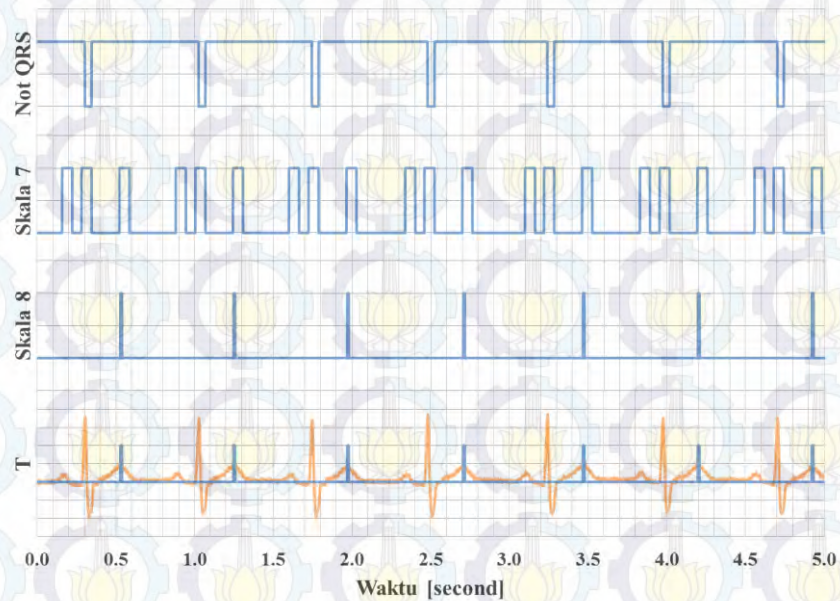
Pada Gambar 4.13 menunjukkan hasil deteksi kompleks QRS. Berdasarkan pada Gambar 4.13 menunjukkan bahwa algoritma telah mampu mendeteksi puncak QRS dengan *zero crossing* pada skala 1 hingga 7. Pengujian dilakukan pada sinyal ECG ritme sinus normal.



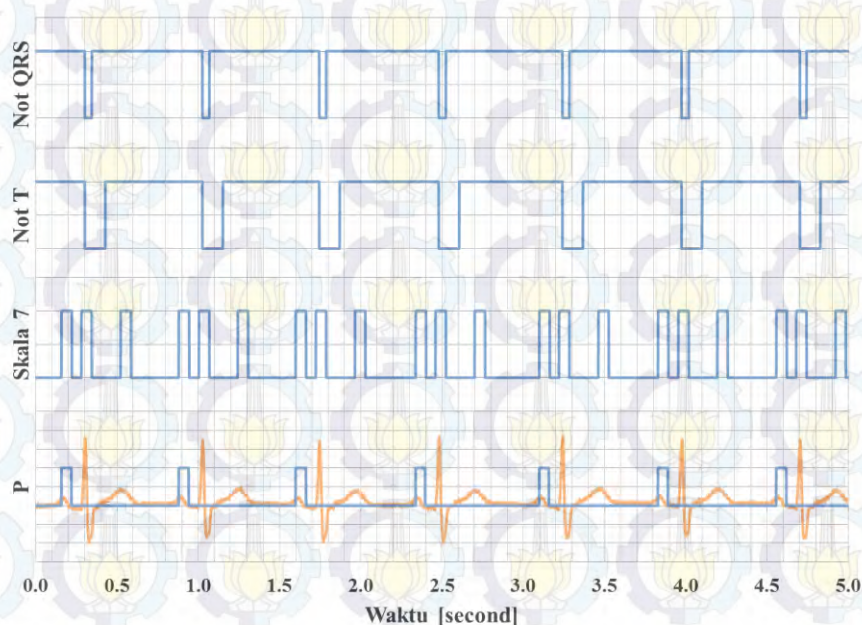
Gambar 4.13. Hasil deteksi kompleks QRS berdasarkan *zero crossing*.

4.3.1.2 Hasil Deteksi T

Pada Gambar 4.14 menunjukkan hasil deteksi gelombang T. Berdasarkan pada Gambar 4.14 menunjukkan bahwa algoritma telah mampu mendeteksi puncak gelombang T dengan *zero crossing* pada skala 7 dan 8, serta pulsa not QRS. Pengujian dilakukan pada sinyal ECG ritme sinus normal.



Gambar 4.14. Hasil deteksi gelombang T berdasarkan *zero crossing*.



Gambar 4.15. Hasil deteksi gelombang P berdasarkan *zero crossing*.

4.3.1.3 Hasil Deteksi P

Pada Gambar 4.15 menunjukkan hasil deteksi gelombang P. Berdasarkan pada Gambar 4.15 menunjukkan bahwa algoritma telah mampu mendeteksi puncak gelombang P dengan *zero crossing* pada skala 7, dengan pulsa not QRS dan not T. Pengujian dilakukan pada sinyal ECG ritme sinus normal.

Hasil akhir dari algoritma *framework* DWT, antara lain diperoleh sensitivitas dan presisi dari setiap deteksi gelombang. Pada sinyal ECG, sensitivitas dan presisi dari deteksi gelombang P adalah 56,69% dan 57,78%, sensitivitas dan presisi dari deteksi kompleks QRS adalah 97,05% dan 95,92%, sensitivitas dan presisi dari deteksi gelombang T adalah 99,79% dan 96,46%. Hasil dari pengujian sensitivitas dan presisi gelombang P, QRS, dan T pada setiap subyek ditampilkan pada Tabel 4.2.

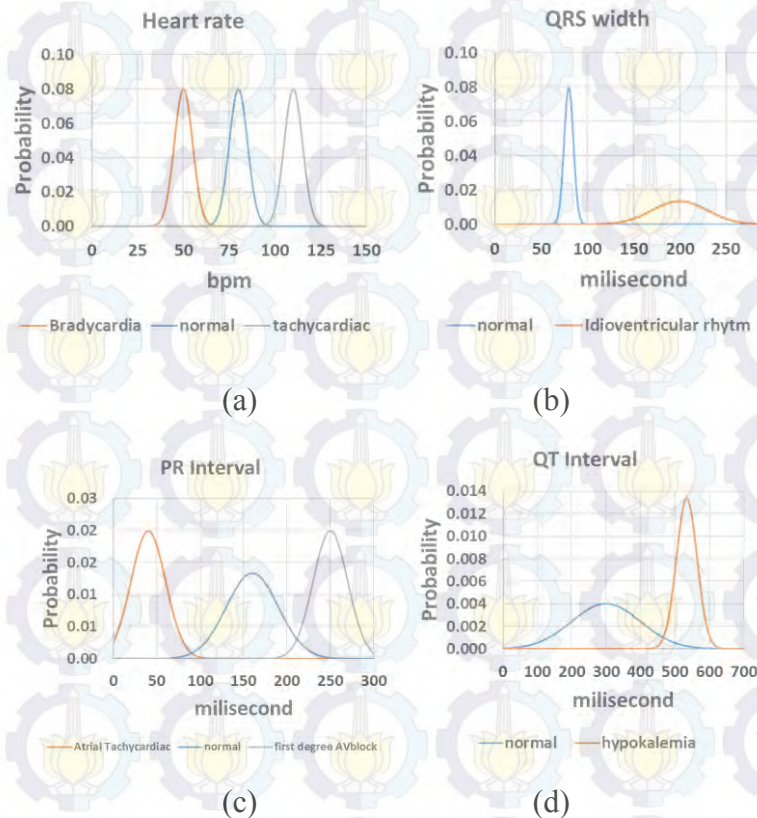
Tabel 4.2. Hasil pengujian sensitivitas dan presisi DWT pada sinyal ECG.

Subyek	P		QRS		T	
	Sensitivitas	Presisi	Sensitivitas	Presisi	Sensitivitas	Presisi
1	89.52%	96.67%	100.00%	100.00%	100.00%	97.14%
2	88.93%	94.57%	100.00%	100.00%	100.00%	98.57%
3	87.62%	92.14%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
4	46.19%	96.67%	100.00%	100.00%	100.00%	94.05%
5	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	98.75%
6	45.00%	90.00%	95.00%	95.00%	100.00%	91.90%
7	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	92.86%
8	98.33%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
9	1.67%	0.00%	79.21%	73.33%	100.00%	73.57%
10	32.86%	0.00%	100.00%	100.00%	100.00%	97.14%
11	0.00%	0.00%	100.00%	100.00%	100.00%	98.75%
12	80.00%	0.00%	71.33%	71.33%	98.00%	86.33%
13	52.24%	0.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
14	60.81%	95.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
15	34.52%	74.17%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
16	53.75%	78.33%	100.00%	100.00%	100.00%	97.14%
17	14.29%	14.29%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
18	35.30%	43.33%	91.55%	91.55%	100.00%	97.14%
19	8.00%	5.00%	100.00%	100.00%	100.00%	98.00%
20	84.00%	70.50%	100.00%	100.00%	100.00%	98.33%
21	32.33%	28.33%	95.00%	80.00%	100.00%	100.00%
22	81.56%	73.28%	100.00%	100.00%	100.00%	98.89%
23	77.02%	76.67%	100.00%	95.00%	97.14%	100.00%

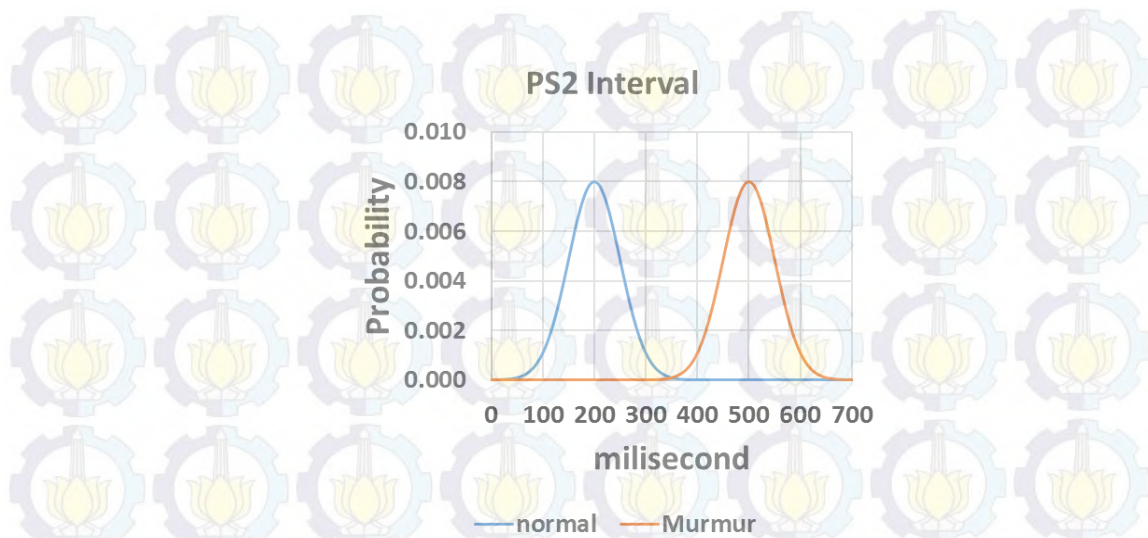
4.3 Hasil Analisis Bayesian

4.3.1 Hasil Pengujian Hipotesis Sekuensial

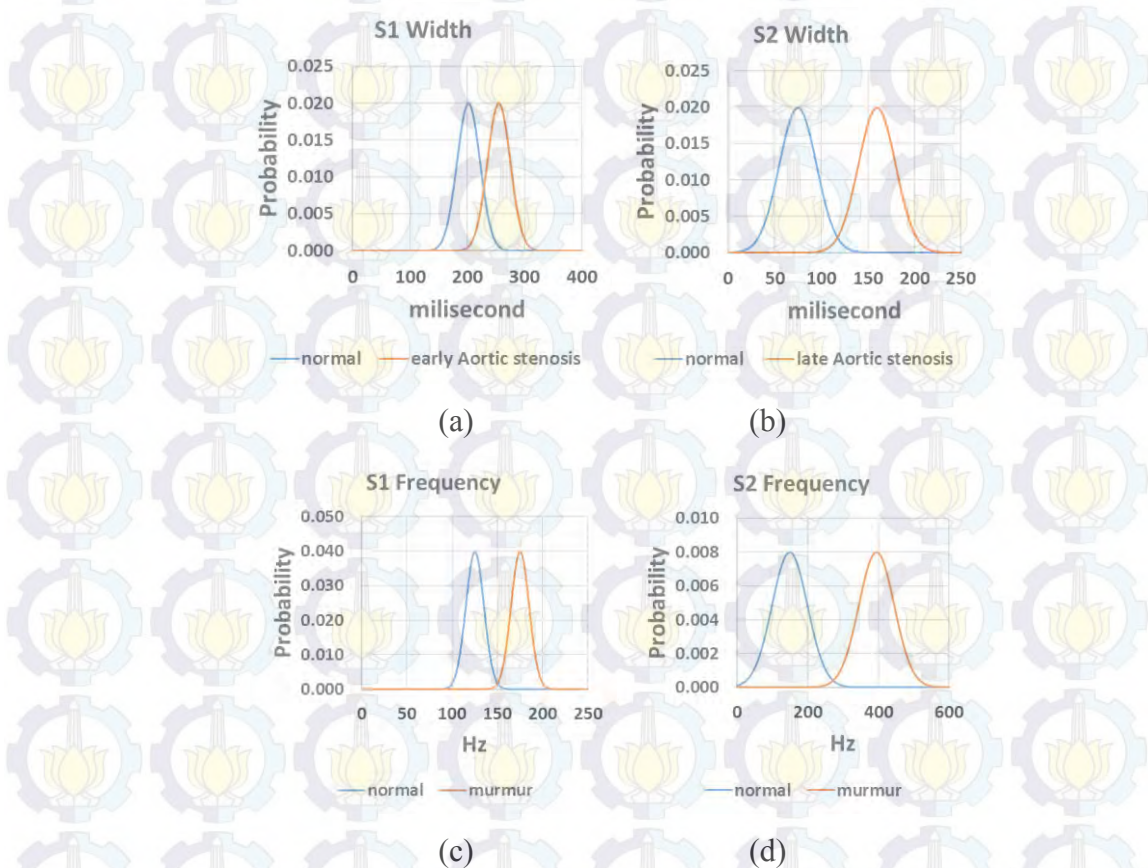
Hasil pada penelitian ini dibagi menjadi 9 parameter, yaitu *heart rate*, lebar QRS, interval PR, interval QT, interval Perkusi-S2, lebar S1, lebar S2, frekuensi S1, dan frekuensi S2. Hasil PDF digunakan untuk menentukan kondisi normal dan abnormal pada setiap parameter. Nilai PDF dihasilkan dengan membandingkan data dengan mean dan deviasi standar setiap parameter menggunakan Persamaan 4.4. Pada Gambar 4.16, 4.17, dan 4.18 menunjukkan jenis aturan PDF dari setiap ekstraksi parameter untuk sinyal ECG, *carotid pulse*, dan PCG.



Gambar 4.16. Hasil PDF dari aturan ekstraksi parameter dari sinyal ECG, antara lain (a) Heart rate (bpm), (b) Lebar QRS (ms), (c) Interval PR (ms), (d) Interval QT (ms).

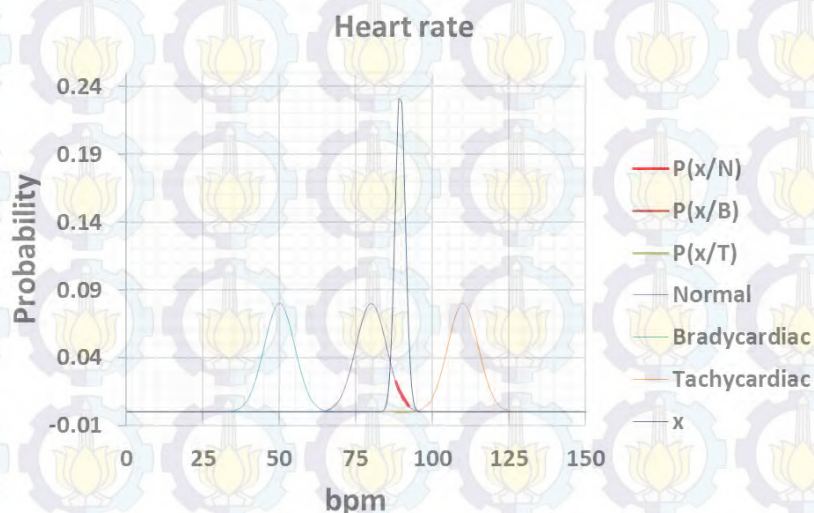


Gambar 4.17. Hasil PDF dari aturan interval perkusi-S2.



Gambar 4.18. Hasil PDF dari aturan ekstraksi parameter sinyal PCG, antara lain (a) Lebar S1 (ms), (b) Lebar S2 (ms), (c) Frekuensi S1 (Hz), dan (d) Frekuensi S2 (Hz).

Pada Gambar 4.19 diperoleh kurva PDF menggunakan mean dan deviasi standar dari aturan *heart rate* normal dan abnormal. Tabel 4.3 menunjukkan probabilitas dari data subyek berdasarkan kondisi normal ($P(x/N)$), bradikardia ($P(x/B)$), dan takikardia ($P(x/T)$). *Heart rate* normal memiliki jangkauan antara 60 hingga 100 bpm, yang dapat dihitung mean dan deviasi standar untuk *heart rate* normal adalah 80 bpm dan 20 bpm. *Heart rate* abnormal dapat digolongkan menjadi bradikardia (<60 bpm) dan takikardia (>100 bpm). Nilai mean dan deviasi standar dari aturan ini adalah 50 bpm dan 10 bpm untuk bradikardia, sedangkan 110 bpm dan 10 bpm untuk takikardia. Pada Gambar 4.19 menunjukkan bahwa kurva PDF dari subyek berada di daerah *heart rate* normal, yang berarti bahwa subyek tersebut memiliki *heart rate* kondisi normal dengan hasil ekstraksi parameternya sebesar $87,13 \pm 2,28$ bpm.

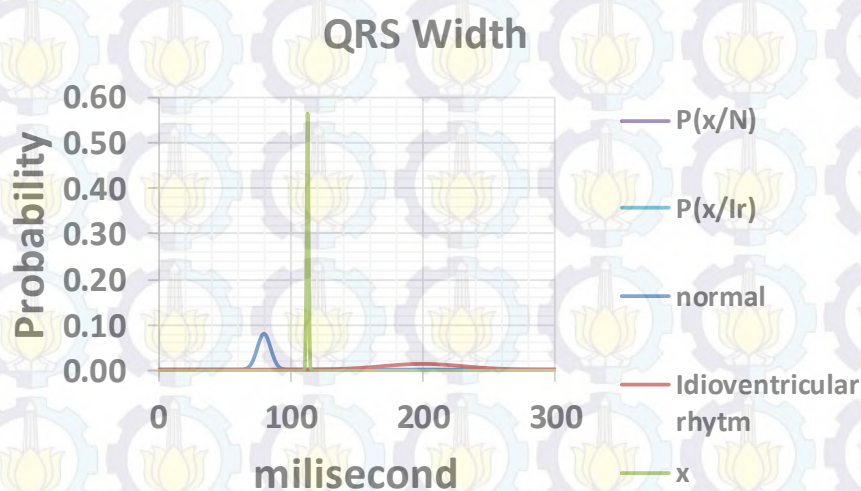


Gambar 4.19. Kurva PDF dari *heart rate* pada subyek normal.

Tabel 4.3. Probabilitas data *heart rate* (x) berdasarkan aturan.

Hear rate record (x)	P(x/N)	P(x/B)	P(x/T)
	Mean = (80 bpm)	Mean = (50 bpm)	Mean = (110 bpm)
	Deviasi = (20 bpm)	Deviasi = (10 bpm)	Deviasi = (10 bpm)
90.50 bpm	0.0088	0.0000	0.0000
88.11 bpm	0.0214	0.0000	0.0000
87.98 bpm	0.0223	0.0000	0.0000
89.15 bpm	0.0150	0.0000	0.0000
92.31 bpm	0.0039	0.0000	0.0002
88.76 bpm	0.0172	0.0000	0.0000

Aturan lebar QRS normal yaitu 0,05 hingga 0,11 detik, sehingga dapat ditentukan mean dan deviasi standarnya adalah 0,08 detik dan 0,01 detik. Lebar QRS abnormal (ritme idioventricular) memiliki aturan lebar lebih dari 0,1 detik. Pada Gambar 4.20 menunjukkan kurva PDF dari lebar QRS dalam satuan milidetik. Pada Tabel 4.4 menunjukkan probabilitas dari data uji pada kondisi normal ($P(x/N)$) dan ritme idioventricular ($P(x/Ir)$). Hal ini mengindikasikan bahwa lebar QRS subyek adalah normal dengan nilai 0.113 ± 0.001 detik.

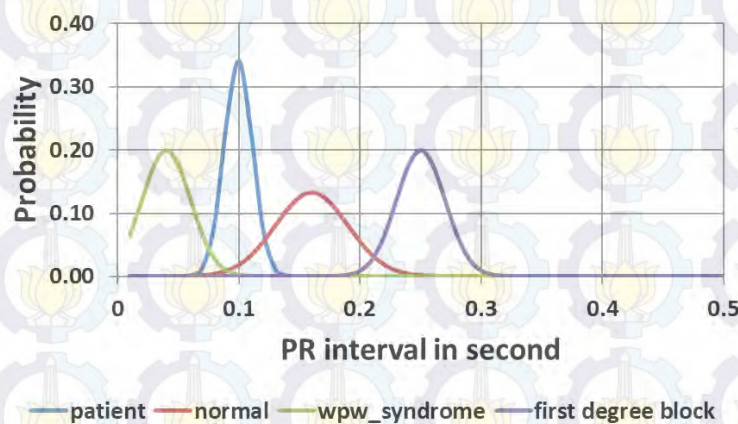


Gambar 4.20. Kurva PDF dari lebar QRS pada subyek normal.

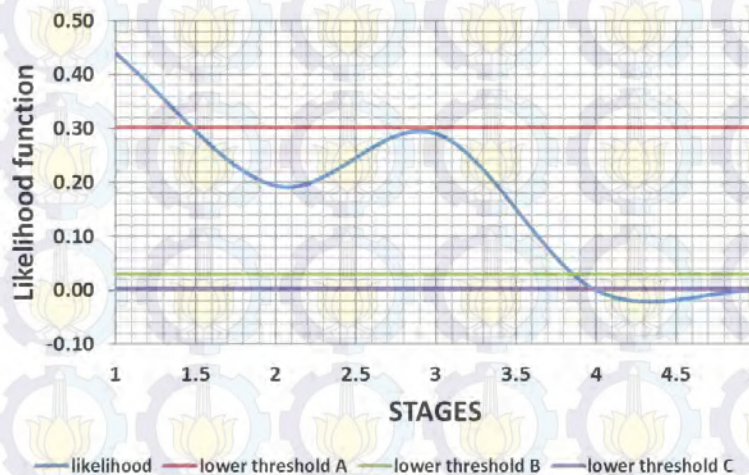
Tabel 4.4. Probabilitas lebar QRS berdasarkan aturan.

QRS Width (x)	P(x/N)	P(x/Ir)
	mean = (0.08 s)	mean = (0.20 s)
	deviation = (0.01 s)	deviation = (0.06 s)
0.112	0.0000001018	0.0000000030
0.114	0.0000000073	0.0000000030
0.115	0.0000000018	0.0000000030
0.111	0.0000003588	0.0000000030
0.113	0.0000000277	0.0000000030
0.113	0.0000000277	0.0000000030
0.112	0.0000001018	0.0000000030

Kelebihan dari pengujian hipotesis sekuensial adalah untuk menentukan keputusan jantung normal atau abnormal jika data uji berada di daerah *overlapping*. Gambar 4.21 merupakan hasil kurva PDF dari interval PR pada subyek 3. Pada Gambar 4.21 menunjukkan bahwa kurva PDF interval PR dari subyek berada di daerah overlapping, yaitu daerah normal dan *wpw syndrome*, sehingga belum dapat ditentukan keputusannya. Berdasarkan pengujian hipotesis sekuensial, sistem dapat menentukan keputusan ketika data uji *overlapping*.



Gambar 4.21. Kurva PDF dari frekuensi S2 pada subyek normal.



Gambar 4.22. Proses pengujian hipotesis sekuensial dari data uji pertama hingga data uji kelima.

Tabel 4.5. Korelasi antara α , β , *upper* dan *lower threshold*.

<i>Lower threshold</i>	α	β	<i>Upper threshold</i>	<i>Lower threshold</i>
A	0,3	0,006	166,67	0,301
B	0,03	0,0006	1616,67	0,03
C	0,003	0,00006	16616,667	0,003

Hasil pengujian hipotesis sekuensial terkait dengan parameter interval PR dari Gambar 4.21 ditunjukkan pada Gambar 4.22. Berdasarkan Gambar 4.22, data uji pertama berada di daerah *overlapping* jika menggunakan *threshold* A, data uji pertama hingga data uji ketiga berada di daerah *overlapping* jika menggunakan *threshold* B dan C. Pengambilan keputusan dapat dilakukan setelah data uji keempat dan kelima, dimana nilai parameter *likelihood* berada di bawah *lower threshold*. Sebaliknya, pengambilan keputusan tidak bisa dilakukan selama data uji masih berada di daerah *overlapping*, yaitu nilai *likelihood* masih berada di antara *upper* dan *lower threshold*.

Pada Tabel 4.5 menunjukkan korelasi antara α , β , *upper* dan *lower threshold*. Semakin rendah nilai α akan meningkatkan nilai *upper threshold*, dan semakin rendah nilai β akan meningkatkan nilai *lower threshold*. Analisis dari Tabel 4.5 menunjukkan bahwa ketika α bernilai 0,3 dan β bernilai 0,006 menghasilkan keputusan pada data kedua, α bernilai 0,03 dan β bernilai 0,0006 menghasilkan keputusan pada data keempat, serta α bernilai 0,003 dan β bernilai 0,00006 menghasilkan keputusan pada data kelima. Data uji tidak dapat diambil keputusan jika rasio *likelihood* masih berada di antara *upper* dan *lower threshold*.

4.3.2 Hasil Naive Bayesian

Pengambilan keputusan setiap subyek dilakukan dengan pengujian hipotesis sekuensial, sedangkan untuk nilai probabilitas yang menyatakan derajat kepercayaan, dihitung dengan menggunakan Naive Bayesian. Pada Tabel 4.6 menunjukkan hasil pengambilan keputusan dari subyek pada penelitian.

Tabel 4.6. Hasil Keputusan Jantung Normal dan Abnormal.

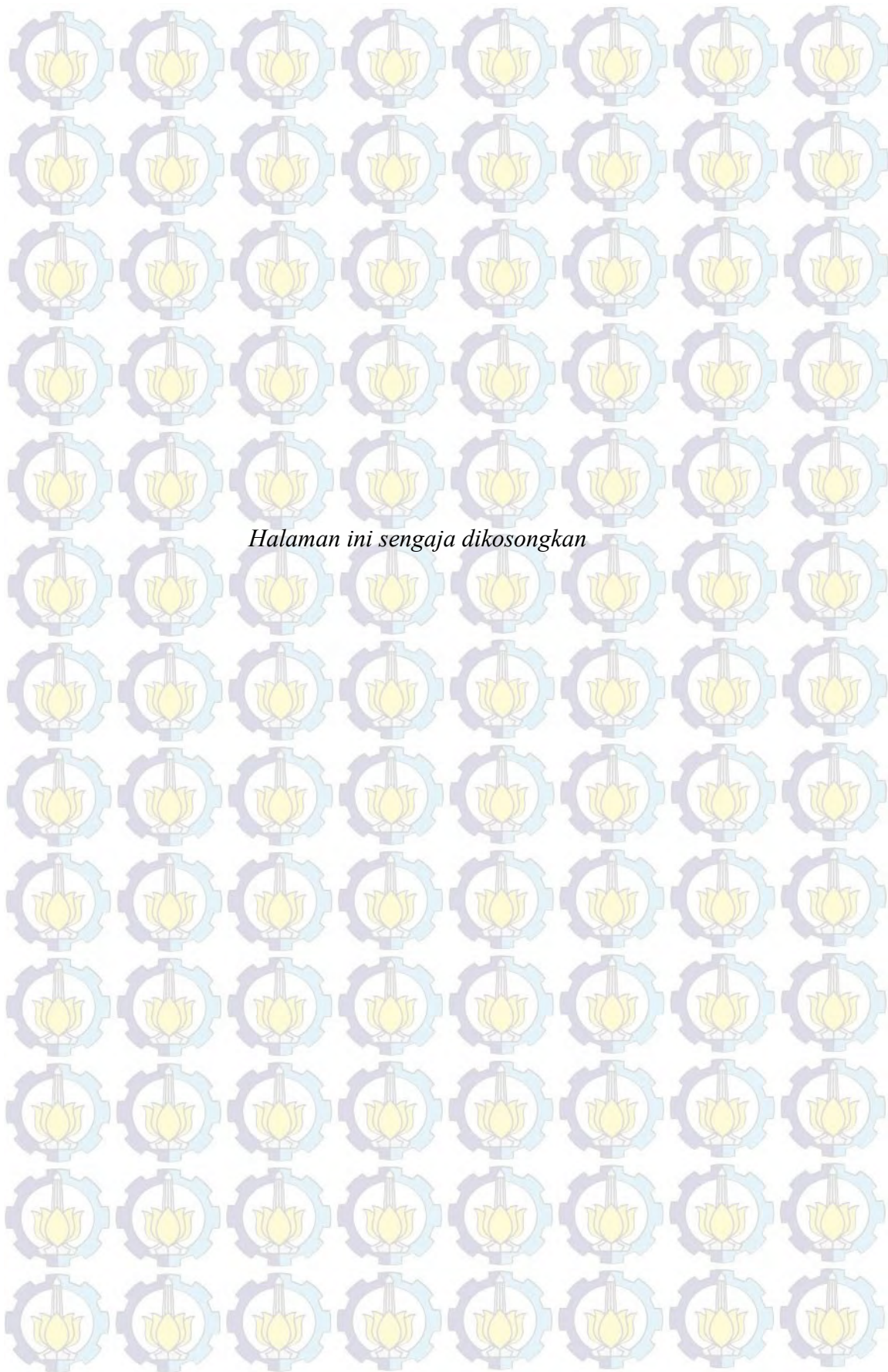
Subyek	Keputusan	Probabilitas	
		Normal	Abnormal
1	Normal	0.0934276	0.0000324
2	Late aortic stenosis	0.0000446	0.0940729
3	Normal	0.0959254	0.0008546
4	Late aortic stenosis	0.0000006	0.0006121
5	Late aortic stenosis	0.0073410	0.1582649
6	Late aortic stenosis	0.0029770	0.3123331
7	Late aortic stenosis	0.0036381	0.2804149
8	Late aortic stenosis	0.0000044	0.0088487
9	Normal	0.0742819	0.0001742
10	Idioventricular	0.0158349	0.0000062
11	Idioventricular	0.1263452	0.0001525
	Late aortic stenosis	0.0000618	0.1219084
12	Late aortic stenosis	0.0032462	0.2989482
13	Normal	0.0077219	0.0000673
14	Late aortic stenosis	0.0001973	0.2565363
15	Late aortic stenosis	0.0000955	0.1669794
16	Late aortic stenosis	0.0000006	0.0006576
17	Late aortic stenosis	0.0001831	0.2468721
18	Late aortic stenosis	0.0166012	0.0498127
19	Late aortic stenosis	0.0166012	0.0498127
20	Late aortic stenosis	0.0099212	0.1109490
21	Wpw syndrome	0.0024484	0.0423989
	Late aortic stenosis	0.0004214	0.3485809
22	Tachycardia	0.0000000	0.0646948
	Idioventricular	0.0000000	0.0015378
	Late aortic stenosis	0.0007799	0.3939682
23	Normal	0.0867219	0.0000721

4.4 Ringkasan Klasifikasi Jantung Normal dan Abnormal

Selain metode klasik yang dijelaskan pada Bab3, terdapat metode lain untuk mendeteksi gelombang P, QRS, dan T pada sinyal ECG. Hasil akhir dari algoritma *framework* DWT, antara lain diperoleh sensitivitas dan presisi dari setiap deteksi gelombang. Pada sinyal ECG, sensitivitas dan presisi dari deteksi gelombang P adalah 56,69% dan 57,78%, sensitivitas dan presisi dari deteksi

kompleks QRS adalah 97,05% dan 95,92%, sensitivitas dan presisi dari deteksi gelombang T adalah 99,79% dan 96,46%.

Pengujian hipotesis sekuensial mudah untuk diterapkan dalam pengambilan keputusan karena tidak memerlukan data dalam jumlah besar. Keputusan berurutan digunakan bersama dengan data uji. Pengujian diulang dengan meningkatkan jumlah data yang keputusan dicapai. Berdasarkan hasil setiap percobaan data, pengujian akan meningkatkan akurasi pengambilan keputusan pada jumlah kenaikan data. Berdasarkan data diuji 1 sampai ke 5, dapat disimpulkan bahwa tingkat akurasi data meningkat. Pada penelitian ini, keputusan normal 86,96% dicapai pada data kelima dan keputusan abnormal 82,22% dicapai pada data kelima. Hasil klasifikasi berdasarkan ekstraksi parameter sinyal jantung multimodal diharapkan dapat diterapkan di tingkat klinis.



BAB 5

KESIMPULAN DAN SARAN

Pada bab ini akan disimpulkan dari hasil pengujian dan pembahasan yang telah didapatkan. Selain itu, pada bab ini juga dikemukakan saran-saran yang perlu dilakukan untuk riset lanjutan dari tesis ini.

5.1 Kesimpulan

Pada penelitian ini, sinyal ECG, carotid pulse, dan PCG diekstraksi menggunakan *framework* pengolahan sinyal digital. Berdasarkan penelitian, metode deteksi menggunakan framework filter digital rekursif menghasilkan tingkat sensitivitas dan presisi deteksi gelombang yang lebih baik daripada metode Discrete Wavelet Transform. Hasil akhir dari algoritma framework menggunakan filter digital rekursif, antara lain diperoleh sensitivitas dan presisi dari setiap deteksi gelombang. Pada sinyal ECG, sensitivitas dan presisi dari deteksi gelombang P adalah 83,98% dan 93,31%, sensitivitas dan presisi dari deteksi kompleks QRS adalah 100%, sensitivitas dan presisi dari deteksi gelombang T adalah 97,90% dan 99,70%. Pada sinyal carotid pulse diperoleh hasil uji sensitivitas dan presisi dari deteksi gelombang perkusi adalah 99,94% dan 98,41%. Sementara itu, pada sinyal PCG hasil dari uji sensitivitas dan presisi dari deteksi gelombang S1 adalah 99,56% dan 97,92%, sensitivitas dan presisi dari deteksi gelombang S2 adalah 93,23% dan 99,72%.

Ekstraksi parameter multimodal sinyal ECG, PCG, dan carotid pulse digunakan lebih lanjut sebagai parameter untuk klasifikasi jantung normal dan abnormal dengan pengujian hipotesis sekuensial Bayesian. Pengujian hipotesis sekuensial merupakan prosedur pengujian yang relatif mudah untuk diimplementasikan dalam hal pengambilan keputusan karena tidak membutuhkan data dalam jumlah banyak. Berdasarkan hasil pada setiap pengambilan data dapat diketahui bahwa semakin banyak data yang diambil, maka akan menambah tingkat akurasi pengambilan keputusan. Dari data 1 hingga data 5 dapat diketahui

bahwa tingkat akurasi data semakin meningkat. Pada penelitian ini, keputusan pada subyek normal 84.80% dicapai pada data kelima dan keputusan pada subyek abnormal 82.22% dicapai pada subyek kelima. Pengujian keseluruhan sistem telah dilakukan bersama dengan dokter spesialis jantung, yaitu dr. B. Rudi Utantio, SpJp di RS Siti Hajar Sidoarjo, juga dengan dr. Achmad Lefi, SpJp di RS Darmo Surabaya dan *Surabaya Heart and Vascular Clinic*. Pengujian tersebut disertai dengan pengambilan data yang digunakan sebagai bahan penelitian serta dilengkapi *subject consent*. Hasil klasifikasi berdasarkan ekstraksi parameter multimodal sinyal jantung direkomendasikan untuk diaplikasi pada tingkat klinis.

5.2 Saran

Dengan didapatkannya analisis ECG, PCG, dan *carotid pulse* untuk subyek jantung normal dan abnormal, maka kedepannya riset ini dapat dilanjutkan dengan klasifikasi penyakit jantung yang lebih detail. Penelitian ini dapat dikembangkan lebih luas, baik dalam segi *hardware* maupun *software*.

Pengembangan dari segi *hardware* :

- a) Rangkaian ECG, PCG, dan *carotid pulse* didesain ulang dengan menggunakan komponen SMD menjadi satu *board*.
- b) Penggunaan secara *wireless* untuk koneksi antara elektrode dengan rangkaian, sehingga tidak banyak penggunaan kabel yang terhubung pada pasien.

Pengembangan dari segi *software* :

- a) Penentuan *threshold* pada *Discrete Wavelet Transform* diperbaiki dengan metode *Wavelet Transform Modulus Maxima* menggunakan eksponen Lipschitz.
- b) Penambahan parameter untuk klasifikasi jantung normal dan abnormal, tidak hanya berdasarkan nilai interval, tetapi juga morfologi sinyal. Pendeteksian morfologi sinyal dapat dilakukan dengan mendeteksi gradien pada sinyal hasil *filter bank*. Nilai gradien negatif, menandakan bahwa bentuk gelombang terbalik.

DAFTAR PUSTAKA

- Akay, M. (1996), *Detection and Estimation Methods for Biomedical Signals*, Academic Press.
- Atmel (2013), *Atxmega128B1/Atxmega64B1*, Atmel Corporation.
- Bahoura, M., Hassani, M., dan Hubin, M. (1997), “DSP Implementation of Wavelet Transform for Real Time ECG Wave Forms Detection and Heart Rate Analysis”, *ELSEVIER Computer Methods and Programs in Biomedicine*, Vol.52, hal. 35-44.
- Garvey, J.L. (2006), “ECG Techniques and Technologies”, *ELSEVIER Emergency Medicine Clinics of North America*, Vol. 24, hal. 209-255.
- Guyton, A.C. dan Hall, J.E. (2006), *Textbook of Medical Physiology*, 11th edition, Elsevier Inc., Pennsylvania.
- Hampton, J.R. (2003), *The ECG Made Easy*, 6th edition, Churchill Livingstone.
- Jones, S.A. (2005), *ECG Notes Interpretation and Management Guide*, F.A. Davis Company, Philadelphia.
- Jones, S.A. (2008), *ECG Success Exercises in ECG Interpretation*, F.A. Davis Company, Philadelphia.
- Kenneth, E., Acharya, R.U., Kannathal, N., dan Min, L.C. (2005), “Data Fusion of Multimodal Cardiovascular Signals”, *IEEE Engineering in Medicine and Biology 27th Annual Conference*, hal. 4689-4692.
- Kohler, B.U., Hennig, C., dan Orglmeister, R. (2002), “The Principles of Software QRS Detection”, *IEEE Engineering in Medicine and Biology*, hal. 42-57.
- Mahmood, T., Wang, F., Beymer, D., Amir, A., Richmond M., dan Hashmi, S.N. (2007), “AALIM: Multimodal Mining for Cardiac Decision Support”, *IEEE Computers in Cardiology*, Vol. 34, hal. 209-212.
- Martinez, J.B., Almeida, R., Olmos, S., Rocha, A.P., dan Laguna, P. (2004), “A Wavelet-Based ECG Delineator: Evaluation on Standart Database”, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, Vol. 51, No. 4, hal. 570-581.

- Monaci, G., Jost, P., Vandergheynst, P., Mailhe, B., Lesage, S., dan Gribonval, R. (2007), "Learning Multimodal Dictionaries", *IEEE Transactions on Image Processing*, Vol. 16, No. 9, hal. 2272-2283.
- Netter, F.H. (2011), *Atlas of Human Anatomy*, 5th edition, Saunders Elsevier, Philadelphia.
- Pakpahan, H.A.P. (2012), *Elektrokardiografi Ilustratif: Belajar EKG dengan Ilustrasi Sederhana*, Badan Penerbit Fakultas Kedokteran Universitas Indonesia, Jakarta.
- Rangaprakash, D. dan Srinivas, T. (2012), "Study of Phase Synchronization in Multimodal Cardiovascular Signals Using Recurrence Plots", *International Journal of Electronics & Communication Technology*, Vol.3, hal. 454-459.
- Rangayyan, R.M. (2002), *Biomedical Signal Analysis : A Case-Study Approach*, IEEE Press, JohnWiley & Sons, Inc.
- Reed, T.R., Reed, N.E., dan Fritzson, P. (2004), "Heart Sound Analysis for Symptom Detection and Computer-Aided Diagnosis", *ELSEVIER Simulation Modelling Practice and Theory*, Vol. 12, hal. 129-146.
- Santos, M.A.R. dan Souza, M.N. (2001), "Detection of First and Second Cardiac Sounds Based on Time Frequency Analysis", *Proceedings of the 23rd Annual EMBS International Conference*, hal. 1915-1918.
- Stein, E. dan Abner J. (1994), *Interpretasi Akurat Bunyi Jantung*, Alih Bahasa : dr. Soenarno, Penerbit Buku Kedokteran.
- Suprayitno, E.A. (2012), *Pengembangan Sistem Analisa Karakteristik Dinamika Katup-Katup Jantung Berdasarkan Sinyal ECG, PCG dan Carotid Pulse*, Tesis Magister, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.
- Thakor, N.V., Zhu, Y., dan Pan, K. (1990), "Ventricular Tachycardia and Fibrillation Detection by a Sequential Hypothesis Testing Algorithm", *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, Vol. 37, No. 9, hal. 837-843.
- Tompkins, W.J. (2000), *Biomedical Digital Signal Processing*, Prentice Hall, New Jersey.

VanTrees, H.L. (1968), *Detection, Estimation, and Modulation Theory*, Wiley, New York.

Vashisth, S., Khan, M., Vijay, R., Salhan, A.K., dan Sondhi, S. (2011), "Real Time Acquisition, Processing and Analysis of Human Carotid Pulse Waveforms Using MATLAB", *IEEE Conference on Nirma University International*, hal. 1-5.

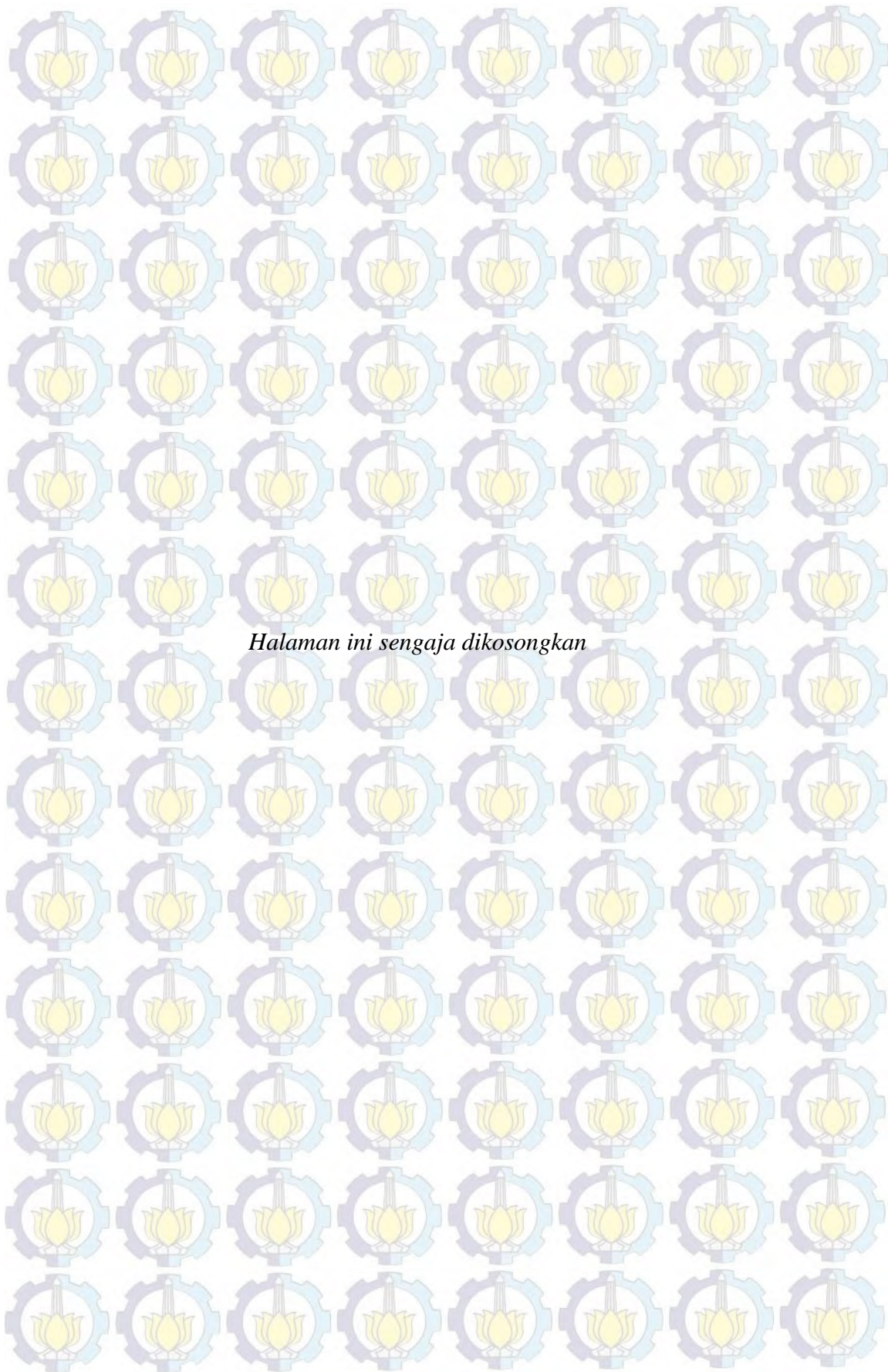
Vikhe, P.S., Nehe, N.S., dan Thool, V.R. (2009), "Heart Sound Abnormality Detection Using Short Time Fourier Transform and Continuous Wavelet Transform", *Emerging Trends in Engineering and Technology (ICETET), IEEE Conference Publications*, hal. 50-54.

Watrous, R., Mead, B., Reichek, N., dan Salonga, F. (2003), "Multi-modal Cardiac Diagnostic Decision Support System and Method", *United States Patent Application Publication*.

World Health Organization (2011), *Noncommunicable Diseases Country Profiles 2011*, WHO, France.

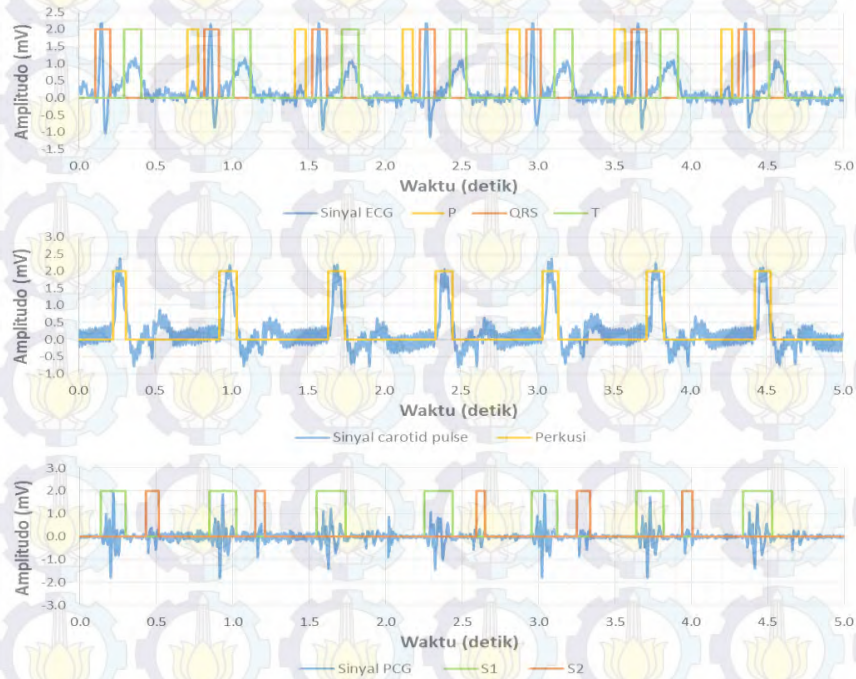
X.Li, X. Yao, J.R.G Jeffreys, dan J.Fox (2005), "Computational Neuronal Oscillations Using Morlet Wavelet Transform", *IEEE Engineering in Medicine and Biology 27th Annual Conference*, hal.2009-2012.

Zhou, P. dan Wang Z. (1998), "A Computer Location Algorithm for ECG, PCG and CAP", *Proceedings of the 20th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society*, Vol. 20, No. 1, hal. 220-222.

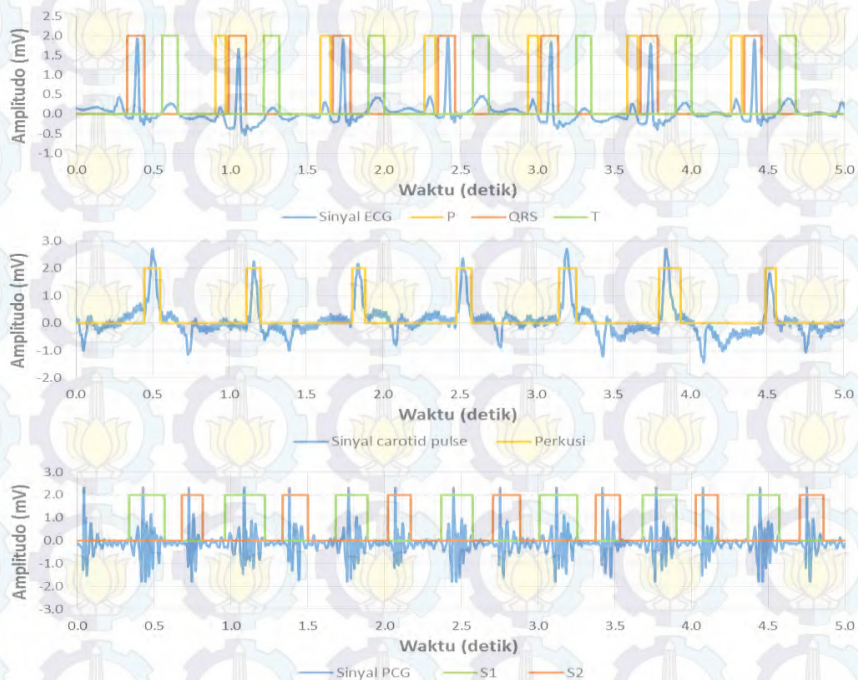


LAMPIRAN A

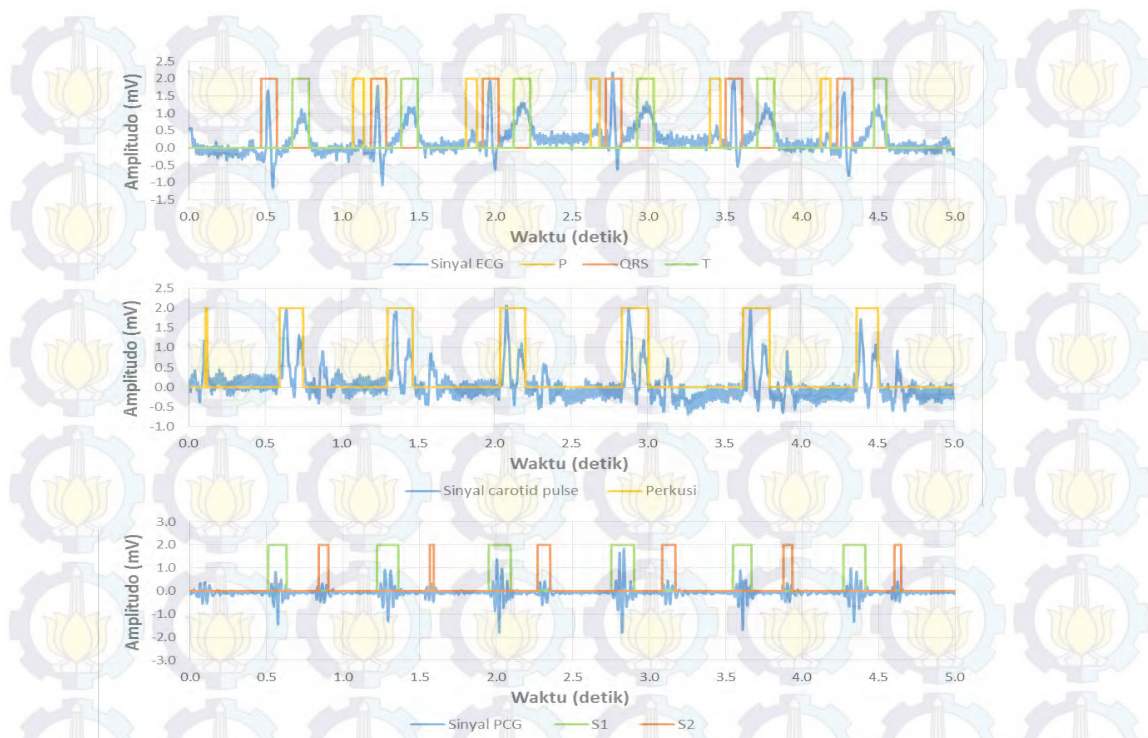
HASIL EKSTRAKSI PARAMETER



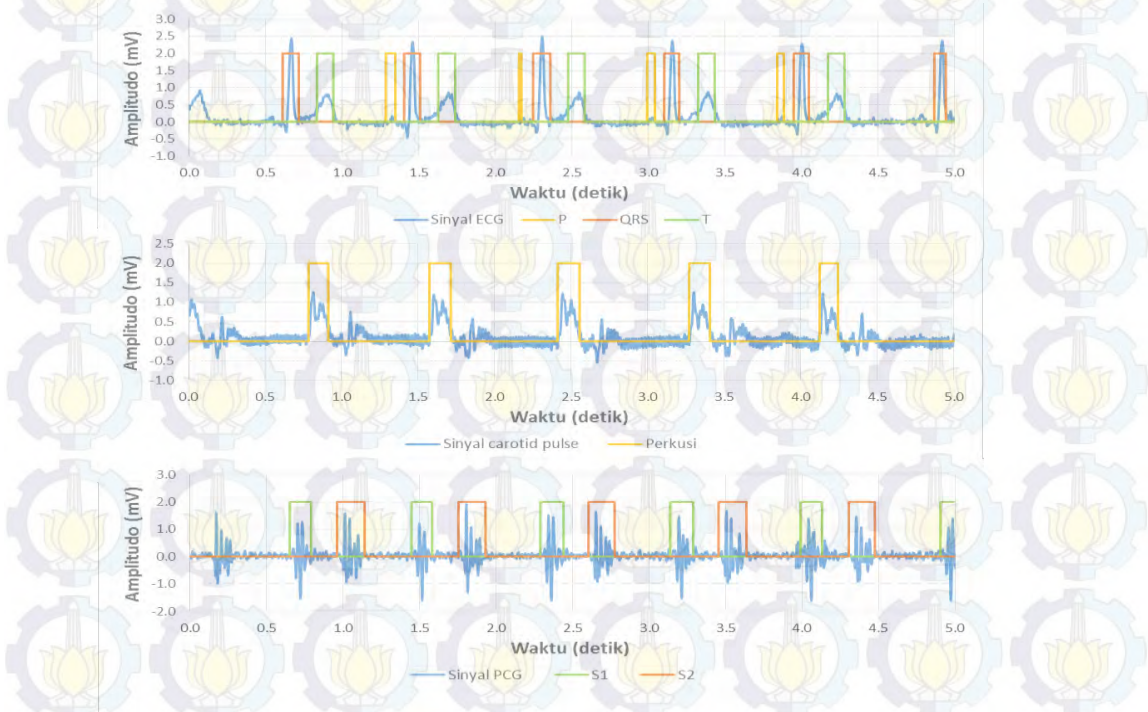
Gambar L.A.1. Multimodal sinyal ECG, *carotid pulse*, dan PCG subyek 1



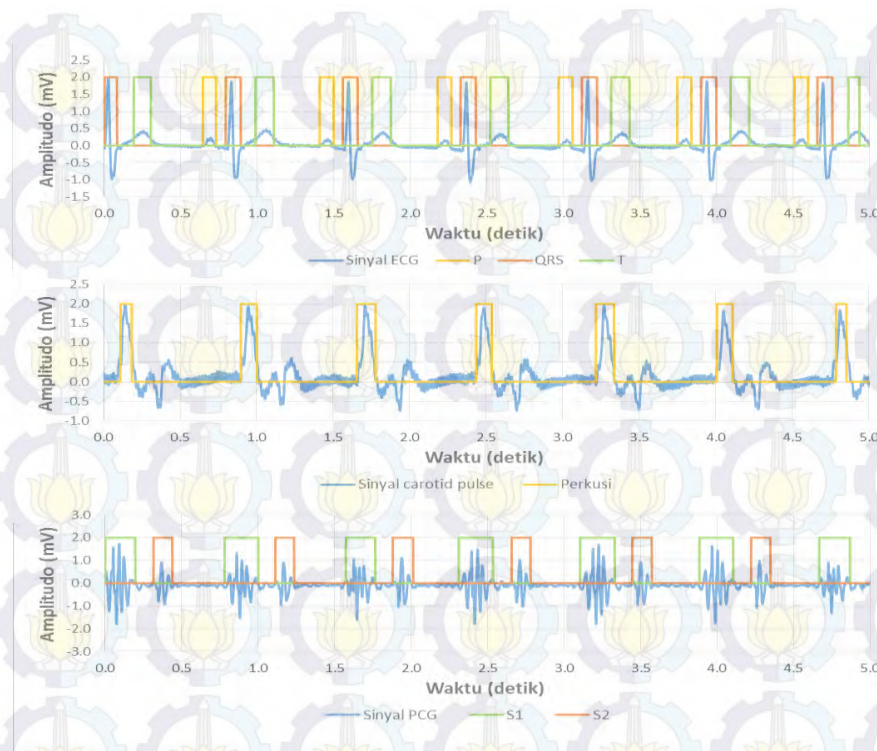
Gambar L.A.2. Multimodal sinyal ECG, *carotid pulse*, dan PCG subyek 2 data 1.



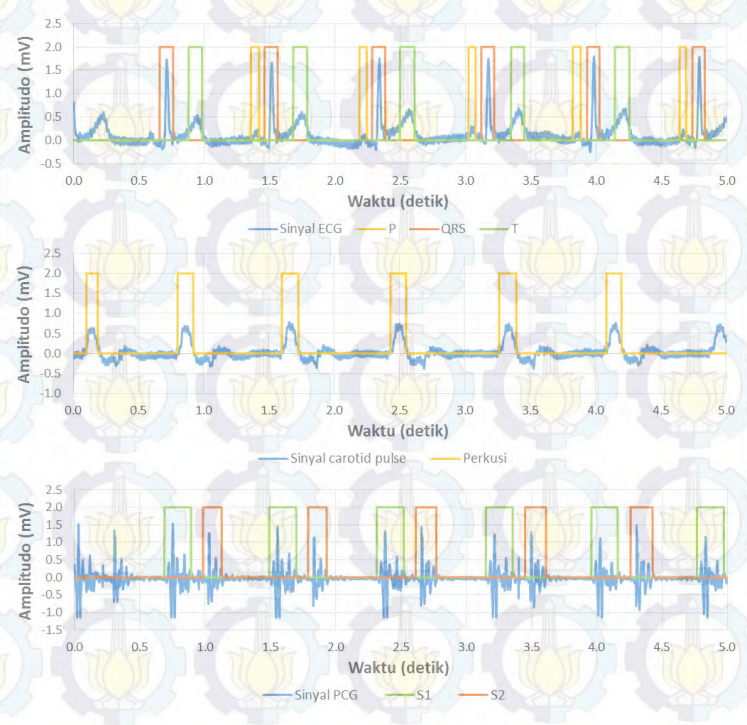
Gambar L.A3. Multimodal sinyal ECG, *carotid pulse*, dan PCG subyek 3 data 1.



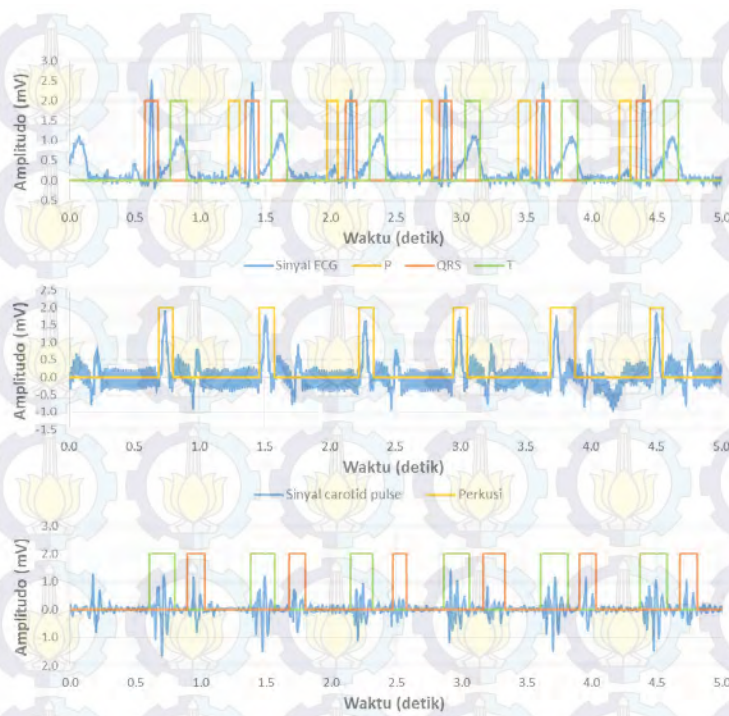
Gambar L.A4. Multimodal sinyal ECG, *carotid pulse*, dan PCG subyek 4 data1.



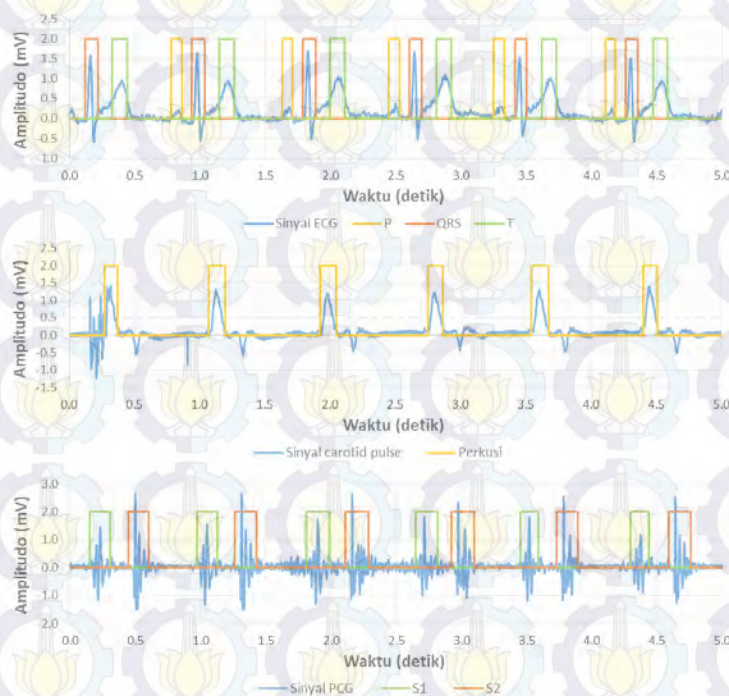
Gambar L.A5. Multimodal sinyal ECG, *carotid pulse*, dan PCG subyek 5 data 1.



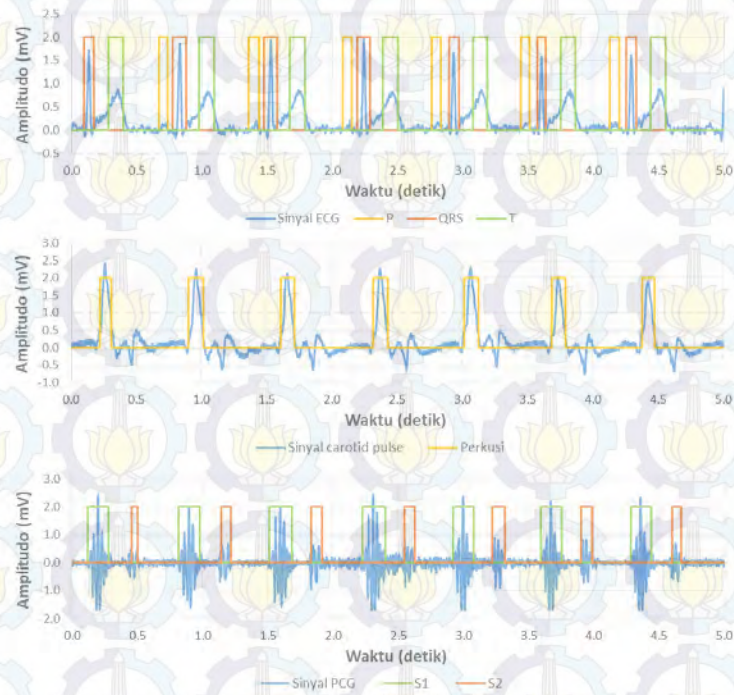
Gambar L.A6. Multimodal sinyal ECG, *carotid pulse*, dan PCG subyek 6 data 1.



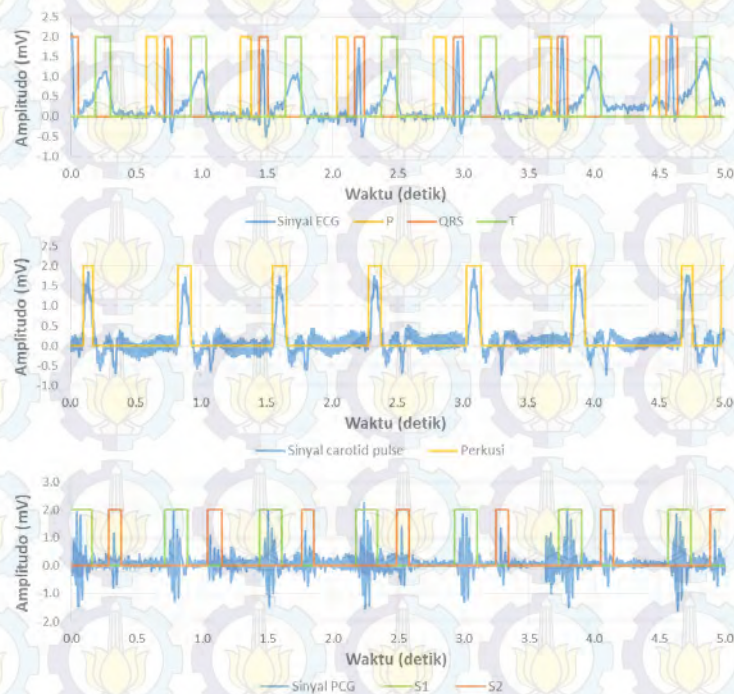
Gambar L.A7. Multimodal sinyal ECG, *carotid pulse*, dan PCG subyek 7 data 1.



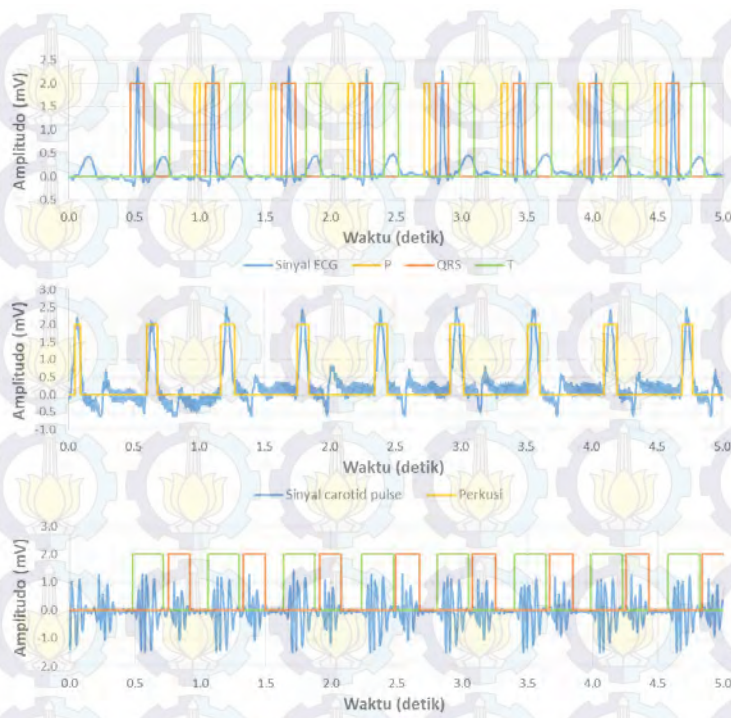
Gambar L.B8. Multimodal sinyal ECG, *carotid pulse*, dan PCG subyek 8 data 1.



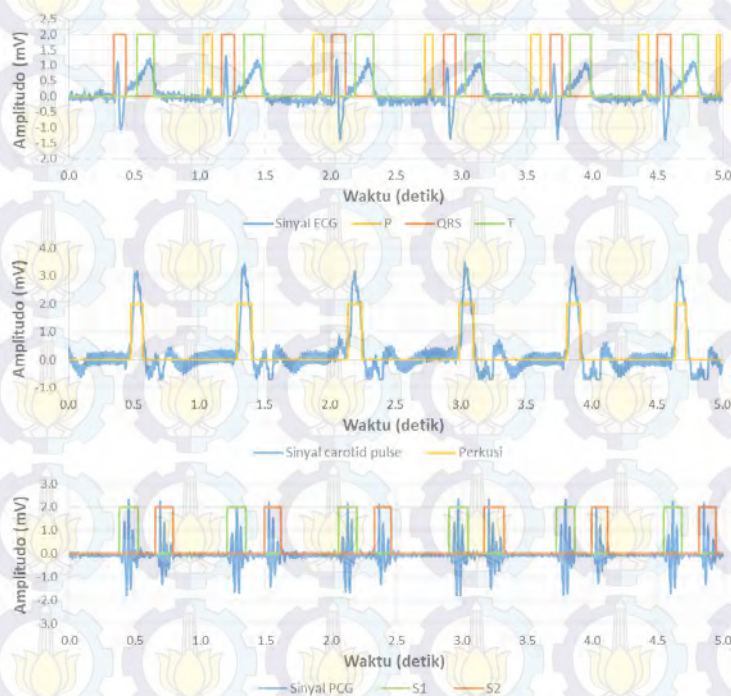
Gambar L.A9. Multimodal sinyal ECG, *carotid pulse*, dan PCG subyek 9 data 1.



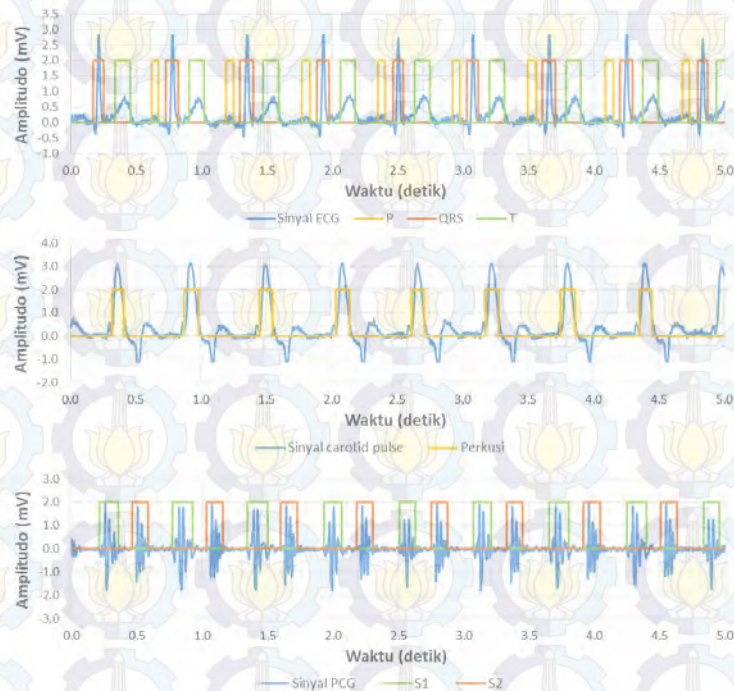
Gambar L.A10. Multimodal sinyal ECG, *carotid pulse*, dan PCG subyek 10 data 1.



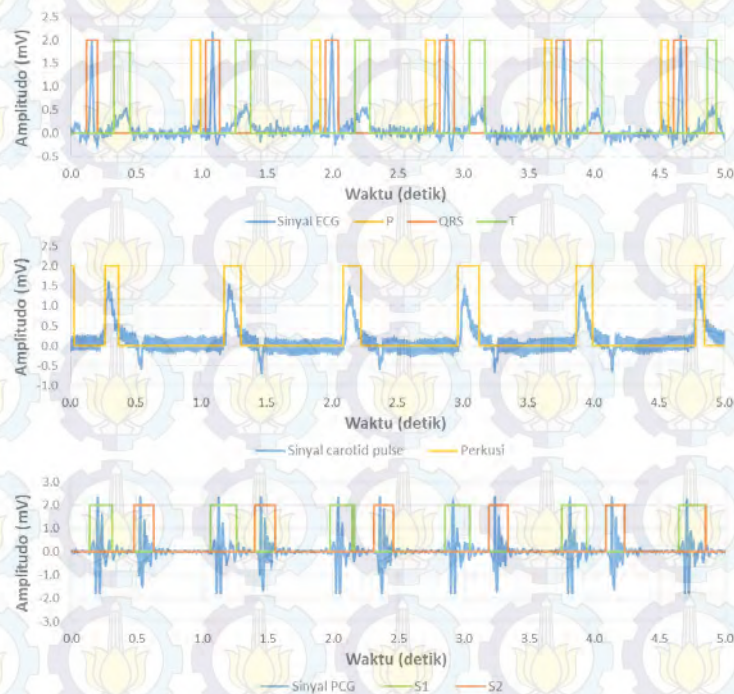
Gambar L.A11. Multimodal sinyal ECG, *carotid pulse*, dan PCG subyek 11 data 1.



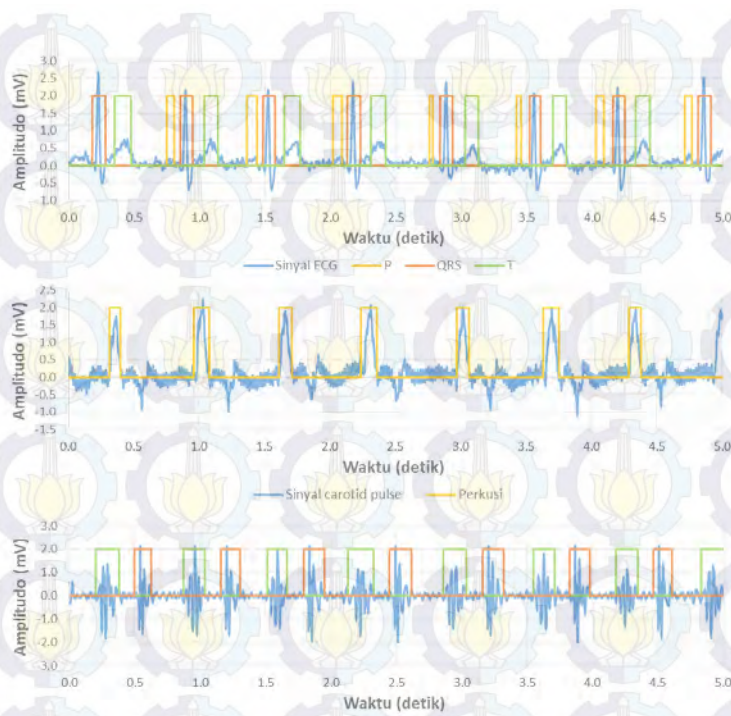
Gambar L.A12. Multimodal sinyal ECG, *carotid pulse*, dan PCG subyek 12 data 1.



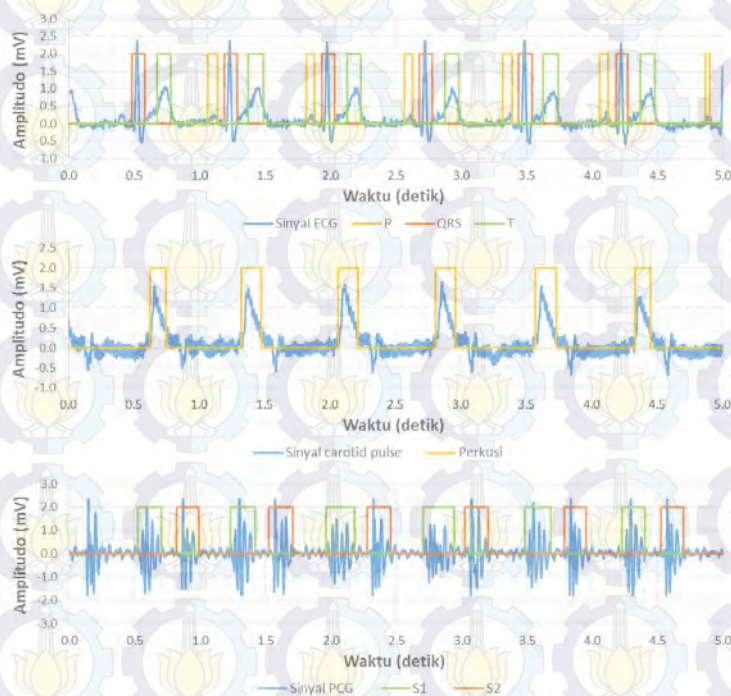
Gambar L.A13. Multimodal sinyal ECG, *carotid pulse*, dan PCG subyek 13 data 1.



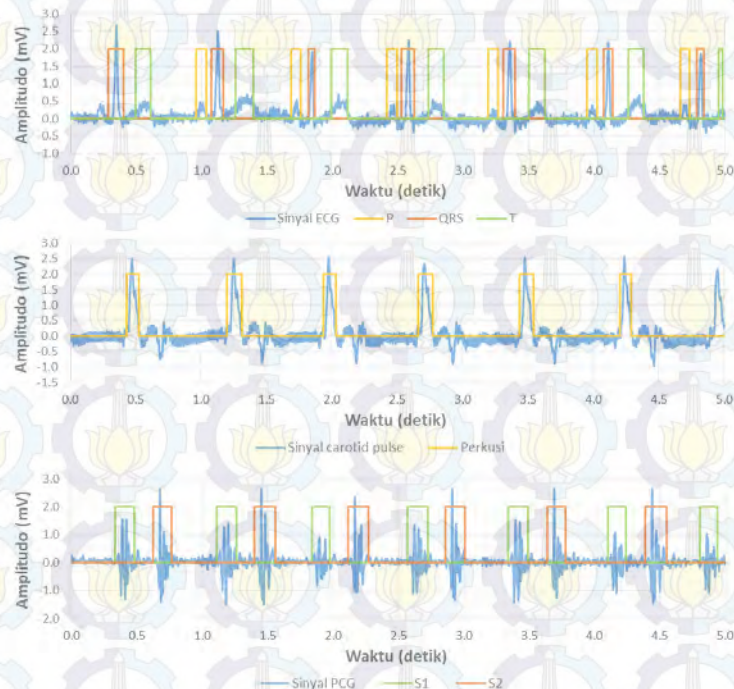
Gambar L.A14. Multimodal sinyal ECG, *carotid pulse*, dan PCG subyek 14 data 1.



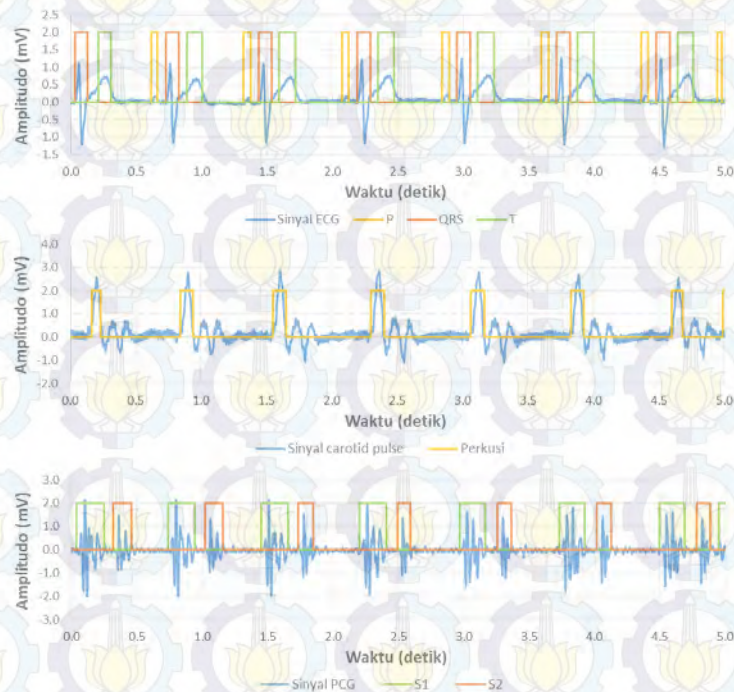
Gambar L.A15. Multimodal sinyal ECG, *carotid pulse*, dan PCG subyek 15 data 1.



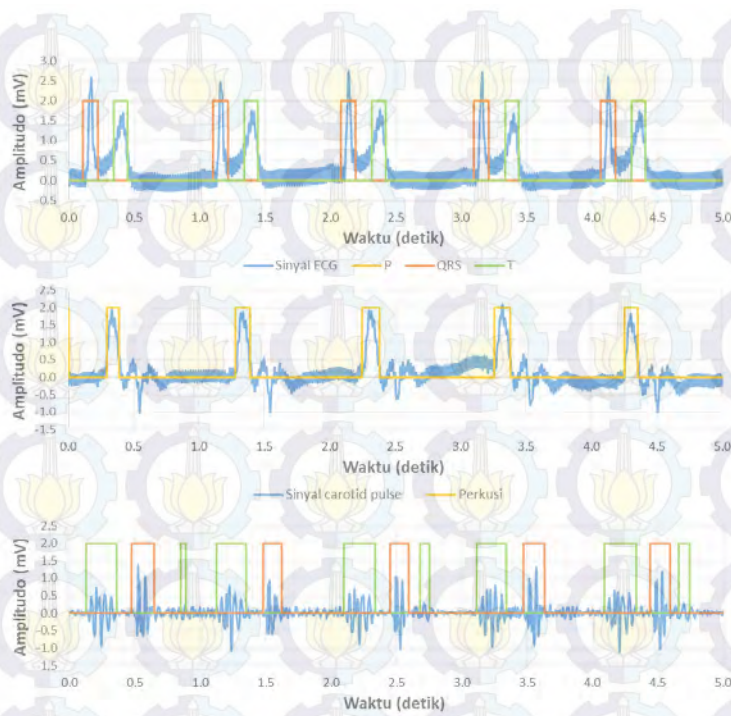
Gambar L.A16. Multimodal sinyal ECG, *carotid pulse*, dan PCG subyek 16 data 1.



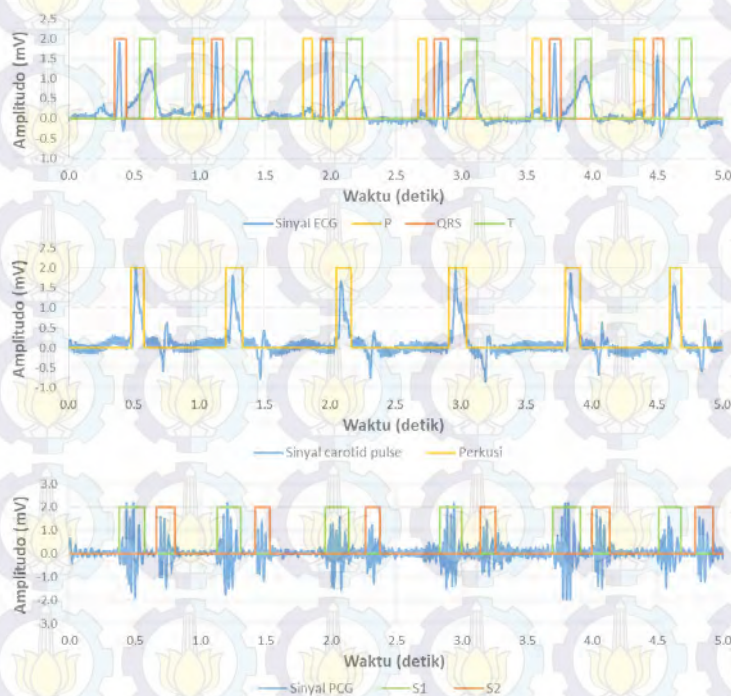
Gambar L.A17. Multimodal sinyal ECG, *carotid pulse*, dan PCG subyek 17 data 1.



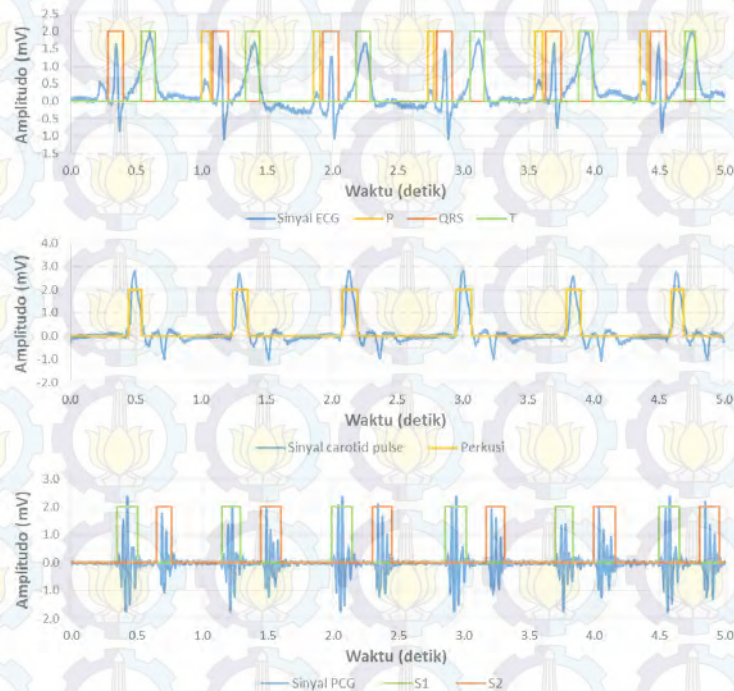
Gambar L.A18. Multimodal sinyal ECG, *carotid pulse*, dan PCG subyek 18 data 1.



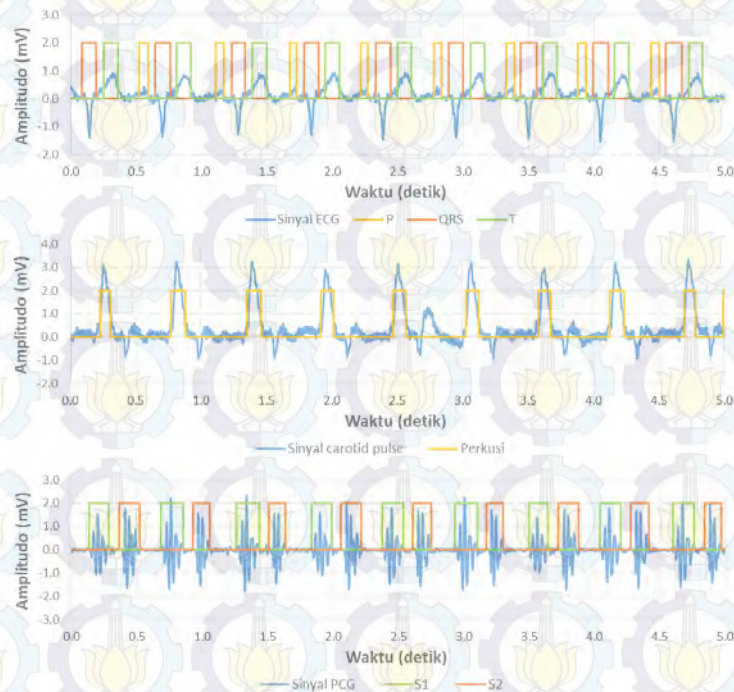
Gambar L.A19. Multimodal sinyal ECG, *carotid pulse*, dan PCG subyek 19 data 1.



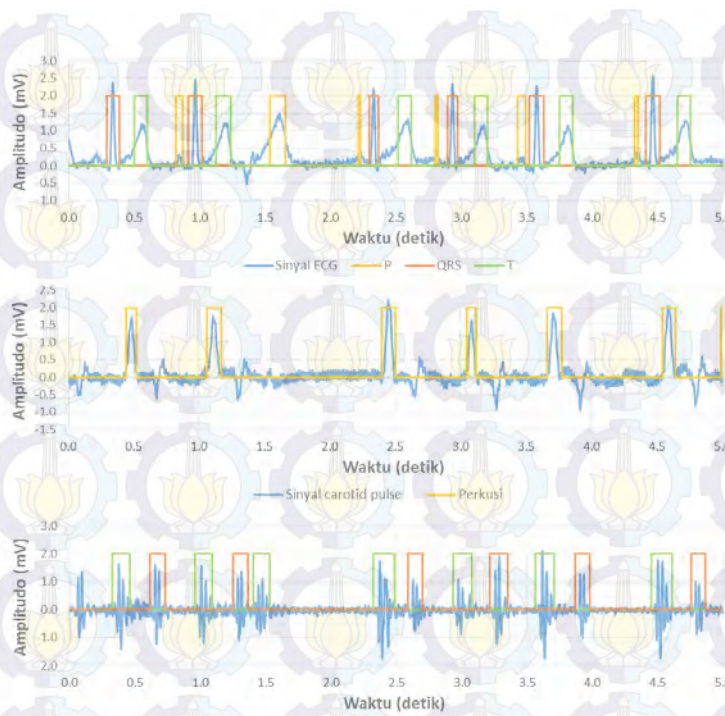
Gambar L.A20. Multimodal sinyal ECG, *carotid pulse*, dan PCG subyek 20 data 1.



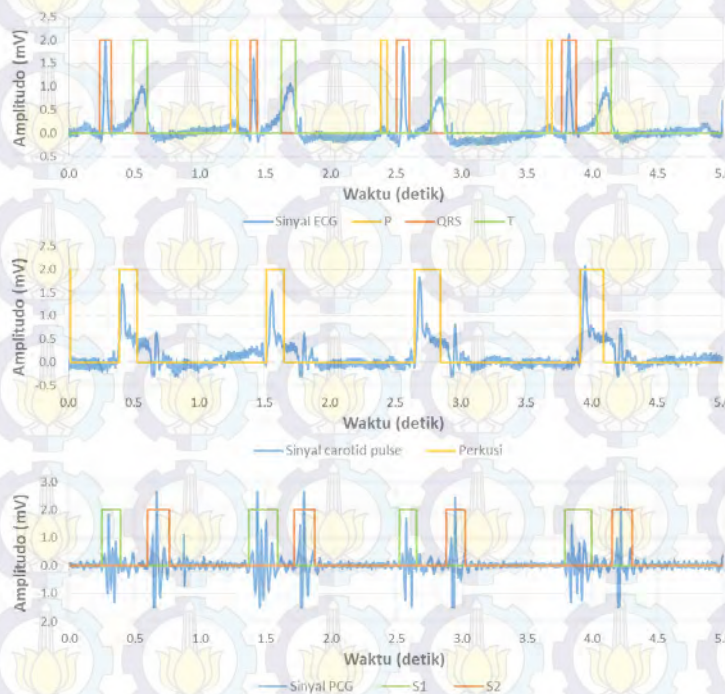
Gambar L.A21. Multimodal sinyal ECG, *carotid pulse*, dan PCG subyek 21 data 1.



Gambar L.A22. Multimodal sinyal ECG, *carotid pulse*, dan PCG subyek 22 data 1.



Gambar L.A23. Multimodal sinyal ECG, *carotid pulse*, dan PCG subyek 23 data 1.



Gambar L.A24. Multimodal sinyal ECG, *carotid pulse*, dan PCG subyek 24 data 1.

LAMPIRAN B

HASIL PENGUJIAN HIPOTESIS SEKUENSIAL BAYESIAN

Tabel L.B1 Tabel Hasil Uji Bayesian Subyek 1.

No.	Parameter	1	2	3	4	5	Status
1	Heart rate	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	
2	Lebar QRS	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.02
		Normal (%)	0	90	100	100	99.98
		Undecided (%)	100	20	0	0	
3	Interval PR	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.19
		Normal (%)	0	50	80	90	99.81
		Undecided (%)	100	50	20	10	
4	Interval QT	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	80	90	100	100	100.00
		Undecided (%)	20	10	0	0	
5	Interval Pc-S2	Abnormal (%)	10	10	10	10	10.00
		Normal (%)	30	70	80	90	90.00
		Undecided (%)	60	20	10	0	
6	Lebar S1	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	
7	Lebar S2	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	
8	Frekuensi S1	Abnormal (%)	10	10	0	0	0.00
		Normal (%)	50	80	80	80	100.00
		Undecided (%)	40	10	20	20	
9	Frekuensi S2	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	

Tabel L.B2. Tabel Hasil Uji Bayesian Subyek 2.

No.	Parameter		1	2	3	4	5	Status
1	Heartrate	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	90	90	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	10	10	0	0	0	
2	Lebar QRS	Abnormal (%)	0	0	70	80	100	99.42
		Normal (%)	0	90	0	0	0	0.58
		Undecided (%)	100	60	30	20	0	
3	Interval PR	Abnormal (%)	100	100	100	100	100	100.00
		Normal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	0	
4	Interval QT	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	0	
5	Interval Pc-S2	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	20	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	80	0	0	0	0	
6	Lebar S1	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	7.42
		Normal (%)	40	70	80	90	80	92.58
		Undecided (%)	60	30	20	10	20	
7	Lebar S2	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	27.45
		Normal (%)	30	40	60	60	50	72.55
		Undecided (%)	70	60	40	40	50	
8	Frekuensi S1	Abnormal (%)	0	20	20	10	20	20.00
		Normal (%)	50	70	80	80	80	80.00
		Undecided (%)	50	10	0	10	0	
9	Frekuensi S2	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	10.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100	90.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	0	

Tabel L.B3. Tabel Hasil Uji Bayesian Subyek 3.

No.	Parameter	1	2	3	4	5	Status
1	Heartrate	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	
2	Lebar QRS	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.48
		Normal (%)	0	90	80	100	99.52
		Undecided (%)	100	40	20	0	
3	Interval PR	Abnormal (%)	10	20	20	40	95.11
		Normal (%)	0	0	0	0	4.89
		Undecided (%)	90	80	80	60	
4	Interval QT	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	
5	Interval Pc-S2	Abnormal (%)	20	20	20	30	30.00
		Normal (%)	0	50	80	70	70.00
		Undecided (%)	80	30	0	0	
6	Lebar S1	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	
7	Lebar S2	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	
8	Frekuensi S1	Abnormal (%)	0	10	0	0	0.00
		Normal (%)	80	80	100	100	100.00
		Undecided (%)	20	10	0	0	
9	Frekuensi S2	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	

Tabel L.B4. Tabel Hasil Uji Bayesian Subyek 4.

No.	Parameter		1	2	3	4	5	Status
1	Heartrate	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	0	
2	Lebar QRS	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	4.86
		Normal (%)	30	90	80	80	70	95.14
		Undecided (%)	70	50	20	20	30	
3	Interval PR	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	10.97
		Normal (%)	50	80	70	80	80	89.03
		Undecided (%)	50	20	30	20	20	
4	Interval QT	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	0	
5	Interval Pc-S2	Abnormal (%)	10	20	20	20	10	10.04
		Normal (%)	30	80	80	80	80	89.96
		Undecided (%)	60	0	0	0	10	
6	Lebar S1	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	90	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	10	0	0	0	0	
7	Lebar S2	Abnormal (%)	10	20	70	70	90	89.81
		Normal (%)	10	10	10	10	10	10.19
		Undecided (%)	80	70	20	20	0	
8	Frekuensi S1	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	80	90	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	20	10	0	0	0	
9	Frekuensi S2	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	0	

Tabel L.B5. Tabel Hasil Uji Bayesian Subyek 5.

No.	Parameter	1	2	3	4	5	Status
1	Heartrate	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	
2	Lebar QRS	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.10
		Normal (%)	30	90	100	100	99.90
		Undecided (%)	70	20	0	0	
3	Interval PR	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	
4	Interval QT	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	90	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	10	0	0	0	
5	Interval Pc-S2	Abnormal (%)	10	10	10	10	10.00
		Normal (%)	20	90	90	90	90.00
		Undecided (%)	70	0	0	0	
6	Lebar S1	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	90	80	80	100	100.00
		Undecided (%)	10	20	20	0	
7	Lebar S2	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	50	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	50	0	0	0	
8	Frekuensi S1	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	
9	Frekuensi S2	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	

Tabel L.B6. Tabel Hasil Uji Bayesian Subyek 6.

No.	Parameter		1	2	3	4	5	Status
1	Heartrate	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	0	
2	Lebar QRS	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.01
		Normal (%)	40	90	90	100	100	99.99
		Undecided (%)	60	10	10	0	0	
3	Interval PR	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.06
		Normal (%)	80	90	100	100	100	99.94
		Undecided (%)	20	10	0	0	0	
4	Interval QT	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	90	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	10	0	0	0	0	
5	Interval Pc-S2	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	70	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	30	0	0	0	0	
6	Lebar S1	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	80	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	20	0	0	0	0	
7	Lebar S2	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	12.34
		Normal (%)	40	40	40	70	70	87.66
		Undecided (%)	60	60	60	30	30	
8	Frekuensi S1	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	0	
9	Frekuensi S2	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	0	

Tabel L.B7. Tabel Hasil Uji Bayesian Subyek 7.

No.	Parameter	1	2	3	4	5	Status
1	Heartrate	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	
2	Lebar QRS	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.24
		Normal (%)	20	90	60	100	99.76
		Undecided (%)	80	70	40	0	
3	Interval PR	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	
4	Interval QT	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	
5	Interval Pc-S2	Abnormal (%)	0	10	10	10	10.00
		Normal (%)	30	90	90	90	90.00
		Undecided (%)	70	0	0	0	
6	Lebar S1	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	40	50	70	100	100.00
		Undecided (%)	60	50	30	0	
7	Lebar S2	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.10
		Normal (%)	30	70	90	100	99.90
		Undecided (%)	70	30	10	0	
8	Frekuensi S1	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	
9	Frekuensi S2	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	

Tabel L.B8. Tabel Hasil Uji Bayesian Subyek 8.

No.	Parameter		1	2	3	4	5	Status
1	Heartrate	Abnormal (%)	20	40	40	30	40	49.18
		Normal (%)	30	40	40	40	50	50.82
		Undecided (%)	50	20	20	30	10	
2	Lebar QRS	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.01
		Normal (%)	10	90	100	100	100	99.99
		Undecided (%)	90	20	0	0	0	
3	Interval PR	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	90	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	10	0	0	0	0	
4	Interval QT	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	0	
5	Interval Pc-S2	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	80	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	20	0	0	0	0	
6	Lebar S1	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	90	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	10	0	0	0	0	
7	Lebar S2	Abnormal (%)	0	70	80	80	90	89.92
		Normal (%)	0	0	10	10	10	10.08
		Undecided (%)	100	30	10	10	0	
8	Frekuensi S1	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	90	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	10	0	0	0	0	
9	Frekuensi S2	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	0	

Tabel L.B9. Tabel Hasil Uji Bayesian Subyek 9.

No.	Parameter	1	2	3	4	5	Status
1	Heartrate	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	
2	Lebar QRS	Abnormal (%)	0	0	10	0	0.22
		Normal (%)	20	90	80	80	99.78
		Undecided (%)	80	30	10	20	
3	Interval PR	Abnormal (%)	0	0	0	0	6.79
		Normal (%)	80	90	90	90	93.21
		Undecided (%)	20	10	10	10	
4	Interval QT	Abnormal (%)	0	0	10	0	2.39
		Normal (%)	70	90	90	90	97.61
		Undecided (%)	30	10	0	10	
5	Interval Pc-S2	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	40	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	60	0	0	0	
6	Lebar S1	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.02
		Normal (%)	90	100	100	100	99.98
		Undecided (%)	10	0	0	0	
7	Lebar S2	Abnormal (%)	0	0	0	0	1.70
		Normal (%)	40	50	70	80	98.30
		Undecided (%)	60	50	30	20	
8	Frekuensi S1	Abnormal (%)	0	40	40	40	39.96
		Normal (%)	0	30	40	40	60.04
		Undecided (%)	100	30	20	20	
9	Frekuensi S2	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	

Tabel L.B10. Tabel Hasil Uji Bayesian Subyek 10.

No.	Parameter		1	2	3	4	5	Status
1	Heartrate	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	0	
2	Lebar QRS	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	40	90	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	60	40	0	0	0	
3	Interval PR	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.01
		Normal (%)	70	80	90	90	100	99.99
		Undecided (%)	30	20	10	10	0	
4	Interval QT	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	0	
5	Interval Pc-S2	Abnormal (%)	10	10	20	10	20	20.00
		Normal (%)	70	90	80	80	80	80.00
		Undecided (%)	20	0	0	10	0	
6	Lebar S1	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	90	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	10	0	0	0	0	
7	Lebar S2	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.01
		Normal (%)	60	70	90	100	100	99.99
		Undecided (%)	40	30	10	0	0	
8	Frekuensi S1	Abnormal (%)	0	40	40	40	30	29.98
		Normal (%)	0	50	50	50	60	70.02
		Undecided (%)	100	10	10	10	10	
9	Frekuensi S2	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	0	

Tabel L.B11. Tabel Hasil Uji Bayesian Subyek 11.

No.	Parameter		1	2	3	4	5	Status
1	Heartrate	Abnormal (%)	0	10	20	30	20	29.97
		Normal (%)	30	30	50	60	60	70.03
		Undecided (%)	70	60	30	10	20	
2	Lebar QRS	Abnormal (%)	0	0	10	0	0	0.60
		Normal (%)	40	90	70	90	100	99.40
		Undecided (%)	60	40	20	10	0	
3	Interval PR	Abnormal (%)	0	0	10	20	20	40.97
		Normal (%)	0	20	40	50	50	59.03
		Undecided (%)	100	80	50	30	30	
4	Interval QT	Abnormal (%)	0	10	40	50	50	84.16
		Normal (%)	0	10	0	0	10	15.84
		Undecided (%)	100	80	60	50	40	
5	Interval Pc-S2	Abnormal (%)	10	20	20	30	30	30.00
		Normal (%)	20	80	80	70	70	70.00
		Undecided (%)	70	0	0	0	0	
6	Lebar S1	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	2.06
		Normal (%)	90	90	90	90	90	97.94
		Undecided (%)	10	10	10	10	10	
7	Lebar S2	Abnormal (%)	0	40	40	70	70	80.88
		Normal (%)	0	0	10	20	10	19.12
		Undecided (%)	100	60	50	10	20	
8	Frekuensi S1	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	40	90	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	60	10	0	0	0	
9	Frekuensi S2	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	0	

Tabel L.B12. Tabel Hasil Uji Bayesian Subyek 12.

No.	Parameter		1	2	3	4	5	Status
1	Heartrate	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	0	
2	Lebar QRS	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.02
		Normal (%)	30	90	80	100	100	99.98
		Undecided (%)	70	30	20	0	0	
3	Interval PR	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	80	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	20	0	0	0	0	
4	Interval QT	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.02
		Normal (%)	80	80	100	90	100	99.98
		Undecided (%)	20	20	0	10	0	
5	Interval Pc-S2	Abnormal (%)	0	0	10	10	10	10.00
		Normal (%)	70	100	90	90	90	90.00
		Undecided (%)	30	0	0	0	0	
6	Lebar S1	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	0	
7	Lebar S2	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.01
		Normal (%)	70	90	100	100	100	99.99
		Undecided (%)	30	10	0	0	0	
8	Frekuensi S1	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	0	
9	Frekuensi S2	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	0	

Tabel L.B13. Tabel Hasil Uji Bayesian Subyek 13.

No.	Parameter	1	2	3	4	5	Status
1	Heartrate	Abnormal (%)	10	40	40	50	39.86
		Normal (%)	40	50	50	50	60.14
		Undecided (%)	50	10	10	0	0
2	Lebar QRS	Abnormal (%)	0	0	10	10	0.04
		Normal (%)	149	90	71	90	99.96
		Undecided (%)	40	20	20	0	0
3	Interval PR	Abnormal (%)	0	10	10	10	0.03
		Normal (%)	173	80	90	90	99.97
		Undecided (%)	60	10	0	0	0
4	Interval QT	Abnormal (%)	0	0	0	0	51.59
		Normal (%)	100	100	100	100	48.41
		Undecided (%)	0	0	0	0	0
5	Interval Pc-S2	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	0
6	Lebar S1	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	0
7	Lebar S2	Abnormal (%)	0	0	0	0	5.22
		Normal (%)	50	90	100	100	94.78
		Undecided (%)	50	10	0	0	10
8	Frekuensi S1	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	0
9	Frekuensi S2	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	0

Tabel L.B14. Tabel Hasil Uji Bayesian Subyek 14.

No.	Parameter		1	2	3	4	5	Status
1	Heartrate	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	70	90	90	100	100	100.00
		Undecided (%)	30	10	10	0	0	
2	Lebar QRS	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.07
		Normal (%)	30	90	100	100	100	99.93
		Undecided (%)	70	10	0	0	0	
3	Interval PR	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	4.36
		Normal (%)	40	90	100	90	90	95.64
		Undecided (%)	60	10	0	10	10	
4	Interval QT	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	0	
5	Interval Pc-S2	Abnormal (%)	20	30	30	30	30	29.53
		Normal (%)	60	70	70	70	70	70.47
		Undecided (%)	20	0	0	0	0	
6	Lebar S1	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	0	
7	Lebar S2	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	4.30
		Normal (%)	10	60	60	80	80	95.70
		Undecided (%)	90	40	40	20	20	
8	Frekuensi S1	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	0	
9	Frekuensi S2	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	0	

Tabel L.B15. Tabel Hasil Uji Bayesian Subyek 15.

No.	Parameter		1	2	3	4	5	Status
1	Heartrate	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	0	
2	Lebar QRS	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	40	90	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	60	10	0	0	0	
3	Interval PR	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	8.95
		Normal (%)	40	80	90	90	90	91.05
		Undecided (%)	60	20	10	10	10	
4	Interval QT	Abnormal (%)	0	20	50	60	60	87.15
		Normal (%)	10	10	10	10	10	12.85
		Undecided (%)	90	70	40	30	30	
5	Interval Pc-S2	Abnormal (%)	0	10	20	10	10	10.00
		Normal (%)	100	90	80	80	90	90.00
		Undecided (%)	0	0	0	10	0	
6	Lebar S1	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	0	
7	Lebar S2	Abnormal (%)	0	0	0	10	30	70.26
		Normal (%)	0	10	10	10	10	29.74
		Undecided (%)	100	90	90	80	60	
8	Frekuensi S1	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	0	
9	Frekuensi S2	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	0	

Tabel L.B16. Tabel Hasil Uji Bayesian Subyek 16.

No.	Parameter		1	2	3	4	5	Status
1	Heartrate	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	0	
2	Lebar QRS	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.04
		Normal (%)	50	90	100	100	100	99.96
		Undecided (%)	50	30	0	0	0	
3	Interval PR	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	90	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	10	0	0	0	0	
4	Interval QT	Abnormal (%)	0	0	0	0	10	26.18
		Normal (%)	20	50	40	40	50	73.82
		Undecided (%)	80	50	60	60	40	
5	Interval Pc-S2	Abnormal (%)	0	10	0	0	10	10.00
		Normal (%)	100	90	90	100	90	90.00
		Undecided (%)	0	0	10	0	0	
6	Lebar S1	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	90	90	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	10	10	0	0	0	
7	Lebar S2	Abnormal (%)	10	90	90	90	100	99.87
		Normal (%)	0	0	0	0	0	0.13
		Undecided (%)	90	10	10	10	0	
8	Frekuensi S1	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	0	
9	Frekuensi S2	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	0	

Tabel L.B17. Tabel Hasil Uji Bayesian Subyek 17.

No.	Parameter	1	2	3	4	5	Status
1	Heartrate	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	90	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	10	0	0	0	
2	Lebar QRS	Abnormal (%)	0	0	0	0	3.26
		Normal (%)	40	90	90	100	96.74
		Undecided (%)	60	50	10	0	20
3	Interval PR	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.56
		Normal (%)	40	70	80	100	99.44
		Undecided (%)	60	30	20	0	0
4	Interval QT	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	60	80	90	100	100.00
		Undecided (%)	40	20	10	0	0
5	Interval Pc-S2	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	0
6	Lebar S1	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	0
7	Lebar S2	Abnormal (%)	0	20	40	70	99.21
		Normal (%)	0	0	0	0	0.79
		Undecided (%)	100	80	60	30	0
8	Frekuensi S1	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	0
9	Frekuensi S2	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	0

Tabel L.B18. Tabel Hasil Uji Bayesian Subyek 18.

No.	Parameter		1	2	3	4	5	Status
1	Heartrate	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	0	
2	Lebar QRS	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.70
		Normal (%)	0	90	70	90	100	99.30
		Undecided (%)	100	70	30	10	0	
3	Interval PR	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	50	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	50	0	0	0	0	
4	Interval QT	Abnormal (%)	0	90	80	80	80	85.82
		Normal (%)	10	10	20	20	10	14.18
		Undecided (%)	90	0	0	0	10	
5	Interval Pc-S2	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	50	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	50	0	0	0	0	
6	Lebar S1	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	11.98
		Normal (%)	60	60	60	90	70	88.02
		Undecided (%)	40	40	40	10	30	
7	Lebar S2	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.03
		Normal (%)	70	90	90	100	100	99.97
		Undecided (%)	30	10	10	0	0	
8	Frekuensi S1	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	0	
9	Frekuensi S2	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	0	

Tabel L.B19. Tabel Hasil Uji Bayesian Subyek 19.

No.	Parameter	1	2	3	4	5	Status
1	Heartrate	Abnormal (%)	0	40	50	50	67.88
		Normal (%)	0	10	10	20	32.12
		Undecided (%)	100	50	40	30	
2	Lebar QRS	Abnormal (%)	0	0	90	90	99.25
		Normal (%)	0	90	0	0	0.75
		Undecided (%)	100	10	10	10	
3	Interval PR	Abnormal (%)	0	100	100	100	99.99
		Normal (%)	0	0	0	0	0.01
		Undecided (%)	100	0	0	0	
4	Interval QT	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	90	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	10	0	0	0	
5	Interval Pc-S2	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	90	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	10	0	0	0	
6	Lebar S1	Abnormal (%)	0	0	0	0	59.99
		Normal (%)	20	20	30	30	40.01
		Undecided (%)	80	80	70	70	
7	Lebar S2	Abnormal (%)	0	0	0	0	95.92
		Normal (%)	0	0	0	0	4.08
		Undecided (%)	100	100	100	100	
8	Frekuensi S1	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	
9	Frekuensi S2	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	

Tabel L.B20. Tabel Hasil Uji Bayesian Subyek 20.

No.	Parameter		1	2	3	4	5	Status
1	Heartrate	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	29.12
		Normal (%)	20	40	60	60	60	70.88
		Undecided (%)	80	60	40	40	40	
2	Lebar QRS	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	2.94
		Normal (%)	30	90	80	90	90	97.06
		Undecided (%)	70	40	20	10	10	
3	Interval PR	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	23.09
		Normal (%)	50	60	60	60	60	76.91
		Undecided (%)	50	40	40	40	40	
4	Interval QT	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	90	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	10	0	0	0	0	
5	Interval Pc-S2	Abnormal (%)	0	10	0	0	0	0.00
		Normal (%)	80	90	90	100	100	100.00
		Undecided (%)	20	0	10	0	0	
6	Lebar S1	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	0	
7	Lebar S2	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.01
		Normal (%)	70	100	100	100	100	99.99
		Undecided (%)	30	0	0	0	0	
8	Frekuensi S1	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	0	
9	Frekuensi S2	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	10.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100	90.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	0	

Tabel L.B21. Tabel Hasil Uji Bayesian Subyek 21.

No.	Parameter	1	2	3	4	5	Status
1	Heartrate	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	90	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	10	0	0	0	
2	Lebar QRS	Abnormal (%)	40	40	40	50	50.77
		Normal (%)	10	90	20	40	49.23
		Undecided (%)	50	30	40	10	0
3	Interval PR	Abnormal (%)	0	20	40	50	54.88
		Normal (%)	30	40	40	40	45.12
		Undecided (%)	70	40	20	10	
4	Interval QT	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	
5	Interval Pc-S2	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	80	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	20	0	0	0	
6	Lebar S1	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	
7	Lebar S2	Abnormal (%)	0	0	0	0	5.93
		Normal (%)	70	90	80	80	94.07
		Undecided (%)	30	10	20	20	
8	Frekuensi S1	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	
9	Frekuensi S2	Abnormal (%)	0	0	0	0	20.00
		Normal (%)	100	100	100	100	80.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	

Tabel L.B22. Tabel Hasil Uji Bayesian Subyek 22.

No.	Parameter		1	2	3	4	5	Status
1	Heartrate	Abnormal (%)	40	90	90	100	100	99.99
		Normal (%)	0	0	0	0	0	0.01
		Undecided (%)	60	10	10	0	0	
2	Lebar QRS	Abnormal (%)	20	20	30	20	40	54.05
		Normal (%)	0	90	10	40	30	45.95
		Undecided (%)	80	60	60	40	30	
3	Interval PR	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	70	90	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	30	10	0	0	0	
4	Interval QT	Abnormal (%)	0	30	40	40	50	57.46
		Normal (%)	10	10	20	30	40	42.54
		Undecided (%)	90	60	40	30	10	
5	Interval Pc-S2	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	0	10	80	90	100	100.00
		Undecided (%)	100	90	20	10	0	
6	Lebar S1	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	0	
7	Lebar S2	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	8.44
		Normal (%)	20	30	60	70	80	91.56
		Undecided (%)	80	70	40	30	20	
8	Frekuensi S1	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	0	
9	Frekuensi S2	Abnormal (%)	0	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	0	

Tabel L.B23. Tabel Hasil Uji Bayesian Subyek 23.

No.	Parameter	1	2	3	4	5	Status
1	Heartrate	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.02
		Normal (%)	30	70	80	90	99.98
		Undecided (%)	70	30	20	10	0
2	Lebar QRS	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.07
		Normal (%)	50	90	100	100	99.93
		Undecided (%)	50	40	0	0	0
3	Interval PR	Abnormal (%)	0	0	0	0	39.30
		Normal (%)	10	10	10	10	60.70
		Undecided (%)	90	90	90	90	60
4	Interval QT	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	90	90	100	100	100.00
		Undecided (%)	10	10	0	0	0
5	Interval Pc-S2	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	60	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	40	0	0	0	0
6	Lebar S1	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	0
7	Lebar S2	Abnormal (%)	0	0	0	0	1.37
		Normal (%)	80	90	100	90	98.63
		Undecided (%)	20	10	0	10	10
8	Frekuensi S1	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	0
9	Frekuensi S2	Abnormal (%)	0	0	0	0	0.00
		Normal (%)	100	100	100	100	100.00
		Undecided (%)	0	0	0	0	0



LAMPIRAN C

PENURUNAN INVERSE FOURIER TRANSFORM

L.C.1. Penurunan *inverse fourier transform* dari filter $H(\omega)$ dan $G(\omega)$.

Discrete-time Fourier Transform :

$$DF(\delta[n-n_0]) = e^{-j\omega n_0}$$

$$DF^{-1}(e^{-j\omega n_0}) = \delta[n-n_0]$$

Bilangan kompleks :

$$e^{-j\omega} = \cos(\omega) - j \sin(\omega)$$

$$e^{j\omega} = \cos(\omega) + j \sin(\omega)$$

$$\frac{e^{-j\omega} + e^{j\omega}}{2} = \cos(\omega)$$

$$\cos(\omega) = \frac{1}{2}(e^{-j\omega} + e^{j\omega})$$

$$a) H(\omega) = e^{\frac{1}{2}i\omega} \left(\cos \frac{\omega}{2} \right)^3$$

$$H(\omega) = e^{\frac{1}{2}i\omega} \left(\frac{1}{2} e^{-\frac{1}{2}i\omega} + \frac{1}{2} e^{\frac{1}{2}i\omega} \right)^3$$

$$H(\omega) = e^{\frac{1}{2}i\omega} \left(\frac{1}{8} e^{-\frac{3}{2}i\omega} + 3 \left(\frac{1}{4} e^{-i\omega} \right) \left(\frac{1}{2} e^{\frac{1}{2}i\omega} \right) + 3 \left(\frac{1}{2} e^{\frac{1}{2}i\omega} \right) \left(\frac{1}{4} e^{i\omega} \right) + \frac{1}{8} e^{\frac{3}{2}i\omega} \right)$$

$$H(\omega) = e^{\frac{1}{2}i\omega} \left(\frac{1}{8} e^{-\frac{3}{2}i\omega} + \frac{3}{8} e^{-i\omega + \frac{1}{2}i\omega} + \frac{3}{8} e^{\frac{1}{2}i\omega + i\omega} + \frac{1}{8} e^{\frac{3}{2}i\omega} \right)$$

$$H(\omega) = \frac{1}{8} e^{-i\omega} + \frac{3}{8} e^0 + \frac{3}{8} e^{i\omega} + \frac{1}{8} e^{2i\omega}$$

$$h[k] = DF^{-1}(H(\omega))$$

$$h[k] = DF^{-1} \left(DF \left(\frac{1}{8}(\delta[k-1]) + \frac{3}{8}(\delta[k]) + \frac{3}{8}(\delta[k+1]) + \frac{1}{8}(\delta[k+2]) \right) \right)$$

$$h[k] = \frac{1}{8}(\delta[k-1] + 3\delta[k] + 3\delta[k+1] + \delta[k+2])$$

$$b) G(\omega) = 4ie^{\frac{1}{2}i\omega} \left(\sin \frac{\omega}{2} \right)$$

$$G(\omega) = 4ie^{\frac{1}{2}i\omega} \left(-\frac{1}{2i} e^{-\frac{1}{2}i\omega} + \frac{1}{2i} e^{\frac{1}{2}i\omega} \right)$$

$$G(\omega) = -2e^0 + 2e^{i\omega}$$

$$g[k] = DF^{-1}(G(\omega))$$

$$g[k] = DF^{-1}(DF(-2\delta[k] + 2\delta[k+1]))$$

$$g[k] = -2(\delta[k] - \delta[k+1])$$

Tabel L.C.1. Koefisien filter $h[k]$ dan $g[k]$.

k	$h[k]$	$g[k]$
-2	1/8	
-1	3/8	2
0	3/8	-2
1	1/8	

L.C.2. Penurunan *inverse fourier transform* dari $Q_j(\omega)$ berdasarkan hubungan Algoritma Mallat dan Filter Bank.

Algoritma Mallat dan Filter Bank dihubungkan oleh persamaan berikut :

$$Q_1(\omega) = G(\omega)$$

$$Q_2(\omega) = G(2\omega)H(\omega)$$

$$Q_3(\omega) = G(4\omega)H(2\omega)H(\omega)$$

$$Q_4(\omega) = G(8\omega)H(4\omega)H(2\omega)H(\omega)$$

$$Q_5(\omega) = G(16\omega)H(8\omega)H(4\omega)H(2\omega)H(\omega)$$

Inverse fourier transform dari $Q_j(\omega)$:

a) Pada skala $j=1$

$$Q_1(\omega) = G(\omega)$$

$$q_1[k] = DF^{-1}(G(\omega))$$

$$q_1[k] = -2(\delta[k] - \delta[k+1])$$

b) Pada skala $j=2$

$$Q_2(\omega) = G(2\omega)H(\omega)$$

$$Q_2(\omega) = (4ie^{i\omega}(\sin \omega)) \left(e^{\frac{1}{2}i\omega} \left(\cos \frac{\omega}{2} \right)^3 \right)$$

$$Q_2(\omega) = \left(4ie^{i\omega} \left(-\frac{1}{2i}e^{-i\omega} + \frac{1}{2i}e^{i\omega} \right) \right) \left(e^{\frac{1}{2}i\omega} \left(\frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}i\omega} + \frac{1}{2}e^{\frac{1}{2}i\omega} \right)^3 \right)$$

$$Q_2(\omega) = (-2e^{-i\omega+i\omega} + 2e^{i\omega+i\omega}) \left(e^{\frac{1}{2}i\omega} \left(\frac{1}{8}e^{-\frac{3}{2}i\omega} + \frac{3}{8}e^{-i\omega+\frac{1}{2}i\omega} + \frac{3}{8}e^{-\frac{1}{2}i\omega+i\omega} + \frac{1}{8}e^{\frac{3}{2}i\omega} \right) \right)$$

$$Q_2(\omega) = (-2e^0 + 2e^{2i\omega}) \left(\frac{1}{8}e^{-i\omega} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8}e^{i\omega} + \frac{1}{8}e^{2i\omega} \right)$$

$$Q_2(\omega) = -\frac{1}{4}e^{-i\omega} - \frac{3}{4}e^0 - \frac{3}{4}e^{i\omega} - \frac{1}{4}e^{2i\omega} + \frac{1}{4}e^{i\omega} + \frac{3}{4}e^{2i\omega} + \frac{3}{4}e^{3i\omega} + \frac{1}{4}e^{4i\omega}$$

$$q_2[k] = -\frac{1}{4}(\delta[k-1]) - \frac{3}{4}(\delta[k]) - \frac{3}{4}(\delta[k+1]) - \frac{1}{4}(\delta[k+2]) + \frac{1}{4}(\delta[k+1]) \\ + \frac{3}{4}(\delta[k+2]) + \frac{3}{4}(\delta[k+3]) + \frac{1}{4}(\delta[k+4])$$

$$q_2[k] = -\frac{1}{4}(\delta[k-1] + 3\delta[k] + 2\delta[k+1] - 2\delta[k+2] - 3\delta[k+3] - \delta[k+4])$$

c) Pada skala $j=3$

$$Q_3(\omega) = G(4\omega)H(2\omega)H(\omega)$$

$$Q_3(\omega) = (4ie^{2i\omega}(\sin 2\omega)) (e^{i\omega}(\cos \omega)^3) \left(e^{\frac{1}{2}i\omega} \left(\cos \frac{\omega}{2} \right)^3 \right)$$

$$Q_3(\omega) = \left(4ie^{2i\omega} \left(-\frac{1}{2i}e^{-2i\omega} + \frac{1}{2i}e^{2i\omega} \right) \right) \left(e^{i\omega} \left(\frac{1}{2}e^{-i\omega} + \frac{1}{2}e^{i\omega} \right)^3 \right) \\ \left(e^{\frac{1}{2}i\omega} \left(\frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}i\omega} + \frac{1}{2}e^{\frac{1}{2}i\omega} \right)^3 \right)$$

$$Q_3(\omega) = (-2e^0 + 2e^{4i\omega}) \left(\frac{1}{8}e^{-2i\omega} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8}e^{2i\omega} + \frac{1}{8}e^{4i\omega} \right) \left(\frac{1}{8}e^{-i\omega} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8}e^{i\omega} + \frac{1}{8}e^{2i\omega} \right)$$

$$Q_3(\omega) = (-2e^0 + 2e^{4i\omega}) \left(\frac{1}{64}e^{-3i\omega} + \frac{3}{64}e^{-2i\omega} + \frac{3}{64}e^{-i\omega} + \frac{1}{64} + \frac{3}{64}e^{-i\omega} + \frac{9}{64} + \frac{9}{64}e^{i\omega} + \frac{3}{64}e^{2i\omega} + \frac{3}{64}e^{i\omega} + \frac{9}{64}e^{2i\omega} + \frac{9}{64}e^{3i\omega} + \frac{3}{64}e^{4i\omega} + \frac{1}{64}e^{3i\omega} + \frac{3}{64}e^{4i\omega} + \frac{3}{64}e^{5i\omega} + \frac{1}{64}e^{6i\omega} \right)$$

$$Q_3(\omega) = -\frac{1}{32}e^{-3i\omega} - \frac{3}{32}e^{-2i\omega} - \frac{6}{32}e^{-i\omega} - \frac{10}{32}e^0 - \frac{12}{32}e^{i\omega} - \frac{12}{32}e^{2i\omega} - \frac{10}{32}e^{3i\omega}$$

$$- \frac{6}{32}e^{4i\omega} - \frac{3}{32}e^{5i\omega} - \frac{1}{32}e^{6i\omega} + \frac{1}{32}e^{i\omega} + \frac{3}{32}e^{2i\omega} + \frac{6}{32}e^{3i\omega} + \frac{10}{32}e^{4i\omega}$$

$$+ \frac{12}{32}e^{5i\omega} + \frac{12}{32}e^{6i\omega} + \frac{10}{32}e^{7i\omega} + \frac{6}{32}e^{8i\omega} + \frac{3}{32}e^{9i\omega} + \frac{1}{32}e^{10i\omega}$$

$$Q_3(\omega) = -\frac{1}{32}e^{-3i\omega} - \frac{3}{32}e^{-2i\omega} - \frac{6}{32}e^{-i\omega} - \frac{10}{32}e^0 - \frac{11}{32}e^{i\omega} - \frac{9}{32}e^{2i\omega} - \frac{4}{32}e^{3i\omega}$$

$$+ \frac{4}{32}e^{4i\omega} + \frac{9}{32}e^{5i\omega} + \frac{11}{32}e^{6i\omega} + \frac{10}{32}e^{7i\omega} + \frac{6}{32}e^{8i\omega} + \frac{3}{32}e^{9i\omega} + \frac{1}{32}e^{10i\omega}$$

$$q_3[k] = -\frac{1}{32}(\delta[k-3]) - \frac{3}{32}(\delta[k-2]) - \frac{6}{32}(\delta[k-1]) - \frac{10}{32}(\delta[k]) - \frac{11}{32}(\delta[k+1])$$

$$- \frac{9}{32}(\delta[k+2]) - \frac{4}{32}(\delta[k+3]) + \frac{4}{32}(\delta[k+4]) + \frac{9}{32}(\delta[k+5])$$

$$+ \frac{11}{32}(\delta[k+6]) + \frac{10}{32}(\delta[k+7]) + \frac{6}{32}(\delta[k+8]) + \frac{3}{32}(\delta[k+9])$$

$$+ \frac{1}{32}(\delta[k+10])$$

$$q_3[k] = -\frac{1}{32}(\delta[k-3] + 3\delta[k-2] + 6\delta[k-1] + 10\delta[k] + 11\delta[k+1] + 9\delta[k+2]$$

$$+ 4\delta[k+3] - 4\delta[k+4] - 9\delta[k+5] - 11\delta[k+6] - 10\delta[k+7] - 6\delta[k+8]$$

$$- 3\delta[k+9] - \delta[k+10])$$

d) Pada skala j=4

$$Q_4(\omega) = G(8\omega)H(4\omega)H(2\omega)H(\omega)$$

$$Q_4(\omega) = (4ie^{4i\omega}(\sin 4\omega)) \left(e^{2i\omega}(\cos 2\omega)^3 \right) \left(e^{i\omega}(\cos \omega)^3 \right) \left(e^{\frac{1}{2}i\omega} \left(\cos \frac{\omega}{2} \right)^3 \right)$$

$$Q_4(\omega) = \left(4ie^{4i\omega} \left(-\frac{1}{2i}e^{-4i\omega} + \frac{1}{2i}e^{4i\omega} \right) \right) \left(e^{2i\omega} \left(\frac{1}{2}e^{-2i\omega} + \frac{1}{2}e^{2i\omega} \right)^3 \right) \left(\frac{1}{64}e^{-3i\omega} + \frac{3}{64}e^{-2i\omega} + \frac{6}{64}e^{-i\omega} + \frac{10}{64} + \frac{12}{64}e^{i\omega} + \frac{12}{64}e^{2i\omega} + \frac{10}{64}e^{3i\omega} + \frac{6}{64}e^{4i\omega} + \frac{3}{64}e^{5i\omega} + \frac{1}{64}e^{6i\omega} \right)$$

$$Q_4(\omega) = (-2e^0 + 2e^{8i\omega}) \left(\frac{1}{8}e^{-4i\omega} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8}e^{4i\omega} + \frac{1}{8}e^{8i\omega} \right) \left(\frac{1}{64}e^{-3i\omega} + \frac{3}{64}e^{-2i\omega} + \frac{6}{64}e^{-i\omega} + \frac{10}{64} + \frac{12}{64}e^{i\omega} + \frac{12}{64}e^{2i\omega} + \frac{10}{64}e^{3i\omega} + \frac{6}{64}e^{4i\omega} + \frac{3}{64}e^{5i\omega} + \frac{1}{64}e^{6i\omega} \right)$$

$$Q_4(\omega) = (-2e^0 + 2e^{8i\omega}) \left(\frac{1}{512}e^{-7i\omega} + \frac{3}{512}e^{-6i\omega} + \frac{6}{512}e^{-5i\omega} + \frac{10}{512}e^{-4i\omega} + \frac{12}{512}e^{-3i\omega} + \frac{12}{512}e^{-2i\omega} + \frac{10}{512}e^{-i\omega} + \frac{6}{512} + \frac{3}{512}e^{i\omega} + \frac{1}{512}e^{2i\omega} + \frac{3}{512}e^{3i\omega} + \frac{9}{512}e^{4i\omega} + \frac{18}{512}e^{5i\omega} + \frac{3}{512}e^{6i\omega} + \frac{3}{512}e^{7i\omega} + \frac{9}{512}e^{8i\omega} + \frac{18}{512}e^{9i\omega} + \frac{30}{512}e^{10i\omega} + \frac{1}{512}e^{11i\omega} + \frac{3}{512}e^{12i\omega} + \frac{6}{512}e^{13i\omega} + \frac{10}{512}e^{14i\omega} + \frac{12}{512}e^{15i\omega} + \frac{10}{512}e^{16i\omega} + \frac{6}{512}e^{17i\omega} + \frac{3}{512}e^{18i\omega} + \frac{1}{512}e^{19i\omega} \right)$$

$$Q_4(\omega) = (-2e^0 + 2e^{8i\omega}) \left(\frac{1}{512}e^{-7i\omega} + \frac{3}{512}e^{-6i\omega} + \frac{6}{512}e^{-5i\omega} + \frac{10}{512}e^{-4i\omega} + \frac{15}{512}e^{-3i\omega} + \frac{21}{512}e^{-2i\omega} + \frac{28}{512}e^{-i\omega} + \frac{36}{512} + \frac{42}{512}e^{i\omega} + \frac{46}{512}e^{2i\omega} + \frac{48}{512}e^{3i\omega} + \frac{46}{512}e^{4i\omega} + \frac{42}{512}e^{5i\omega} + \frac{36}{512}e^{6i\omega} + \frac{28}{512}e^{7i\omega} + \frac{21}{512}e^{8i\omega} + \frac{15}{512}e^{9i\omega} + \frac{10}{512}e^{10i\omega} + \frac{6}{512}e^{11i\omega} + \frac{3}{512}e^{12i\omega} + \frac{1}{512}e^{13i\omega} \right)$$

$$\left. \begin{aligned} & + \frac{48}{512}e^{4i\omega} + \frac{46}{512}e^{5i\omega} + \frac{42}{512}e^{6i\omega} + \frac{36}{512}e^{7i\omega} + \frac{28}{512}e^{8i\omega} + \frac{21}{512}e^{9i\omega} \\ & + \frac{15}{512}e^{10i\omega} + \frac{10}{512}e^{11i\omega} + \frac{6}{512}e^{12i\omega} + \frac{3}{512}e^{13i\omega} + \frac{1}{512}e^{14i\omega} \end{aligned} \right)$$

$$\begin{aligned} Q_4(\omega) = & -\frac{1}{256}e^{-7i\omega} - \frac{3}{256}e^{-6i\omega} - \frac{6}{256}e^{-5i\omega} - \frac{10}{256}e^{-4i\omega} - \frac{15}{256}e^{-3i\omega} - \frac{21}{256}e^{-2i\omega} \\ & - \frac{28}{256}e^{-i\omega} - \frac{36}{256}e^0 - \frac{42}{256}e^{i\omega} - \frac{46}{256}e^{2i\omega} - \frac{48}{256}e^{3i\omega} - \frac{48}{256}e^{4i\omega} \\ & - \frac{46}{256}e^{5i\omega} - \frac{42}{256}e^{6i\omega} - \frac{36}{256}e^{7i\omega} - \frac{28}{256}e^{8i\omega} - \frac{21}{256}e^{9i\omega} - \frac{15}{256}e^{10i\omega} \\ & - \frac{10}{256}e^{11i\omega} - \frac{6}{256}e^{12i\omega} - \frac{3}{256}e^{13i\omega} - \frac{1}{256}e^{14i\omega} + \frac{1}{256}e^{i\omega} + \frac{3}{256}e^{2i\omega} \\ & + \frac{6}{256}e^{3i\omega} + \frac{10}{256}e^{4i\omega} + \frac{15}{256}e^{5i\omega} + \frac{21}{256}e^{6i\omega} + \frac{28}{256}e^{7i\omega} + \frac{36}{256}e^{8i\omega} \\ & + \frac{42}{256}e^{9i\omega} + \frac{46}{256}e^{10i\omega} + \frac{48}{256}e^{11i\omega} + \frac{48}{256}e^{12i\omega} + \frac{46}{256}e^{13i\omega} + \frac{42}{256}e^{14i\omega} \\ & + \frac{36}{256}e^{15i\omega} + \frac{28}{256}e^{16i\omega} + \frac{21}{256}e^{17i\omega} + \frac{15}{256}e^{18i\omega} + \frac{10}{256}e^{19i\omega} + \frac{6}{256}e^{20i\omega} \\ & + \frac{3}{256}e^{21i\omega} + \frac{1}{256}e^{22i\omega} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} q_4[k] = & -\frac{1}{256}(\delta[k-7] + 3\delta[k-6] + 6\delta[k-5] + 10\delta[k-4] + 15\delta[k-3] \\ & + 21\delta[k-2] + 28\delta[k-1] + 36\delta[k] + 42\delta[k+1] + 46\delta[k+2] \\ & + 48\delta[k+3] + 48\delta[k+4] + 46\delta[k+5] + 42\delta[k+6] + 36\delta[k+7] \\ & + 28\delta[k+8] + 21\delta[k+9] + 15\delta[k+10] + 10\delta[k+11] + 6\delta[k+12] \\ & + 3\delta[k+13] + \delta[k+14] - \delta[k+1] - 3\delta[k+2] - 6\delta[k+3] - 10\delta[k+4] \\ & - 15\delta[k+5] - 21\delta[k+6] - 28\delta[k+7] - 36\delta[k+8] - 42\delta[k+9] \\ & - 46\delta[k+10] - 48\delta[k+11] - 48\delta[k+12] - 46\delta[k+13] - 42\delta[k+14] \\ & - 36\delta[k+15] - 28\delta[k+16] - 21\delta[k+17] - 15\delta[k+18] - 10\delta[k+19] \\ & - 6\delta[k+20] - 3\delta[k+21] - \delta[k+22]) \end{aligned}$$

$$q_4(k) = -\frac{1}{256}(\delta[k-7] + 3\delta[k-6] + 6\delta[k-5] + 10\delta[k-4] + 15\delta[k-3]$$

$$\begin{aligned}
& + 21\delta[k-2] + 28\delta[k-1] + 36\delta[k] + 41\delta[k+1] + 43\delta[k+2] \\
& + 42\delta[k+3] + 38\delta[k+4] + 31\delta[k+5] + 21\delta[k+6] + 8\delta[k+7] \\
& - 8\delta[k+8] - 21\delta[k+9] - 31\delta[k+10] - 38\delta[k+11] - 42\delta[k+12] - 43\delta[k+13] \\
& - 41\delta[k+14] - 36\delta[k+15] - 28\delta[k+16] - 21\delta[k+17] - 15\delta[k+18] \\
& - 10\delta[k+19] - 6\delta[k+20] - 3\delta[k+21] - \delta[k+22])
\end{aligned}$$

e) Pada skala $j=5$

$$Q_5(\omega) = G(16\omega)H(8\omega)H(4\omega)H(2\omega)H(\omega)$$

$$Q_5(\omega) = (16ie^{8i\omega}(\sin 8\omega)) \left(e^{4i\omega}(\cos 4\omega)^3 \right) H(4\omega)H(2\omega)H(\omega)$$

$$Q_5(\omega) = \left(16ie^{8i\omega} \left(-\frac{1}{2i}e^{-8i\omega} + \frac{1}{2i}e^{8i\omega} \right) \right) \left(e^{4i\omega} \left(\frac{1}{2}e^{-4i\omega} + \frac{1}{2}e^{4i\omega} \right)^3 \right) H(4\omega)H(2\omega)$$

$$H(\omega)$$

$$\begin{aligned}
Q_5(\omega) = & \left(16ie^{8i\omega} \left(-\frac{1}{2i}e^{-8i\omega} + \frac{1}{2i}e^{8i\omega} \right) \right) \left(e^{4i\omega} \left(\frac{1}{2}e^{-4i\omega} + \frac{1}{2}e^{4i\omega} \right)^3 \right) \left(\frac{1}{512}e^{-7i\omega} \right. \\
& + \frac{3}{512}e^{-6i\omega} + \frac{6}{512}e^{-5i\omega} + \frac{10}{512}e^{-4i\omega} + \frac{15}{512}e^{-3i\omega} + \frac{21}{512}e^{-2i\omega} + \frac{28}{512}e^{-i\omega} \\
& + \frac{36}{512} + \frac{42}{512}e^{i\omega} + \frac{46}{512}e^{2i\omega} + \frac{48}{512}e^{3i\omega} + \frac{48}{512}e^{4i\omega} + \frac{46}{512}e^{5i\omega} + \frac{42}{512}e^{6i\omega} \\
& + \frac{36}{512}e^{7i\omega} + \frac{28}{512}e^{8i\omega} + \frac{21}{512}e^{9i\omega} + \frac{15}{512}e^{10i\omega} + \frac{10}{512}e^{11i\omega} + \frac{6}{512}e^{12i\omega} \\
& \left. + \frac{3}{512}e^{13i\omega} + \frac{1}{512}e^{14i\omega} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Q_5(\omega) = & \left(-8e^0 + 8e^{16i\omega} \right) \left(\frac{1}{8}e^{-8i\omega} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8}e^{8i\omega} + \frac{1}{8}e^{16i\omega} \right) \left(\frac{1}{512}e^{-7i\omega} + \frac{3}{512}e^{-6i\omega} \right. \\
& + \frac{6}{512}e^{-5i\omega} + \frac{10}{512}e^{-4i\omega} + \frac{15}{512}e^{-3i\omega} + \frac{21}{512}e^{-2i\omega} + \frac{28}{512}e^{-i\omega} + \frac{36}{512} \\
& + \frac{42}{512}e^{i\omega} + \frac{46}{512}e^{2i\omega} + \frac{48}{512}e^{3i\omega} + \frac{48}{512}e^{4i\omega} + \frac{46}{512}e^{5i\omega} + \frac{42}{512}e^{6i\omega}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{36}{512}e^{7i\omega} + \frac{28}{512}e^{8i\omega} + \frac{21}{512}e^{9i\omega} + \frac{15}{512}e^{10i\omega} + \frac{10}{512}e^{11i\omega} + \frac{6}{512}e^{12i\omega} \\
& + \frac{3}{512}e^{13i\omega} + \frac{1}{512}e^{14i\omega} \Bigg) \\
Q_5(\omega) = & \frac{1}{512} \Big(-e^{-15i\omega} - 3e^{-14i\omega} - 6e^{-13i\omega} - 10e^{-12i\omega} - 15e^{-11i\omega} - 21e^{-10i\omega} - 28e^{-9i\omega} \\
& - 36e^{-8i\omega} - 42e^{-7i\omega} - 46e^{-6i\omega} - 48e^{-5i\omega} - 48e^{-4i\omega} - 46e^{-3i\omega} - 42e^{-2i\omega} \\
& - 36e^{-i\omega} - 28e^0 - 21e^{i\omega} - 15e^{2i\omega} - 10e^{3i\omega} - 6e^{4i\omega} - 3e^{5i\omega} - e^{6i\omega} - 3e^{-7i\omega} \\
& - 9e^{-6i\omega} - 18e^{-5i\omega} - 30e^{-4i\omega} - 45e^{-3i\omega} - 63e^{-2i\omega} - 84e^{-i\omega} - 108e^0 \\
& - 126e^{i\omega} - 138e^{2i\omega} - 144e^{3i\omega} - 144e^{4i\omega} - 138e^{5i\omega} - 126e^{6i\omega} - 108e^{7i\omega} \\
& - 84e^{8i\omega} - 63e^{9i\omega} - 45e^{10i\omega} - 30e^{11i\omega} - 18e^{12i\omega} - 9e^{13i\omega} - 3e^{14i\omega} - 2e^{i\omega} \\
& - 6e^{2i\omega} - 12e^{3i\omega} - 20e^{4i\omega} - 30e^{5i\omega} - 42e^{6i\omega} - 56e^{7i\omega} - 72e^{8i\omega} - 84e^{9i\omega} \\
& - 92e^{10i\omega} - 96e^{11i\omega} - 96e^{12i\omega} - 92e^{13i\omega} - 84e^{14i\omega} - 72e^{15i\omega} - 56e^{16i\omega} \\
& - 42e^{17i\omega} - 30e^{18i\omega} - 20e^{19i\omega} - 12e^{20i\omega} - 6e^{21i\omega} - 2e^{22i\omega} + 2e^{9i\omega} + 6e^{10i\omega} \\
& + 12e^{11i\omega} + 20e^{12i\omega} + 30e^{13i\omega} + 42e^{14i\omega} + 56e^{15i\omega} + 72e^{16i\omega} + 84e^{17i\omega} \\
& + 92e^{18i\omega} + 96e^{19i\omega} + 96e^{20i\omega} + 92e^{21i\omega} + 84e^{22i\omega} + 72e^{23i\omega} + 56e^{24i\omega} \\
& + 42e^{25i\omega} + 30e^{26i\omega} + 20e^{27i\omega} + 12e^{28i\omega} + 6e^{29i\omega} + 2e^{30i\omega} + 3e^{17i\omega} + 9e^{18i\omega} \\
& + 18e^{19i\omega} + 30e^{20i\omega} + 45e^{21i\omega} + 63e^{22i\omega} + 84e^{23i\omega} + 108e^{24i\omega} + 126e^{25i\omega} \\
& + 138e^{26i\omega} + 144e^{27i\omega} + 144e^{28i\omega} + 138e^{29i\omega} + 126e^{30i\omega} + 108e^{31i\omega} \\
& + 84e^{32i\omega} + 63e^{33i\omega} + 45e^{34i\omega} + 30e^{35i\omega} + 18e^{36i\omega} + 9e^{37i\omega} + 3e^{38i\omega} \\
& + e^{25i\omega} + 3e^{26i\omega} + 6e^{27i\omega} + 10e^{28i\omega} + 15e^{29i\omega} + 21e^{30i\omega} + 28e^{31i\omega} + 36e^{32i\omega} \\
& + 42e^{33i\omega} + 46e^{34i\omega} + 48e^{35i\omega} + 48e^{36i\omega} + 46e^{37i\omega} + 42e^{38i\omega} + 36e^{39i\omega} \\
& + 28e^{40i\omega} + 21e^{41i\omega} + 15e^{42i\omega} + 10e^{43i\omega} + 6e^{44i\omega} + 3e^{45i\omega} + e^{46i\omega} \Big)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
q_5[k] = & -\frac{1}{512}(\delta[k-15]+3\delta[k-14]+6\delta[k-13]+10\delta[k-12]+15\delta[k-11] \\
& +21\delta[k-10]+28\delta[k-9]+36\delta[k-8]+45\delta[k-7]+55\delta[k-6] \\
& +66\delta[k-5]+78\delta[k-4]+91\delta[k-3]+105\delta[k-2]+120\delta[k-1] \\
& +136\delta[k]+149\delta[k+1]+159\delta[k+2]+166\delta[k+3]+170\delta[k+4] \\
& +171\delta[k+5]+169\delta[k+6]+164\delta[k+7]+156\delta[k+8]+145\delta[k+9] \\
& +131\delta[k+10]+114\delta[k+11]+94\delta[k+12]+71\delta[k+13]+45\delta[k+14] \\
& +16\delta[k+15]-16\delta[k+16]-45\delta[k+17]-71\delta[k+18]-94\delta[k+19] \\
& -114\delta[k+20]-131\delta[k+21]-145\delta[k+22]-156\delta[k+23] \\
& -164\delta[k+24]-169\delta[k+25]-171\delta[k+26]-170\delta[k+27] \\
& -166\delta[k+28]-159\delta[k+29]-149\delta[k+30]-136\delta[k+31] \\
& -120\delta[k+32]-105\delta[k+33]-91\delta[k+34]-78\delta[k+35] \\
& -66\delta[k+36]-55\delta[k+37]-45\delta[k+38]-36\delta[k+39] \\
& -28\delta[k+40]-21\delta[k+41]-15\delta[k+42]-10\delta[k+43]-6\delta[k+44] \\
& -3\delta[k+45]-\delta[k+46])
\end{aligned}$$

f) Pada skala $j=6$

$$Q_6(\omega) = G(32\omega)H(16\omega)H(8\omega)H(4\omega)H(2\omega)H(\omega)$$

$$Q_6(\omega) = (32ie^{16i\omega}(\sin 16\omega))(e^{8i\omega}(\cos 8\omega)^3)H(8\omega)H(4\omega)H(2\omega)H(\omega)$$

$$\begin{aligned}
Q_6(\omega) = & \left(32ie^{16i\omega}\left(-\frac{1}{2i}e^{-16i\omega} + \frac{1}{2i}e^{16i\omega}\right)\right)\left(e^{8i\omega}\left(\frac{1}{2}e^{-8i\omega} + \frac{1}{2}e^{8i\omega}\right)^3\right)H(8\omega)H(4\omega) \\
& H(2\omega)H(\omega)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Q_6(\omega) = & \left(2ie^{16i\omega}\left(-\frac{1}{2i}e^{-16i\omega} + \frac{1}{2i}e^{16i\omega}\right)\right)\left(\left(\frac{1}{2}e^{-8i\omega} + \frac{1}{2}e^{8i\omega}\right)^2\right) \\
& \left(16e^{8i\omega}\left(\frac{1}{2}e^{-8i\omega} + \frac{1}{2}e^{8i\omega}\right)\right)H(8\omega)H(4\omega)H(2\omega)H(\omega)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Q_6(\omega) = & \frac{1}{512} \left(2ie^{16i\omega} \left(-\frac{1}{2i}e^{-16i\omega} + \frac{1}{2i}e^{16i\omega} \right) \right) \left(\left(\frac{1}{2}e^{-8i\omega} + \frac{1}{2}e^{8i\omega} \right)^2 \right) \\
& \left(e^{-15i\omega} + 3e^{-14i\omega} + 6e^{-13i\omega} + 10e^{-12i\omega} + 15e^{-11i\omega} + 21e^{-10i\omega} + 28e^{-9i\omega} \right. \\
& + 36e^{-8i\omega} + 42e^{-7i\omega} + 46e^{-6i\omega} + 48e^{-5i\omega} + 48e^{-4i\omega} + 46e^{-3i\omega} \\
& + 42e^{-2i\omega} + 36e^{-i\omega} + 28e^0 + 21e^{i\omega} + 15e^{2i\omega} + 10e^{3i\omega} + 6e^{4i\omega} + 3e^{5i\omega} \\
& + e^{6i\omega} + 3e^{7i\omega} + 9e^{6i\omega} + 18e^{-5i\omega} + 30e^{-4i\omega} + 45e^{-3i\omega} + 63e^{-2i\omega} \\
& + 84e^{-i\omega} + 108e^0 + 126e^{i\omega} + 138e^{2i\omega} + 144e^{3i\omega} + 144e^{4i\omega} + 138e^{5i\omega} \\
& + 126e^{6i\omega} + 108e^{7i\omega} + 84e^{8i\omega} + 63e^{9i\omega} + 45e^{10i\omega} + 30e^{11i\omega} + 18e^{12i\omega} \\
& + 9e^{13i\omega} + 3e^{14i\omega} + 4e^{i\omega} + 12e^{2i\omega} + 24e^{3i\omega} + 40e^{4i\omega} + 60e^{5i\omega} + 84e^{6i\omega} \\
& + 112e^{7i\omega} + 144e^{8i\omega} + 168e^{9i\omega} + 184e^{10i\omega} + 192e^{11i\omega} + 192e^{12i\omega} + 184e^{13i\omega} \\
& + 168e^{14i\omega} + 144e^{15i\omega} + 112e^{16i\omega} + 84e^{17i\omega} + 60e^{18i\omega} + 40e^{19i\omega} + 24e^{20i\omega} \\
& + 12e^{21i\omega} + 4e^{22i\omega} + 4e^{9i\omega} + 12e^{10i\omega} + 24e^{11i\omega} + 40e^{12i\omega} + 60e^{13i\omega} \\
& + 84e^{14i\omega} + 112e^{15i\omega} + 144e^{16i\omega} + 168e^{17i\omega} + 184e^{18i\omega} + 192e^{19i\omega} + 192e^{20i\omega} \\
& + 184e^{21i\omega} + 168e^{22i\omega} + 144e^{23i\omega} + 112e^{24i\omega} + 84e^{25i\omega} + 60e^{26i\omega} + 40e^{27i\omega} \\
& + 24e^{28i\omega} + 12e^{29i\omega} + 4e^{30i\omega} + 3e^{17i\omega} + 9e^{18i\omega} + 18e^{19i\omega} + 30e^{20i\omega} \\
& + 45e^{21i\omega} + 63e^{22i\omega} + 84e^{23i\omega} + 108e^{24i\omega} + 126e^{25i\omega} + 138e^{26i\omega} \\
& + 144e^{27i\omega} + 144e^{28i\omega} + 138e^{29i\omega} + 126e^{30i\omega} + 108e^{31i\omega} + 84e^{32i\omega} \\
& + 63e^{33i\omega} + 45e^{34i\omega} + 30e^{35i\omega} + 18e^{36i\omega} + 9e^{37i\omega} + 3e^{38i\omega} + e^{25i\omega} \\
& + 3e^{26i\omega} + 6e^{27i\omega} + 10e^{28i\omega} + 15e^{29i\omega} + 21e^{30i\omega} + 28e^{31i\omega} + 36e^{32i\omega} \\
& + 42e^{33i\omega} + 46e^{34i\omega} + 48e^{35i\omega} + 48e^{36i\omega} + 46e^{37i\omega} + 42e^{38i\omega} + 36e^{39i\omega} \\
& + 28e^{40i\omega} + 21e^{41i\omega} + 15e^{42i\omega} + 10e^{43i\omega} + 6e^{44i\omega} + 3e^{45i\omega} + e^{46i\omega} \Big) \\
Q_6(\omega) = & \frac{1}{512} \left((-e^0 + e^{32i\omega}) \left(\frac{1}{4}e^{-16i\omega} + \frac{2}{4}e^0 + \frac{1}{4}e^{16i\omega} \right) \right) \\
& \left(e^{-15i\omega} + 3e^{-14i\omega} + 6e^{-13i\omega} + 10e^{-12i\omega} + 15e^{-11i\omega} + 21e^{-10i\omega} + 28e^{-9i\omega} \right. \\
& + 36e^{-8i\omega} + 45e^{-7i\omega} + 55e^{-6i\omega} + 66e^{-5i\omega} + 78e^{-4i\omega} + 91e^{-3i\omega} \\
& + 105e^{-2i\omega} + 120e^{-i\omega} + 136e^0 + 151e^{i\omega} + 165e^{2i\omega} + 178e^{3i\omega} + 190e^{4i\omega} \\
& + 201e^{5i\omega} + 211e^{6i\omega} + 220e^{7i\omega} + 228e^{8i\omega} + 235e^{9i\omega} + 241e^{10i\omega} + 246e^{11i\omega} \\
& + 250e^{12i\omega} + 253e^{13i\omega} + 255e^{14i\omega} + 256e^{15i\omega} + 256e^{16i\omega} + 255e^{17i\omega} + 253e^{18i\omega} \\
& + 250e^{19i\omega} + 246e^{20i\omega} + 241e^{21i\omega} + 235e^{22i\omega} + 228e^{23i\omega} + 220e^{24i\omega} \\
& + 211e^{25i\omega} + 201e^{26i\omega} + 190e^{27i\omega} + 178e^{28i\omega} + 165e^{29i\omega} + 151e^{30i\omega} \\
& + 136e^{31i\omega} + 120e^{32i\omega} + 105e^{33i\omega} + 91e^{34i\omega} + 78e^{35i\omega} + 66e^{36i\omega} + 55e^{37i\omega} \\
& + 45e^{38i\omega} + 36e^{39i\omega} + 28e^{40i\omega} + 21e^{41i\omega} + 15e^{42i\omega} + 10e^{43i\omega} + 6e^{44i\omega} \\
& + 3e^{45i\omega} + e^{46i\omega} \Big)
\end{aligned}$$

$$Q_6(\omega) = \frac{1}{2048} \left(-e^{-16i\omega} - 2e^0 - e^{16i\omega} + e^{16i\omega} + 2e^{32i\omega} + e^{48i\omega} \right) \\ \left(e^{-15i\omega} + 3e^{-14i\omega} + 6e^{-13i\omega} + 10e^{-12i\omega} + 15e^{-11i\omega} + 21e^{-10i\omega} + 28e^{-9i\omega} \right. \\ + 36e^{-8i\omega} + 45e^{-7i\omega} + 55e^{-6i\omega} + 66e^{-5i\omega} + 78e^{-4i\omega} + 91e^{-3i\omega} \\ + 105e^{-2i\omega} + 120e^{-i\omega} + 136e^0 + 151e^{i\omega} + 165e^{2i\omega} + 178e^{3i\omega} + 190e^{4i\omega} \\ + 201e^{5i\omega} + 211e^{6i\omega} + 220e^{7i\omega} + 228e^{8i\omega} + 235e^{9i\omega} + 241e^{10i\omega} + 246e^{11i\omega} \\ + 250e^{12i\omega} + 253e^{13i\omega} + 255e^{14i\omega} + 256e^{15i\omega} + 256e^{16i\omega} + 255e^{17i\omega} + 253e^{18i\omega} \\ + 250e^{19i\omega} + 246e^{20i\omega} + 241e^{21i\omega} + 235e^{22i\omega} + 228e^{23i\omega} + 220e^{24i\omega} \\ + 211e^{25i\omega} + 201e^{26i\omega} + 190e^{27i\omega} + 178e^{28i\omega} + 165e^{29i\omega} + 151e^{30i\omega} \\ + 136e^{31i\omega} + 120e^{32i\omega} + 105e^{33i\omega} + 91e^{34i\omega} + 78e^{35i\omega} + 66e^{36i\omega} + 55e^{37i\omega} \\ + 45e^{38i\omega} + 36e^{39i\omega} + 28e^{40i\omega} + 21e^{41i\omega} + 15e^{42i\omega} + 10e^{43i\omega} + 6e^{44i\omega} \\ \left. + 3e^{45i\omega} + e^{46i\omega} \right)$$

$$Q_6(\omega) = \frac{1}{2048} \left(-e^{-31i\omega} - 3e^{-30i\omega} - 6e^{-29i\omega} - 10e^{-28i\omega} - 15e^{-27i\omega} - 21e^{-26i\omega} \right. \\ - 28e^{-25i\omega} - 36e^{-24i\omega} - 45e^{-23i\omega} - 55e^{-22i\omega} - 66e^{-21i\omega} - 78e^{-20i\omega} \\ - 91e^{-19i\omega} - 105e^{-18i\omega} - 120e^{-17i\omega} - 136e^{-16i\omega} - (151+2)e^{-15i\omega} \\ - (165+6)e^{-14i\omega} - (178+12)e^{-13i\omega} - (190+20)e^{-12i\omega} - (201+30)e^{-11i\omega} \\ - (211+42)e^{-10i\omega} - (220+56)e^{-9i\omega} - (228+72)e^{-8i\omega} - (235+90)e^{-7i\omega} \\ - (241+110)e^{-6i\omega} - (246+132)e^{-5i\omega} - (250+156)e^{-4i\omega} - (253+182)e^{-3i\omega} \\ - (255+210)e^{-2i\omega} - (256+240)e^{-i\omega} - (256+272)e^0 + (-255-302-1+1)e^{i\omega} \\ + (-253-330-3+3)e^{2i\omega} + (-250-356-6+6)e^{3i\omega} + (-246-380-10+10)e^{4i\omega} \\ + (-241-402-15+15)e^{5i\omega} + (-235-422-21+21)e^{6i\omega} \\ + (-228-440-28+28)e^{7i\omega} + (-220-456-36+36)e^{8i\omega} \\ + (-211-470-45+45)e^{9i\omega} + (-201-482-55+55)e^{10i\omega} \\ + (-190-492-66+66)e^{11i\omega} + (-178-500-78+78)e^{12i\omega} \\ + (-165-506-91+91)e^{13i\omega} + (-151-510-105+105)e^{14i\omega} \\ + (-136-512-120+120)e^{15i\omega} + (-120-512-136+136)e^{16i\omega} \\ + (-105-510-151+151+2)e^{17i\omega} + (-91-506-165+165+6)e^{18i\omega} \\ + (-78-500-178+178+12)e^{19i\omega} + (-66-492-190+190+20)e^{20i\omega} \\ + (-55-482-201+201+30)e^{21i\omega} + (-45-470-211+211+42)e^{22i\omega} \\ + (-36-456-220+220+56)e^{23i\omega} + (-28-440-228+228+72)e^{24i\omega} \\ \left. + (-21-422-235+235+90)e^{25i\omega} + (-15-402-241+241+110)e^{26i\omega} \right)$$

$$\begin{aligned}
& + (-10 - 380 - 246 + 246 + 132)e^{27i\omega} + (-6 - 356 - 250 + 250 + 156)e^{28i\omega} \\
& + (-3 - 330 - 253 + 253 + 182)e^{29i\omega} + (-1 - 302 - 255 + 255 + 210)e^{30i\omega} \\
& + (-272 - 256 + 256 + 240)e^{31i\omega} + (272 - 256 + 256 - 240)e^{32i\omega} \\
& + (1 + 302 - 255 + 255 - 210)e^{33i\omega} + (3 + 330 - 253 + 253 - 182)e^{34i\omega} \\
& + (6 + 356 - 250 + 250 - 156)e^{35i\omega} + (10 + 380 - 246 + 246 - 132)e^{36i\omega} \\
& + (15 + 402 - 241 + 241 - 110)e^{37i\omega} + (21 + 422 - 235 + 235 - 90)e^{38i\omega} \\
& + (28 + 440 - 228 + 228 - 72)e^{39i\omega} + (36 + 456 - 220 + 220 - 56)e^{40i\omega} \\
& + (45 + 470 - 211 + 211 - 42)e^{41i\omega} + (55 + 482 - 201 + 201 - 30)e^{42i\omega} \\
& + (66 + 492 - 190 + 190 - 20)e^{43i\omega} + (78 + 500 - 178 + 178 - 12)e^{44i\omega} \\
& + (91 + 506 - 165 + 165 - 6)e^{45i\omega} + (105 + 510 - 151 + 151 - 2)e^{46i\omega} \\
& + (120 + 512 - 136 + 136)e^{47i\omega} + (136 + 512 - 120 + 120)e^{48i\omega} \\
& + (151 + 510 - 105 + 105)e^{49i\omega} + (165 + 506 - 91 + 91)e^{50i\omega} \\
& + (178 + 500 - 78 + 78)e^{51i\omega} + (190 + 492 - 66 + 66)e^{52i\omega} \\
& + (201 + 482 - 55 + 55)e^{53i\omega} + (211 + 470 - 45 + 45)e^{54i\omega} \\
& + (220 + 456 - 36 + 36)e^{55i\omega} + (228 + 440 - 28 + 28)e^{56i\omega} \\
& + (235 + 422 - 21 + 21)e^{57i\omega} + (241 + 402 - 15 + 15)e^{58i\omega} \\
& + (246 + 380 - 10 + 10)e^{59i\omega} + (250 + 356 - 6 + 6)e^{60i\omega} + (253 + 330 - 3 + 3)e^{61i\omega} \\
& + (255 + 302 - 1 + 1)e^{62i\omega} + (256 + 272)e^{63i\omega} + (256 + 240)e^{64i\omega} + (255 + 210)e^{65i\omega} \\
& + (253 + 182)e^{66i\omega} + (250 + 156)e^{67i\omega} + (246 + 132)e^{68i\omega} + (241 + 110)e^{69i\omega} \\
& + (235 + 90)e^{70i\omega} + (228 + 72)e^{71i\omega} + (220 + 56)e^{72i\omega} + (211 + 42)e^{73i\omega} \\
& + (201 + 30)e^{74i\omega} + (190 + 20)e^{75i\omega} + (178 + 12)e^{76i\omega} + (165 + 6)e^{77i\omega} \\
& + (151 + 2)e^{78i\omega} + 136e^{79i\omega} + 120e^{80i\omega} + 105e^{81i\omega} + 91e^{82i\omega} \\
& + 78e^{83i\omega} + 66e^{84i\omega} + 55e^{85i\omega} + 45e^{86i\omega} + 36e^{87i\omega} + 28e^{88i\omega} \\
& + 21e^{89i\omega} + 15e^{90i\omega} + 10e^{91i\omega} + 6e^{92i\omega} + 3e^{93i\omega} + e^{94i\omega})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Q_6(\omega) = & \frac{1}{2048} (-e^{-31i\omega} - 3e^{-30i\omega} - 6e^{-29i\omega} - 10e^{-28i\omega} - 15e^{-27i\omega} - 21e^{-26i\omega} - 28e^{-25i\omega} \\
& - 36e^{-24i\omega} - 45e^{-23i\omega} - 55e^{-22i\omega} - 66e^{-21i\omega} - 78e^{-20i\omega} - 91e^{-19i\omega} - 105e^{-18i\omega} \\
& - 120e^{-17i\omega} - 136e^{-16i\omega} - (153)e^{-15i\omega} - (171)e^{-14i\omega} - (190)e^{-13i\omega} - (210)e^{-12i\omega} \\
& - (231)e^{-11i\omega} - (253)e^{-10i\omega} - (276)e^{-9i\omega} - (300)e^{-8i\omega} - (325)e^{-7i\omega} - (351)e^{-6i\omega} \\
& - (378)e^{-5i\omega} - (406)e^{-4i\omega} - (435)e^{-3i\omega} - (465)e^{-2i\omega} - (496)e^{-i\omega} - (528)e^0 \\
& - (557)e^{i\omega} - (583)e^{2i\omega} - (606)e^{3i\omega} - (626)e^{4i\omega} - (643)e^{5i\omega} - (657)e^{6i\omega} \\
& - (668)e^{7i\omega} - (676)e^{8i\omega} - (681)e^{9i\omega} - (683)e^{10i\omega} - (682)e^{11i\omega} - (678)e^{12i\omega} \\
& - (671)e^{13i\omega} - (661)e^{14i\omega} - (648)e^{15i\omega} - (632)e^{16i\omega} - (613)e^{17i\omega} - (591)e^{18i\omega} \\
& - (566)e^{19i\omega} - (538)e^{20i\omega} - (507)e^{21i\omega} - (473)e^{22i\omega} - (436)e^{23i\omega} - (396)e^{24i\omega} \\
& - (353)e^{25i\omega} - (307)e^{26i\omega} - (258)e^{27i\omega} - (206)e^{28i\omega} - (151)e^{29i\omega} - (93)e^{30i\omega} \\
& - (32)e^{31i\omega} + (32)e^{32i\omega} + (93)e^{33i\omega} + (151)e^{34i\omega} + (206)e^{35i\omega} + (258)e^{36i\omega} \\
& + (307)e^{37i\omega} + (353)e^{38i\omega} + (396)e^{39i\omega} + (436)e^{40i\omega} + (473)e^{41i\omega} + (507)e^{42i\omega} \\
& + (538)e^{43i\omega} + (566)e^{44i\omega} + (591)e^{45i\omega} + (613)e^{46i\omega} + (632)e^{47i\omega} + (648)e^{48i\omega} \\
& + (661)e^{49i\omega} + (671)e^{50i\omega} + (678)e^{51i\omega} + (682)e^{52i\omega} + (683)e^{53i\omega} + (681)e^{54i\omega} \\
& + (676)e^{55i\omega} + (668)e^{56i\omega} + (657)e^{57i\omega} + (643)e^{58i\omega} + (626)e^{59i\omega} + (606)e^{60i\omega} \\
& + (583)e^{61i\omega} + (557)e^{62i\omega} + (528)e^{63i\omega} + (496)e^{64i\omega} + (465)e^{65i\omega} + (435)e^{66i\omega} \\
& + (406)e^{67i\omega} + (378)e^{68i\omega} + (351)e^{69i\omega} + (325)e^{70i\omega} + (300)e^{71i\omega} + (276)e^{72i\omega} \\
& + (253)e^{73i\omega} + (231)e^{74i\omega} + (210)e^{75i\omega} + (190)e^{76i\omega} + (171)e^{77i\omega} + (153)e^{78i\omega} \\
& + 136e^{79i\omega} + 120e^{80i\omega} + 105e^{81i\omega} + 91e^{82i\omega} + 78e^{83i\omega} + 66e^{84i\omega} + 55e^{85i\omega} \\
& + 45e^{86i\omega} + 36e^{87i\omega} + 28e^{88i\omega} + 21e^{89i\omega} + 15e^{90i\omega} + 10e^{91i\omega} + 6e^{92i\omega} + 3e^{93i\omega} \\
& + e^{94i\omega})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
q_6[k] = & -\frac{1}{2048} (\delta[k-31] + 3\delta[k-30] + 6\delta[k-29] + 10\delta[k-28] + 15\delta[k-27] \\
& + 21\delta[k-26] + 28\delta[k-25] + 36\delta[k-24] + 45\delta[k-23] + 55\delta[k-22] \\
& + 66\delta[k-21] + 78\delta[k-20] + 91\delta[k-19] + 105\delta[k-18] + 120\delta[k-17] \\
& + 136\delta[k-16] + 153\delta[k-15] + 171\delta[k-14] + 190\delta[k-13] + 210\delta[k-12] \\
& + 231\delta[k-11] + 253\delta[k-10] + 276\delta[k-9] + 300\delta[k-8] + 325\delta[k-7] \\
& + 351\delta[k-6] + 378\delta[k-5] + 406\delta[k-4] + 435\delta[k-3] + 465\delta[k-2] \\
& + 496\delta[k-1] + 528\delta[k] + 557\delta[k+1] + 583\delta[k+2] + 606\delta[k+3] + 626\delta[k+4] \\
& + 643\delta[k+5] + 657\delta[k+6] + 668\delta[k+7] + 676\delta[k+8] + 681\delta[k+9] \\
& + 683\delta[k+10] + 682\delta[k+11] + 678\delta[k+12] + 671\delta[k+13] + 661\delta[k+14] \\
& + 648\delta[k+15] + 632\delta[k+16] + 613\delta[k+17] + 591\delta[k+18] + 566\delta[k+19] \\
& + 538\delta[k+20] + 507\delta[k+21] + 473\delta[k+22] + 436\delta[k+23] + 396\delta[k+24] \\
& + 353\delta[k+25] + 307\delta[k+26] + 258\delta[k+27] + 206\delta[k+28] + 151\delta[k+29] \\
& + 93\delta[k+30] + 32\delta[k+31] - 32\delta[k+32] - 93\delta[k+33] - 151\delta[k+34] \\
& - 206\delta[k+35] - 258\delta[k+36] - 307\delta[k+37] - 353\delta[k+38] - 396\delta[k+39] \\
& - 436\delta[k+40] - 473\delta[k+41] - 507\delta[k+42] - 538\delta[k+43] - 566\delta[k+44] \\
& - 591\delta[k+45] - 613\delta[k+46] - 632\delta[k+47] - 648\delta[k+48] - 661\delta[k+49] \\
& - 671\delta[k+50] - 678\delta[k+51] - 682\delta[k+52] - 683\delta[k+53] - 681\delta[k+54] \\
& - 676\delta[k+55] - 668\delta[k+56] - 657\delta[k+57] - 643\delta[k+58] - 626\delta[k+59] \\
& - 606\delta[k+60] - 583\delta[k+61] - 557\delta[k+62] - 528\delta[k+63] - 496\delta[k+64] \\
& - 465\delta[k+65] - 435\delta[k+66] - 406\delta[k+67] - 378\delta[k+68] - 351\delta[k+69] \\
& - 325\delta[k+70] - 300\delta[k+71] - 276\delta[k+72] - 253\delta[k+73] - 231\delta[k+74] \\
& - 210\delta[k+75] - 190\delta[k+76] - 171\delta[k+77] - 153\delta[k+78] - 136\delta[k+79] \\
& - 120\delta[k+80] - 105\delta[k+81] - 91\delta[k+82] - 78\delta[k+83] - 66\delta[k+84] \\
& - 55\delta[k+85] - 45\delta[k+86] - 36\delta[k+87] - 28\delta[k+88] - 21\delta[k+89] \\
& - 15\delta[k+90] - 10\delta[k+91] - 6\delta[k+92] - 3\delta[k+93] - \delta[k+94])
\end{aligned}$$

g) Pada skala $j=7$

$$Q_7(\omega) = G(64\omega)H(32\omega)H(16\omega)H(8\omega)H(4\omega)H(2\omega)H(\omega)$$

$$Q_7(\omega) = (64ie^{32i\omega}(\sin 32\omega))(e^{16i\omega}(\cos 16\omega)^3)H(16\omega)H(8\omega)H(4\omega)H(2\omega)H(\omega)$$

$$\begin{aligned}
Q_7(\omega) = & \left(64ie^{32i\omega} \left(-\frac{1}{2i}e^{-32i\omega} + \frac{1}{2i}e^{32i\omega} \right) \right) \left(e^{16i\omega} \left(\frac{1}{2}e^{-16i\omega} + \frac{1}{2}e^{16i\omega} \right)^3 \right) H(16\omega) \\
& H(8\omega)H(4\omega)H(2\omega)H(\omega)
\end{aligned}$$

$$Q_7(\omega) = \left(2ie^{32i\omega} \left(-\frac{1}{2i}e^{-32i\omega} + \frac{1}{2i}e^{32i\omega} \right) \left(\frac{1}{2}e^{-16i\omega} + \frac{1}{2}e^{16i\omega} \right)^2 \right) \\ \left(32e^{16i\omega} \left(\frac{1}{2}e^{-16i\omega} + \frac{1}{2}e^{16i\omega} \right) \right) H(16\omega)H(8\omega)H(4\omega)H(2\omega)H(\omega)$$

$$Q_7(\omega) = \left(2ie^{32i\omega} \left(-\frac{1}{2i}e^{-32i\omega} + \frac{1}{2i}e^{32i\omega} \right) \left(\frac{1}{2}e^{-16i\omega} + \frac{1}{2}e^{16i\omega} \right)^2 \right) \\ \frac{1}{2048} \left(e^{-31i\omega} + 3e^{-30i\omega} + 6e^{-29i\omega} + 10e^{-28i\omega} + 15e^{-27i\omega} + 21e^{-26i\omega} \right. \\ + 28e^{-25i\omega} + 36e^{-24i\omega} + 45e^{-23i\omega} + 55e^{-22i\omega} + 66e^{-21i\omega} + 78e^{-20i\omega} \\ + 91e^{-19i\omega} + 105e^{-18i\omega} + 120e^{-17i\omega} + 136e^{-16i\omega} + (151+2)e^{-15i\omega} \\ + (165+6)e^{-14i\omega} + (178+12)e^{-13i\omega} + (190+20)e^{-12i\omega} + (201+30)e^{-11i\omega} \\ + (211+42)e^{-10i\omega} + (220+56)e^{-9i\omega} + (228+72)e^{-8i\omega} + (235+90)e^{-7i\omega} \\ + (241+110)e^{-6i\omega} + (246+132)e^{-5i\omega} + (250+156)e^{-4i\omega} + (253+182)e^{-3i\omega} \\ + (255+210)e^{-2i\omega} + (256+240)e^{-i\omega} + (256+272)e^0 + (255+302+1+1)e^{i\omega} \\ + (253+330+3+3)e^{2i\omega} + (250+356+6+6)e^{3i\omega} + (246+380+10+10)e^{4i\omega} \\ + (241+402+15+15)e^{5i\omega} + (235+422+21+21)e^{6i\omega} \\ + (228+440+28+28)e^{7i\omega} + (220+456+36+36)e^{8i\omega} \\ + (211+470+45+45)e^{9i\omega} + (201+482+55+55)e^{10i\omega} \\ + (190+492+66+66)e^{11i\omega} + (178+500+78+78)e^{12i\omega} \\ + (165+506+91+91)e^{13i\omega} + (151+510+105+105)e^{14i\omega} \\ + (136+512+120+120)e^{15i\omega} + (120+512+136+136)e^{16i\omega} \\ + (105+510+151+151+2)e^{17i\omega} + (91+506+165+165+6)e^{18i\omega} \\ + (78+500+178+178+12)e^{19i\omega} + (66+492+190+190+20)e^{20i\omega} \\ + (55+482+201+201+30)e^{21i\omega} + (45+470+211+211+42)e^{22i\omega} \\ + (36+456+220+220+56)e^{23i\omega} + (28+440+228+228+72)e^{24i\omega} \\ + (21+422+235+235+90)e^{25i\omega} + (15+402+241+241+110)e^{26i\omega} \\ + (10+380+246+246+132)e^{27i\omega} + (6+356+250+250+156)e^{28i\omega} \\ + (3+330+253+253+182)e^{29i\omega} + (1+302+255+255+210)e^{30i\omega} \\ + (272+256+256+240)e^{31i\omega} + (272+256+256+240)e^{32i\omega} \\ + (1+302+255+255+210)e^{33i\omega} + (3+330+253+253+182)e^{34i\omega} \Big)$$

$$\begin{aligned}
& + (6 + 356 + 250 + 250 + 156)e^{35i\omega} + (10 + 380 + 246 + 246 + 132)e^{36i\omega} \\
& + (15 + 402 + 241 + 241 + 110)e^{37i\omega} + (21 + 422 + 235 + 235 + 90)e^{38i\omega} \\
& + (28 + 440 + 228 + 228 + 72)e^{39i\omega} + (36 + 456 + 220 + 220 + 56)e^{40i\omega} \\
& + (45 + 470 + 211 + 211 + 42)e^{41i\omega} + (55 + 482 + 201 + 201 + 30)e^{42i\omega} \\
& + (66 + 492 + 190 + 190 + 20)e^{43i\omega} + (78 + 500 + 178 + 178 + 12)e^{44i\omega} \\
& + (91 + 506 + 165 + 165 + 6)e^{45i\omega} + (105 + 510 + 151 + 151 + 2)e^{46i\omega} \\
& + (120 + 512 + 136 + 136)e^{47i\omega} + (136 + 512 + 120 + 120)e^{48i\omega} \\
& + (151 + 510 + 105 + 105)e^{49i\omega} + (165 + 506 + 91 + 91)e^{50i\omega} \\
& + (178 + 500 + 78 + 78)e^{51i\omega} + (190 + 492 + 66 + 66)e^{52i\omega} \\
& + (201 + 482 + 55 + 55)e^{53i\omega} + (211 + 470 + 45 + 45)e^{54i\omega} \\
& + (220 + 456 + 36 + 36)e^{55i\omega} + (228 + 440 + 28 + 28)e^{56i\omega} \\
& + (235 + 422 + 21 + 21)e^{57i\omega} + (241 + 402 + 15 + 15)e^{58i\omega} \\
& + (246 + 380 + 10 + 10)e^{59i\omega} + (250 + 356 + 6 + 6)e^{60i\omega} + (253 + 330 + 3 + 3)e^{61i\omega} \\
& + (255 + 302 + 1 + 1)e^{62i\omega} + (256 + 272)e^{63i\omega} + (256 + 240)e^{64i\omega} + (255 + 210)e^{65i\omega} \\
& + (253 + 182)e^{66i\omega} + (250 + 156)e^{67i\omega} + (246 + 132)e^{68i\omega} + (241 + 110)e^{69i\omega} \\
& + (235 + 90)e^{70i\omega} + (228 + 72)e^{71i\omega} + (220 + 56)e^{72i\omega} + (211 + 42)e^{73i\omega} \\
& + (201 + 30)e^{74i\omega} + (190 + 20)e^{75i\omega} + (178 + 12)e^{76i\omega} + (165 + 6)e^{77i\omega} \\
& + (151 + 2)e^{78i\omega} + 136e^{79i\omega} + 120e^{80i\omega} + 105e^{81i\omega} + 91e^{82i\omega} \\
& + 78e^{83i\omega} + 66e^{84i\omega} + 55e^{85i\omega} + 45e^{86i\omega} + 36e^{87i\omega} + 28e^{88i\omega} \\
& + 21e^{89i\omega} + 15e^{90i\omega} + 10e^{91i\omega} + 6e^{92i\omega} + 3e^{93i\omega} + e^{94i\omega})
\end{aligned}$$

$$Q_7(\omega) = \frac{1}{2048} \left(\frac{-e^{-32i\omega} - 2e^0 - e^{32i\omega} + e^{32i\omega} + 2e^{64i\omega} + e^{96i\omega}}{4} \right)$$

$$\begin{aligned}
& \left(e^{-31i\omega} + 3e^{-30i\omega} + 6e^{-29i\omega} + 10e^{-28i\omega} + 15e^{-27i\omega} + 21e^{-26i\omega} + 28e^{-25i\omega} \right. \\
& + 36e^{-24i\omega} + 45e^{-23i\omega} + 55e^{-22i\omega} + 66e^{-21i\omega} + 78e^{-20i\omega} + 91e^{-19i\omega} + 105e^{-18i\omega} \\
& + 120e^{-17i\omega} + 136e^{-16i\omega} + (153)e^{-15i\omega} + (171)e^{-14i\omega} + (190)e^{-13i\omega} + (210)e^{-12i\omega} \\
& + (231)e^{-11i\omega} + (253)e^{-10i\omega} + (276)e^{-9i\omega} + (300)e^{-8i\omega} + (325)e^{-7i\omega} + (351)e^{-6i\omega} \\
& + (378)e^{-5i\omega} + (406)e^{-4i\omega} + (435)e^{-3i\omega} + (465)e^{-2i\omega} + (496)e^{-i\omega} + (528)e^0 \\
& + (559)e^{i\omega} + (589)e^{2i\omega} + (618)e^{3i\omega} + (646)e^{4i\omega} + (673)e^{5i\omega} + (699)e^{6i\omega} \\
& + (724)e^{7i\omega} + (748)e^{8i\omega} + (771)e^{9i\omega} + (793)e^{10i\omega} + (814)e^{11i\omega} + (834)e^{12i\omega} \\
& + (853)e^{13i\omega} + (871)e^{14i\omega} + (888)e^{15i\omega} + (904)e^{16i\omega} + (919)e^{17i\omega} + (933)e^{18i\omega} \\
& + (946)e^{19i\omega} + (958)e^{20i\omega} + (969)e^{21i\omega} + (979)e^{22i\omega} + (988)e^{23i\omega} + (996)e^{24i\omega} \\
& + (1003)e^{25i\omega} + (1009)e^{26i\omega} + (1014)e^{27i\omega} + (1018)e^{28i\omega} + (1021)e^{29i\omega} + (1023)e^{30i\omega} \\
& + (1024)e^{31i\omega} + (1024)e^{32i\omega} + (1023)e^{33i\omega} + (1021)e^{34i\omega} + (1018)e^{35i\omega} + (1014)e^{36i\omega} \\
& + (1009)e^{37i\omega} + (1003)e^{38i\omega} + (996)e^{39i\omega} + (988)e^{40i\omega} + (979)e^{41i\omega} + (969)e^{42i\omega} \\
& + (958)e^{43i\omega} + (946)e^{44i\omega} + (933)e^{45i\omega} + (919)e^{46i\omega} + (904)e^{47i\omega} + (888)e^{48i\omega} \\
& + (871)e^{49i\omega} + (853)e^{50i\omega} + (834)e^{51i\omega} + (814)e^{52i\omega} + (793)e^{53i\omega} + (771)e^{54i\omega} \\
& + (748)e^{55i\omega} + (724)e^{56i\omega} + (699)e^{57i\omega} + (673)e^{58i\omega} + (646)e^{59i\omega} + (618)e^{60i\omega} \\
& + (589)e^{61i\omega} + (559)e^{62i\omega} + (528)e^{63i\omega} + (496)e^{64i\omega} + (465)e^{65i\omega} + (435)e^{66i\omega} \\
& + (406)e^{67i\omega} + (378)e^{68i\omega} + (351)e^{69i\omega} + (325)e^{70i\omega} + (300)e^{71i\omega} + (276)e^{72i\omega} \\
& + (253)e^{73i\omega} + (231)e^{74i\omega} + (210)e^{75i\omega} + (190)e^{76i\omega} + (171)e^{77i\omega} + (153)e^{78i\omega} \\
& + 136e^{79i\omega} + 120e^{80i\omega} + 105e^{81i\omega} + 91e^{82i\omega} + 78e^{83i\omega} + 66e^{84i\omega} + 55e^{85i\omega} \\
& + 45e^{86i\omega} + 36e^{87i\omega} + 28e^{88i\omega} + 21e^{89i\omega} + 15e^{90i\omega} + 10e^{91i\omega} + 6e^{92i\omega} + 3e^{93i\omega} \\
& \left. + e^{94i\omega} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Q_7(\omega) = & \frac{1}{8192} \left(-e^{-63i\omega} - 3e^{-62i\omega} - 6e^{-61i\omega} - 10e^{-60i\omega} - 15e^{-59i\omega} - 21e^{-58i\omega} \right. \\
& - 28e^{-57i\omega} - 36e^{-56i\omega} - 45e^{-55i\omega} - 55e^{-54i\omega} - 66e^{-53i\omega} - 78e^{-52i\omega} - 91e^{-51i\omega} \\
& - 105e^{-50i\omega} - 120e^{-49i\omega} - 136e^{-48i\omega} - 153e^{-47i\omega} - 171e^{-46i\omega} - 190e^{-45i\omega} \\
& - 210e^{-44i\omega} - 231e^{-43i\omega} - 253e^{-42i\omega} - 276e^{-41i\omega} - 300e^{-40i\omega} - 325e^{-39i\omega} \\
& - 351e^{-38i\omega} - 378e^{-37i\omega} - 406e^{-36i\omega} - 435e^{-35i\omega} - 465e^{-34i\omega} - 496e^{-33i\omega} \\
& - 528e^{-32i\omega} - (559+2)e^{-31i\omega} - (589+6)e^{-30i\omega} - (618+12)e^{-29i\omega} \\
& - (646+20)e^{-28i\omega} - (673+30)e^{-27i\omega} - (699+42)e^{-26i\omega} \\
& - (724+56)e^{-25i\omega} - (748+72)e^{-24i\omega} - (771+90)e^{-23i\omega} \\
& - (793+110)e^{-22i\omega} - (814+132)e^{-21i\omega} - (834+156)e^{-20i\omega} \\
& - (853+182)e^{-19i\omega} - (871+210)e^{-18i\omega} - (888+240)e^{-17i\omega} \\
& - (904+272)e^{-16i\omega} - (919+306)e^{-15i\omega} - (933+342)e^{-14i\omega} \\
& - (946+380)e^{-13i\omega} - (958+420)e^{-12i\omega} - (969+462)e^{-11i\omega} \\
& - (979+506)e^{-10i\omega} - (988+552)e^{-9i\omega} - (996+600)e^{-8i\omega} \\
& - (1003+650)e^{-7i\omega} - (1009+702)e^{-6i\omega} - (1014+756)e^{-5i\omega} \\
& - (1018+812)e^{-4i\omega} - (1021+870)e^{-3i\omega} - (1023+930)e^{-2i\omega} \\
& - (1024+992)e^{-i\omega} - (1024+1056)e^0 - (1023+1118+1-1)e^{i\omega} \\
& - (1021+1178+3-3)e^{2i\omega} - (1018+1236+6-6)e^{3i\omega} \\
& - (1014+1292+10-10)e^{4i\omega} - (1009+1346+15-15)e^{5i\omega} \\
& - (1003+1398+21-21)e^{6i\omega} - (996+1448+28-28)e^{7i\omega} \\
& - (988+1496+36-36)e^{8i\omega} - (979+1542+45-45)e^{9i\omega} \\
& - (969+1586+55-55)e^{10i\omega} - (958+1628+66-66)e^{11i\omega} \\
& - (946+1668+78-78)e^{12i\omega} - (933+1706+91-91)e^{13i\omega} \\
& - (919+1742+105-105)e^{14i\omega} - (904+1776+120-120)e^{15i\omega} \\
& - (888+1808+136-136)e^{16i\omega} - (871+1838+153-153)e^{17i\omega} \\
& - (853+1866+171-171)e^{18i\omega} - (834+1892+190-190)e^{19i\omega} \\
& - (814+1916+210-210)e^{20i\omega} - (793+1938+231-231)e^{21i\omega} \\
& - (771+1958+253-253)e^{22i\omega} - (748+1976+276-276)e^{23i\omega} \\
& - (724+1992+300-300)e^{24i\omega} - (699+2006+325-325)e^{25i\omega} \\
& - (673+2018+351-351)e^{26i\omega} - (646+2028+378-378)e^{27i\omega} \\
& - (618+2036+406-406)e^{28i\omega} - (589+2042+435-435)e^{29i\omega} \\
& - (559+2046+465-465)e^{30i\omega} - (528+2048+496-496)e^{31i\omega} \\
& - (496+2048+528-528)e^{32i\omega} - (465+2046+559-559-2)e^{33i\omega}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - (435 + 2042 + 589 - 589 - 6)e^{34i\omega} - (406 + 2036 + 618 - 618 - 12)e^{35i\omega} \\
& - (378 + 2028 + 646 - 646 - 20)e^{36i\omega} - (351 + 2018 + 673 - 673 - 30)e^{37i\omega} \\
& - (325 + 2006 + 699 - 699 - 42)e^{38i\omega} - (300 + 1992 + 724 - 724 - 56)e^{39i\omega} \\
& - (276 + 1976 + 748 - 748 - 72)e^{40i\omega} - (253 + 1958 + 771 - 771 - 90)e^{41i\omega} \\
& - (231 + 1938 + 793 - 793 - 110)e^{42i\omega} - (210 + 1916 + 814 - 814 - 132)e^{43i\omega} \\
& - (190 + 1892 + 834 - 834 - 156)e^{44i\omega} - (171 + 1866 + 853 - 853 - 182)e^{45i\omega} \\
& - (153 + 1838 + 871 - 871 - 210)e^{46i\omega} - (136 + 1808 + 888 - 888 - 240)e^{47i\omega} \\
& - (120 + 1776 + 904 - 904 - 272)e^{48i\omega} - (105 + 1742 + 919 - 919 - 306)e^{49i\omega} \\
& - (91 + 1706 + 933 - 933 - 342)e^{50i\omega} - (78 + 1668 + 946 - 946 - 380)e^{51i\omega} \\
& - (66 + 1628 + 958 - 958 - 420)e^{52i\omega} - (55 + 1586 + 969 - 969 - 462)e^{53i\omega} \\
& - (45 + 1542 + 979 - 979 - 506)e^{54i\omega} - (36 + 1496 + 988 - 988 - 552)e^{55i\omega} \\
& - (28 + 1448 + 996 - 996 - 600)e^{56i\omega} - (21 + 1398 + 1003 - 1003 - 650)e^{57i\omega} \\
& - (15 + 1346 + 1009 - 1009 - 702)e^{58i\omega} - (10 + 1292 + 1014 - 1014 - 756)e^{59i\omega} \\
& - (6 + 1236 + 1018 - 1018 - 812)e^{60i\omega} - (3 + 1178 + 1021 - 1021 - 870)e^{61i\omega} \\
& - (1 + 1118 + 1023 - 1023 - 930)e^{62i\omega} - (1056 + 1024 - 1024 - 992)e^{63i\omega} \\
& + (-992 - 1024 + 1024 + 1056)e^{64i\omega} + (-930 - 1023 + 1023 + 118 + 1)e^{65i\omega} \\
& + (3 + 1178 + 1021 - 1021 - 870)e^{66i\omega} + (6 + 1236 + 1018 - 1018 - 812)e^{67i\omega} \\
& + (10 + 1292 + 1014 - 1014 - 756)e^{68i\omega} + (15 + 1346 + 1009 - 1009 - 702)e^{69i\omega} \\
& + (21 + 1398 + 1003 - 1003 - 650)e^{70i\omega} + (28 + 1448 + 996 - 996 - 600)e^{71i\omega} \\
& + (36 + 1496 + 988 - 988 - 552)e^{72i\omega} + (45 + 1542 + 979 - 979 - 506)e^{73i\omega} \\
& + (55 + 1586 + 969 - 969 - 462)e^{74i\omega} + (66 + 1628 + 958 - 958 - 420)e^{75i\omega} \\
& + (78 + 1668 + 946 - 946 - 380)e^{76i\omega} + (91 + 1706 + 933 - 933 - 342)e^{77i\omega} \\
& + (105 + 1742 + 919 - 919 - 306)e^{78i\omega} + (120 + 1776 + 904 - 904 - 272)e^{79i\omega} \\
& + (136 + 1808 + 888 - 888 - 240)e^{80i\omega} + (153 + 1838 + 871 - 871 - 210)e^{81i\omega} \\
& + (171 + 1866 + 853 - 853 - 182)e^{82i\omega} + (190 + 1892 + 834 - 834 - 156)e^{83i\omega} \\
& + (210 + 1916 + 814 - 814 - 132)e^{84i\omega} + (231 + 1938 + 793 - 793 - 110)e^{85i\omega} \\
& + (253 + 1958 + 771 - 771 - 90)e^{86i\omega} + (276 + 1976 + 748 - 748 - 72)e^{87i\omega} \\
& + (300 + 1992 + 724 - 724 - 56)e^{88i\omega} + (325 + 2006 + 699 - 699 - 42)e^{89i\omega} \\
& + (351 + 2018 + 673 - 673 - 30)e^{90i\omega} + (378 + 2028 + 646 - 646 - 20)e^{91i\omega} \\
& + (406 + 2036 + 618 - 618 - 12)e^{92i\omega} + (435 + 2042 + 589 - 589 - 6)e^{93i\omega} \\
& + (465 + 2046 + 559 - 559 - 2)e^{94i\omega} + (496 + 2048 + 528 - 528)e^{95i\omega} \\
& + (528 + 2048 + 496 - 496)e^{96i\omega} + (559 + 2046 + 465 - 465)e^{97i\omega} \\
& + (589 + 2042 + 435 - 435)e^{98i\omega} + (618 + 2036 + 406 - 406)e^{99i\omega} \\
& + (646 + 2028 + 378 - 378)e^{100i\omega} + (673 + 2018 + 351 - 351)e^{101i\omega}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (699 + 2006 + 325 - 325)e^{102i\omega} + (724 + 1992 + 300 - 300)e^{103i\omega} \\
& + (748 + 1976 + 276 - 276)e^{104i\omega} + (771 + 1958 + 253 - 253)e^{105i\omega} \\
& + (793 + 1938 + 231 - 231)e^{106i\omega} + (814 + 1916 + 210 - 210)e^{107i\omega} \\
& + (834 + 1892 + 190 - 190)e^{108i\omega} + (853 + 1866 + 171 - 171)e^{109i\omega} \\
& + (871 + 1838 + 153 - 153)e^{110i\omega} + (888 + 1808 + 136 - 136)e^{111i\omega} \\
& + (904 + 1776 + 120 - 120)e^{112i\omega} + (919 + 1742 + 105 - 105)e^{113i\omega} \\
& + (933 + 1706 + 91 - 91)e^{114i\omega} + (946 + 1668 + 78 - 78)e^{115i\omega} \\
& + (958 + 1628 + 66 - 66)e^{116i\omega} + (969 + 1586 + 55 - 55)e^{117i\omega} \\
& + (979 + 1542 + 45 - 45)e^{118i\omega} + (988 + 1496 + 36 - 36)e^{119i\omega} \\
& + (996 + 1448 + 28 - 28)e^{120i\omega} + (1003 + 1398 + 21 - 21)e^{121i\omega} \\
& + (1009 + 1346 + 15 - 15)e^{122i\omega} + (1014 + 1292 + 10 - 10)e^{123i\omega} \\
& + (1018 + 1236 + 6 - 6)e^{124i\omega} + (1021 + 1178 + 3 - 3)e^{125i\omega} \\
& + (1023 + 1118 + 1 - 1)e^{126i\omega} + (1024 + 1056)e^{127i\omega} + (1024 + 992)e^{128i\omega} \\
& + (1023 + 930)e^{129i\omega} + (1021 + 870)e^{130i\omega} + (1018 + 812)e^{131i\omega} \\
& + (1014 + 756)e^{132i\omega} + (1009 + 702)e^{133i\omega} + (1003 + 650)e^{134i\omega} \\
& + (996 + 600)e^{135i\omega} + (988 + 552)e^{136i\omega} + (979 + 506)e^{137i\omega} \\
& + (969 + 462)e^{138i\omega} + (958 + 420)e^{139i\omega} + (946 + 380)e^{140i\omega} \\
& + (933 + 342)e^{141i\omega} + (919 + 306)e^{142i\omega} + (904 + 272)e^{143i\omega} \\
& + (888 + 240)e^{144i\omega} + (871 + 210)e^{145i\omega} + (853 + 182)e^{146i\omega} \\
& + (834 + 156)e^{147i\omega} + (814 + 132)e^{148i\omega} + (793 + 110)e^{149i\omega} \\
& + (771 + 90)e^{150i\omega} + (748 + 72)e^{151i\omega} + (724 + 56)e^{152i\omega} \\
& + (699 + 42)e^{153i\omega} + (673 + 30)e^{154i\omega} + (646 + 20)e^{155i\omega} \\
& + (618 + 12)e^{156i\omega} + (589 + 6)e^{157i\omega} + (559 + 2)e^{158i\omega} + 528e^{159i\omega} \\
& + 496e^{160i\omega} + 465e^{161i\omega} + 435e^{162i\omega} + 406e^{163i\omega} + 378e^{164i\omega} + 351e^{165i\omega} \\
& + 325e^{166i\omega} + 300e^{167i\omega} + 276e^{168i\omega} + 253e^{169i\omega} + 231e^{170i\omega} + 210e^{171i\omega} \\
& + 190e^{172i\omega} + 171e^{173i\omega} + 153e^{174i\omega} + 136e^{175i\omega} + 120e^{176i\omega} + 105e^{177i\omega} \\
& + 91e^{178i\omega} + 78e^{179i\omega} + 66e^{180i\omega} + 55e^{181i\omega} + 45e^{182i\omega} + 36e^{183i\omega} + 28e^{184i\omega} \\
& + 21e^{185i\omega} + 15e^{186i\omega} + 10e^{187i\omega} + 6e^{188i\omega} + 3e^{189i\omega} + e^{190i\omega})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Q_7(\omega) = \frac{1}{8192} & \left(-e^{-63i\omega} - 3e^{-62i\omega} - 6e^{-61i\omega} - 10e^{-60i\omega} - 15e^{-59i\omega} - 21e^{-58i\omega} \right. \\
& - 28e^{-57i\omega} - 36e^{-56i\omega} - 45e^{-55i\omega} - 55e^{-54i\omega} - 66e^{-53i\omega} - 78e^{-52i\omega} - 91e^{-51i\omega} \\
& - 105e^{-50i\omega} - 120e^{-49i\omega} - 136e^{-48i\omega} - 153e^{-47i\omega} - 171e^{-46i\omega} - 190e^{-45i\omega} \\
& - 210e^{-44i\omega} - 231e^{-43i\omega} - 253e^{-42i\omega} - 276e^{-41i\omega} - 300e^{-40i\omega} - 325e^{-39i\omega} \\
& - 351e^{-38i\omega} - 378e^{-37i\omega} - 406e^{-36i\omega} - 435e^{-35i\omega} - 465e^{-34i\omega} - 496e^{-33i\omega} \\
& - 528e^{-32i\omega} - (561)e^{-31i\omega} - (595)e^{-30i\omega} - (630)e^{-29i\omega} - (666)e^{-28i\omega} \\
& - (703)e^{-27i\omega} - (741)e^{-26i\omega} - (780)e^{-25i\omega} - (820)e^{-24i\omega} - (861)e^{-23i\omega} \\
& - (903)e^{-22i\omega} - (946)e^{-21i\omega} - (990)e^{-20i\omega} - (1035)e^{-19i\omega} - (1081)e^{-18i\omega} \\
& - (1128)e^{-17i\omega} - (1176)e^{-16i\omega} - (1225)e^{-15i\omega} - (1275)e^{-14i\omega} - (1326)e^{-13i\omega} \\
& - (1378)e^{-12i\omega} - (1431)e^{-11i\omega} - (1485)e^{-10i\omega} - (1540)e^{-9i\omega} - (1596)e^{-8i\omega} \\
& - (1653)e^{-7i\omega} - (1711)e^{-6i\omega} - (1770)e^{-5i\omega} - (1830)e^{-4i\omega} - (1891)e^{-3i\omega} \\
& - (1953)e^{-2i\omega} - (2016)e^{-i\omega} - (2080)e^0 - (2141)e^{i\omega} - (2199)e^{2i\omega} \\
& - (2254)e^{3i\omega} - (2306)e^{4i\omega} - (2355)e^{5i\omega} - (2401)e^{6i\omega} - (2444)e^{7i\omega} \\
& - (2484)e^{8i\omega} - (2521)e^{9i\omega} - (2555)e^{10i\omega} - (2586)e^{11i\omega} - (2614)e^{12i\omega} \\
& - (2639)e^{13i\omega} - (2661)e^{14i\omega} - (2680)e^{15i\omega} - (2696)e^{16i\omega} - (2709)e^{17i\omega} \\
& - (2719)e^{18i\omega} - (2726)e^{19i\omega} - (2730)e^{20i\omega} - (2731)e^{21i\omega} - (2729)e^{22i\omega} \\
& - (2724)e^{23i\omega} - (2716)e^{24i\omega} - (2705)e^{25i\omega} - (2691)e^{26i\omega} - (2674)e^{27i\omega} \\
& - (2654)e^{28i\omega} - (2631)e^{29i\omega} - (2605)e^{30i\omega} - (2576)e^{31i\omega} - (2544)e^{32i\omega} \\
& - (2509)e^{33i\omega} - (2471)e^{34i\omega} - (2430)e^{35i\omega} - (2386)e^{36i\omega} - (2339)e^{37i\omega} \\
& - (2289)e^{38i\omega} - (2236)e^{39i\omega} - (2180)e^{40i\omega} - (2121)e^{41i\omega} - (2059)e^{42i\omega} \\
& - (1994)e^{43i\omega} - (1926)e^{44i\omega} - (1855)e^{45i\omega} - (1781)e^{46i\omega} - (1704)e^{47i\omega} \\
& - (1624)e^{48i\omega} - (1541)e^{49i\omega} - (1455)e^{50i\omega} - (1366)e^{51i\omega} - (1274)e^{52i\omega} \\
& - (1179)e^{53i\omega} - (1081)e^{54i\omega} - (980)e^{55i\omega} - (876)e^{56i\omega} - (769)e^{57i\omega} \\
& - (659)e^{58i\omega} - (546)e^{59i\omega} - (430)e^{60i\omega} - (311)e^{61i\omega} - (189)e^{62i\omega} \\
& - (64)e^{63i\omega} + (64)e^{64i\omega} + (189)e^{65i\omega} + (311)e^{66i\omega} + (430)e^{67i\omega} \\
& + (546)e^{68i\omega} + (659)e^{69i\omega} + (769)e^{70i\omega} + (876)e^{71i\omega} + (980)e^{72i\omega} \\
& + (1081)e^{73i\omega} + (1179)e^{74i\omega} + (1274)e^{75i\omega} + (1366)e^{76i\omega} + (1455)e^{77i\omega} \\
& + (1541)e^{78i\omega} + (1624)e^{79i\omega} + (1704)e^{80i\omega} + (1781)e^{81i\omega} + (1855)e^{82i\omega} \\
& + (1926)e^{83i\omega} + (1994)e^{84i\omega} + (2059)e^{85i\omega} + (2121)e^{86i\omega} + (2180)e^{87i\omega} \\
& + (2236)e^{88i\omega} + (2289)e^{89i\omega} + (2339)e^{90i\omega} + (2386)e^{91i\omega} + (2430)e^{92i\omega} \\
& + (2471)e^{93i\omega} + (2509)e^{94i\omega} + (2544)e^{95i\omega} + (2576)e^{96i\omega} + (2605)e^{97i\omega} \\
& + (2631)e^{98i\omega} + (2654)e^{99i\omega} + (2674)e^{100i\omega} + (2691)e^{101i\omega}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (2705)e^{102i\omega} + (2716)e^{103i\omega} + (2724)e^{104i\omega} + (2729)e^{105i\omega} + (2731)e^{106i\omega} + (2730)e^{107i\omega} \\
& + (2726)e^{108i\omega} + (2719)e^{109i\omega} + (2709)e^{110i\omega} + (2696)e^{111i\omega} + (2680)e^{112i\omega} + (2661)e^{113i\omega} \\
& + (2639)e^{114i\omega} + (2614)e^{115i\omega} + (2586)e^{116i\omega} + (2555)e^{117i\omega} + (2521)e^{118i\omega} + (2484)e^{119i\omega} \\
& + (2444)e^{120i\omega} + (2401)e^{121i\omega} + (2355)e^{122i\omega} + (2306)e^{123i\omega} + (2254)e^{124i\omega} + (2199)e^{125i\omega} \\
& + (2141)e^{126i\omega} + (2080)e^{127i\omega} + (2016)e^{128i\omega} + (1953)e^{129i\omega} + (1891)e^{130i\omega} + (1830)e^{131i\omega} \\
& + (1770)e^{132i\omega} + (1711)e^{133i\omega} + (1653)e^{134i\omega} + (1596)e^{135i\omega} + (1540)e^{136i\omega} + (1485)e^{137i\omega} \\
& + (1431)e^{138i\omega} + (1378)e^{139i\omega} + (1326)e^{140i\omega} + (1275)e^{141i\omega} + (1225)e^{142i\omega} + (1176)e^{143i\omega} \\
& + (1128)e^{144i\omega} + (1081)e^{145i\omega} + (1035)e^{146i\omega} + (990)e^{147i\omega} + (946)e^{148i\omega} + (903)e^{149i\omega} \\
& + (861)e^{150i\omega} + (820)e^{151i\omega} + (780)e^{152i\omega} + (741)e^{153i\omega} + (703)e^{154i\omega} + (666)e^{155i\omega} \\
& + (630)e^{156i\omega} + (595)e^{157i\omega} + (561)e^{158i\omega} + 528e^{159i\omega} + 496e^{160i\omega} + 465e^{161i\omega} + 435e^{162i\omega} \\
& + 406e^{163i\omega} + 378e^{164i\omega} + 351e^{165i\omega} + 325e^{166i\omega} + 300e^{167i\omega} + 276e^{168i\omega} + 253e^{169i\omega} \\
& + 231e^{170i\omega} + 210e^{171i\omega} + 190e^{172i\omega} + 171e^{173i\omega} + 153e^{174i\omega} + 136e^{175i\omega} + 120e^{176i\omega} \\
& + 105e^{177i\omega} + 91e^{178i\omega} + 78e^{179i\omega} + 66e^{180i\omega} + 55e^{181i\omega} + 45e^{182i\omega} + 36e^{183i\omega} + 28e^{184i\omega} \\
& + 21e^{185i\omega} + 15e^{186i\omega} + 10e^{187i\omega} + 6e^{188i\omega} + 3e^{189i\omega} + e^{190i\omega}) \\
Q_7(\omega) = & -\frac{1}{8192} (\delta[k-63] + 3\delta[k-62] + 6\delta[k-61] + 10\delta[k-60] \\
& + 15\delta[k-59] + 21\delta[k-58] + 28\delta[k-57] + 36\delta[k-56] + 45\delta[k-55] \\
& + 55\delta[k-54] + 66\delta[k-53] + 78\delta[k-52] + 91\delta[k-51] + 105\delta[k-50] \\
& + 120\delta[k-49] + 136\delta[k-48] + 153\delta[k-47] + 171\delta[k-46] \\
& + 190\delta[k-45] + 210\delta[k-44] + 231\delta[k-43] + 253\delta[k-42] \\
& + 276\delta[k-41] + 300\delta[k-40] + 325\delta[k-39] + 351\delta[k-38] \\
& + 378\delta[k-37] + 406\delta[k-36] + 435\delta[k-35] + 465\delta[k-34] \\
& + 496\delta[k-33] + 528\delta[k-32] + (561)\delta[k-31] + (595)\delta[k-30] \\
& + (630)\delta[k-29] + (666)\delta[k-28] + (703)\delta[k-27] + (741)\delta[k-26] \\
& + (780)\delta[k-25] + (820)\delta[k-24] + (861)\delta[k-23] + (903)\delta[k-22] \\
& + (946)\delta[k-21] + (990)\delta[k-20] + (1035)\delta[k-19] + (1081)\delta[k-18] \\
& + (1128)\delta[k-17] + (1176)\delta[k-16] + (1225)\delta[k-15] + (1275)\delta[k-14] \\
& + (1326)\delta[k-13] + (1378)\delta[k-12] + (1431)\delta[k-11] + (1485)\delta[k-10] \\
& + (1540)\delta[k-9] + (1596)\delta[k-8] + (1653)\delta[k-7] + (1711)\delta[k-6] \\
& + (1770)\delta[k-5] + (1830)\delta[k-4] + (1891)\delta[k-3] + (1953)\delta[k-2] \\
& + (2016)\delta[k-1] + (2080)\delta[k] + (2141)\delta[k+1] + (2199)\delta[k+2] \\
& + (2254)\delta[k+3] + (2306)\delta[k+4] + (2355)\delta[k+5] + (2401)\delta[k+6])
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (2444)\delta[k+7] + (2484)\delta[k+8] + (2521)\delta[k+9] + (2555)\delta[k+10] \\
& + (2586)\delta[k+11] + (2614)\delta[k+12] + (2639)\delta[k+13] + (2661)\delta[k+14] \\
& + (2680)\delta[k+15] + (2696)\delta[k+16] + (2709)\delta[k+17] + (2719)\delta[k+18] \\
& + (2726)\delta[k+19] + (2730)\delta[k+20] + (2731)\delta[k+21] + (2729)\delta[k+22] \\
& + (2724)\delta[k+23] + (2716)\delta[k+24] + (2705)\delta[k+25] + (2691)\delta[k+26] \\
& + (2674)\delta[k+27] + (2654)\delta[k+28] + (2631)\delta[k+29] + (2605)\delta[k+30] \\
& + (2576)\delta[k+31] + (2544)\delta[k+32] + (2509)\delta[k+33] + (2471)\delta[k+34] \\
& + (2430)\delta[k+35] + (2386)\delta[k+36] + (2339)\delta[k+37] + (2289)\delta[k+38] \\
& + (2236)\delta[k+39] + (2180)\delta[k+40] + (2121)\delta[k+41] + (2059)\delta[k+42] \\
& + (1994)\delta[k+43] + (1926)\delta[k+44] + (1855)\delta[k+45] + (1781)\delta[k+46] \\
& + (1704)\delta[k+47] + (1624)\delta[k+48] + (1541)\delta[k+49] + (1455)\delta[k+50] \\
& + (1366)\delta[k+51] + (1274)\delta[k+52] + (1179)\delta[k+53] + (1081)\delta[k+54] \\
& + (980)\delta[k+55] + (876)\delta[k+56] + (769)\delta[k+57] + (659)\delta[k+58] \\
& + (546)\delta[k+59] + (430)\delta[k+60] + (311)\delta[k+61] + (189)\delta[k+62] \\
& + (64)\delta[k+63] - (64)\delta[k+64] - (189)\delta[k+65] - (311)\delta[k+66] \\
& - (430)\delta[k+67] - (546)\delta[k+68] - (659)\delta[k+69] - (769)\delta[k+70] \\
& - (876)\delta[k+71] - (980)\delta[k+72] - (1081)\delta[k+73] - (1179)\delta[k+74] \\
& - (1274)\delta[k+75] - (1366)\delta[k+76] - (1455)\delta[k+77] - (1541)\delta[k+78] \\
& - (1624)\delta[k+79] - (1704)\delta[k+80] - (1781)\delta[k+81] - (1855)\delta[k+82] \\
& - (1926)\delta[k+83] - (1994)\delta[k+84] - (2059)\delta[k+85] - (2121)\delta[k+86] \\
& - (2180)\delta[k+87] - (2236)\delta[k+88] - (2289)\delta[k+89] - (2339)\delta[k+90] \\
& - (2386)\delta[k+91] - (2430)\delta[k+92] - (2471)\delta[k+93] - (2509)\delta[k+94] \\
& - (2544)\delta[k+95] - (2576)\delta[k+96] - (2605)\delta[k+97] - (2631)\delta[k+98] \\
& - (2654)\delta[k+99] - (2674)\delta[k+100] - (2691)\delta[k+101] - (2705)\delta[k+102] \\
& - (2716)\delta[k+103] - (2724)\delta[k+104] - (2729)\delta[k+105] - (2731)\delta[k+106] \\
& - (2730)\delta[k+107] - (2726)\delta[k+108] - (2719)\delta[k+109] - (2709)\delta[k+110] \\
& - (2696)\delta[k+111] - (2680)\delta[k+112] - (2661)\delta[k+113] - (2639)\delta[k+114] \\
& - (2614)\delta[k+115] - (2586)\delta[k+116] - (2555)\delta[k+117] - (2521)\delta[k+118] \\
& - (2484)\delta[k+119] - (2444)\delta[k+120] - (2401)\delta[k+121] - (2355)\delta[k+122] \\
& - (2306)\delta[k+123] - (2254)\delta[k+124] - (2199)\delta[k+125] - (2141)\delta[k+126] \\
& - (2080)\delta[k+127] - (2016)\delta[k+128] - (1953)\delta[k+129] - (1891)\delta[k+130] \\
& - (1830)\delta[k+131] - (1770)\delta[k+132] - (1711)\delta[k+133] - (1653)\delta[k+134]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - (1596)\delta[k+135] - (1540)\delta[k+136] - (1485)\delta[k+137] - (1431)\delta[k+138] \\
& - (1378)\delta[k+139] - (1326)\delta[k+140] - (1275)\delta[k+141] - (1225)\delta[k+142] \\
& - (1176)\delta[k+143] - (1128)\delta[k+144] - (1081)\delta[k+145] - (1035)\delta[k+146] \\
& - (990)\delta[k+147] - (946)\delta[k+148] - (903)\delta[k+149] - (861)\delta[k+150] \\
& - (820)\delta[k+151] - (780)\delta[k+152] - (741)\delta[k+153] - (703)\delta[k+154] \\
& - (666)\delta[k+155] - (630)\delta[k+156] - (595)\delta[k+157] - (561)\delta[k+158] \\
& - 528\delta[k+159] - 496\delta[k+160] - 465\delta[k+161] - 435\delta[k+162] - 406\delta[k+163] \\
& - 378\delta[k+164] - 351\delta[k+165] - 325\delta[k+166] - 300\delta[k+167] - 276\delta[k+168] \\
& - 253\delta[k+169] - 231\delta[k+170] - 210\delta[k+171] - 190\delta[k+172] - 171\delta[k+173] \\
& - 153\delta[k+174] - 136\delta[k+175] - 120\delta[k+176] - 105\delta[k+177] - 91\delta[k+178] \\
& - 78\delta[k+179] - 66\delta[k+180] - 55\delta[k+181] - 45\delta[k+182] - 36\delta[k+183] \\
& - 28\delta[k+184] - 21\delta[k+185] - 15\delta[k+186] - 10\delta[k+187] - 6\delta[k+188] \\
& - 3\delta[k+189] - \delta[k+190])
\end{aligned}$$

h) Pada skala $j=8$

$$Q_8(\omega) = G(128\omega)H(64\omega)H(32\omega)H(16\omega)H(8\omega)H(4\omega)H(2\omega)H(\omega)$$

$$Q_8(\omega) = (128ie^{64i\omega}(\sin 64\omega)) \left(e^{32i\omega}(\cos 32\omega)^3 \right) H(32\omega)H(16\omega)H(8\omega)H(4\omega)H(2\omega)H(\omega)$$

$$Q_8(\omega) = \left(128ie^{64i\omega} \left(-\frac{1}{2i}e^{-64i\omega} + \frac{1}{2i}e^{64i\omega} \right) \right) \left(e^{32i\omega} \left(\frac{1}{2}e^{-32i\omega} + \frac{1}{2}e^{32i\omega} \right)^3 \right) H(32\omega)H(16\omega)H(8\omega)H(4\omega)H(2\omega)H(\omega)$$

$$\begin{aligned}
Q_8(\omega) &= \left(2ie^{64i\omega} \left(-\frac{1}{2i}e^{-64i\omega} + \frac{1}{2i}e^{64i\omega} \right) \left(\frac{1}{2}e^{-32i\omega} + \frac{1}{2}e^{32i\omega} \right)^2 \right) \\
&\quad \left(64e^{32i\omega} \left(\frac{1}{2}e^{-32i\omega} + \frac{1}{2}e^{32i\omega} \right) \right) H(16\omega)H(8\omega)H(4\omega)H(2\omega)H(\omega)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Q_8(\omega) = & \frac{1}{8192} \left(\frac{-e^{-64i\omega} - 2e^0 - e^{64i\omega} + e^{64i\omega} + 2e^{128i\omega} + e^{192i\omega}}{4} \right) \\
& (e^{-63i\omega} + 3e^{-62i\omega} + 6e^{-61i\omega} + 10e^{-60i\omega} + 15e^{-59i\omega} + 21e^{-58i\omega} \\
& + 28e^{-57i\omega} + 36e^{-56i\omega} + 45e^{-55i\omega} + 55e^{-54i\omega} + 66e^{-53i\omega} + 78e^{-52i\omega} + 91e^{-51i\omega} \\
& + 105e^{-50i\omega} + 120e^{-49i\omega} + 136e^{-48i\omega} + 153e^{-47i\omega} + 171e^{-46i\omega} + 190e^{-45i\omega} \\
& + 210e^{-44i\omega} + 231e^{-43i\omega} + 253e^{-42i\omega} + 276e^{-41i\omega} + 300e^{-40i\omega} + 325e^{-39i\omega} \\
& + 351e^{-38i\omega} + 378e^{-37i\omega} + 406e^{-36i\omega} + 435e^{-35i\omega} + 465e^{-34i\omega} + 496e^{-33i\omega} \\
& + 528e^{-32i\omega} + (559+2)e^{-31i\omega} + (589+6)e^{-30i\omega} + (618+12)e^{-29i\omega} \\
& + (646+20)e^{-28i\omega} + (673+30)e^{-27i\omega} + (699+42)e^{-26i\omega} \\
& + (724+56)e^{-25i\omega} + (748+72)e^{-24i\omega} + (771+90)e^{-23i\omega} \\
& + (793+110)e^{-22i\omega} + (814+132)e^{-21i\omega} + (834+156)e^{-20i\omega} \\
& + (853+182)e^{-19i\omega} + (871+210)e^{-18i\omega} + (888+240)e^{-17i\omega} \\
& + (904+272)e^{-16i\omega} + (919+306)e^{-15i\omega} + (933+342)e^{-14i\omega} \\
& + (946+380)e^{-13i\omega} + (958+420)e^{-12i\omega} + (969+462)e^{-11i\omega} \\
& + (979+506)e^{-10i\omega} + (988+552)e^{-9i\omega} + (996+600)e^{-8i\omega} \\
& + (1003+650)e^{-7i\omega} + (1009+702)e^{-6i\omega} + (1014+756)e^{-5i\omega} \\
& + (1018+812)e^{-4i\omega} + (1021+870)e^{-3i\omega} + (1023+930)e^{-2i\omega} \\
& + (1024+992)e^{-i\omega} + (1024+1056)e^0 + (1023+1118+1+1)e^{i\omega} \\
& + (1021+1178+3+3)e^{2i\omega} + (1018+1236+6+6)e^{3i\omega} \\
& + (1014+1292+10+10)e^{4i\omega} + (1009+1346+15+15)e^{5i\omega} \\
& + (1003+1398+21+21)e^{6i\omega} + (996+1448+28+28)e^{7i\omega} \\
& + (988+1496+36+36)e^{8i\omega} + (979+1542+45+45)e^{9i\omega} \\
& + (969+1586+55+55)e^{10i\omega} + (958+1628+66+66)e^{11i\omega} \\
& + (946+1668+78+78)e^{12i\omega} + (933+1706+91+91)e^{13i\omega} \\
& + (919+1742+105+105)e^{14i\omega} + (904+1776+120+120)e^{15i\omega} \\
& + (888+1808+136+136)e^{16i\omega} + (871+1838+153+153)e^{17i\omega} \\
& + (853+1866+171+171)e^{18i\omega} + (834+1892+190+190)e^{19i\omega} \\
& + (814+1916+210+210)e^{20i\omega} + (793+1938+231+231)e^{21i\omega} \\
& + (771+1958+253+253)e^{22i\omega} + (748+1976+276+276)e^{23i\omega} \\
& + (724+1992+300+300)e^{24i\omega} + (699+2006+325+325)e^{25i\omega} \\
& + (673+2018+351+351)e^{26i\omega} + (646+2028+378+378)e^{27i\omega} \\
& + (618+2036+406+406)e^{28i\omega} + (589+2042+435+435)e^{29i\omega} \\
& + (559+2046+465+465)e^{30i\omega} + (528+2048+496+496)e^{31i\omega} \\
& + (496+2048+528+528)e^{32i\omega} + (465+2046+559+559+2)e^{33i\omega}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (435 + 2042 + 589 + 589 + 6)e^{34i\omega} + (406 + 2036 + 618 + 618 + 12)e^{35i\omega} \\
& + (378 + 2028 + 646 + 646 + 20)e^{36i\omega} + (351 + 2018 + 673 + 673 + 30)e^{37i\omega} \\
& + (325 + 2006 + 699 + 699 + 42)e^{38i\omega} + (300 + 1992 + 724 + 724 + 56)e^{39i\omega} \\
& + (276 + 1976 + 748 + 748 + 72)e^{40i\omega} + (253 + 1958 + 771 + 771 + 90)e^{41i\omega} \\
& + (231 + 1938 + 793 + 793 + 110)e^{42i\omega} + (210 + 1916 + 814 + 814 + 132)e^{43i\omega} \\
& + (190 + 1892 + 834 + 834 + 156)e^{44i\omega} + (171 + 1866 + 853 + 853 + 182)e^{45i\omega} \\
& + (153 + 1838 + 871 + 871 + 210)e^{46i\omega} + (136 + 1808 + 888 + 888 + 240)e^{47i\omega} \\
& + (120 + 1776 + 904 + 904 + 272)e^{48i\omega} + (105 + 1742 + 919 + 919 + 306)e^{49i\omega} \\
& + (91 + 1706 + 933 + 933 + 342)e^{50i\omega} + (78 + 1668 + 946 + 946 + 380)e^{51i\omega} \\
& + (66 + 1628 + 958 + 958 + 420)e^{52i\omega} + (55 + 1586 + 969 + 969 + 462)e^{53i\omega} \\
& + (45 + 1542 + 979 + 979 + 506)e^{54i\omega} + (36 + 1496 + 988 + 988 + 552)e^{55i\omega} \\
& + (28 + 1448 + 996 + 996 + 600)e^{56i\omega} + (21 + 1398 + 1003 + 1003 + 650)e^{57i\omega} \\
& + (15 + 1346 + 1009 + 1009 + 702)e^{58i\omega} + (10 + 1292 + 1014 + 1014 + 756)e^{59i\omega} \\
& + (6 + 1236 + 1018 + 1018 + 812)e^{60i\omega} + (3 + 1178 + 1021 + 1021 + 870)e^{61i\omega} \\
& + (1 + 1118 + 1023 + 1023 + 930)e^{62i\omega} + (1056 + 1024 + 1024 + 992)e^{63i\omega} \\
& + (992 + 1024 + 1024 + 1056)e^{64i\omega} + (930 + 1023 + 1023 + 118 + 1)e^{65i\omega} \\
& + (3 + 1178 + 1021 + 1021 + 870)e^{66i\omega} + (6 + 1236 + 1018 + 1018 + 812)e^{67i\omega} \\
& + (10 + 1292 + 1014 + 1014 + 756)e^{68i\omega} + (15 + 1346 + 1009 + 1009 + 702)e^{69i\omega} \\
& + (21 + 1398 + 1003 + 1003 + 650)e^{70i\omega} + (28 + 1448 + 996 + 996 + 600)e^{71i\omega} \\
& + (36 + 1496 + 988 + 988 + 552)e^{72i\omega} + (45 + 1542 + 979 + 979 + 506)e^{73i\omega} \\
& + (55 + 1586 + 969 + 969 + 462)e^{74i\omega} + (66 + 1628 + 958 + 958 + 420)e^{75i\omega} \\
& + (78 + 1668 + 946 + 946 + 380)e^{76i\omega} + (91 + 1706 + 933 + 933 + 342)e^{77i\omega} \\
& + (105 + 1742 + 919 + 919 + 306)e^{78i\omega} + (120 + 1776 + 904 + 904 + 272)e^{79i\omega} \\
& + (136 + 1808 + 888 + 888 + 240)e^{80i\omega} + (153 + 1838 + 871 + 871 + 210)e^{81i\omega} \\
& + (171 + 1866 + 853 + 853 + 182)e^{82i\omega} + (190 + 1892 + 834 + 834 + 156)e^{83i\omega} \\
& + (210 + 1916 + 814 + 814 + 132)e^{84i\omega} + (231 + 1938 + 793 + 793 + 110)e^{85i\omega} \\
& + (253 + 1958 + 771 + 771 + 90)e^{86i\omega} + (276 + 1976 + 748 + 748 + 72)e^{87i\omega} \\
& + (300 + 1992 + 724 + 724 + 56)e^{88i\omega} + (325 + 2006 + 699 + 699 + 42)e^{89i\omega} \\
& + (351 + 2018 + 673 + 673 + 30)e^{90i\omega} + (378 + 2028 + 646 + 646 + 20)e^{91i\omega} \\
& + (406 + 2036 + 618 + 618 + 12)e^{92i\omega} + (435 + 2042 + 589 + 589 + 6)e^{93i\omega} \\
& + (465 + 2046 + 559 + 559 + 2)e^{94i\omega} + (496 + 2048 + 528 + 528)e^{95i\omega} \\
& + (528 + 2048 + 496 + 496)e^{96i\omega} + (559 + 2046 + 465 + 465)e^{97i\omega} \\
& + (589 + 2042 + 435 + 435)e^{98i\omega} + (618 + 2036 + 406 + 406)e^{99i\omega} \\
& + (646 + 2028 + 378 + 378)e^{100i\omega} + (673 + 2018 + 351 + 351)e^{101i\omega}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (699 + 2006 + 325 + 325)e^{102i\omega} + (724 + 1992 + 300 + 300)e^{103i\omega} \\
& + (748 + 1976 + 276 + 276)e^{104i\omega} + (771 + 1958 + 253 + 253)e^{105i\omega} \\
& + (793 + 1938 + 231 + 231)e^{106i\omega} + (814 + 1916 + 210 + 210)e^{107i\omega} \\
& + (834 + 1892 + 190 + 190)e^{108i\omega} + (853 + 1866 + 171 + 171)e^{109i\omega} \\
& + (871 + 1838 + 153 + 153)e^{110i\omega} + (888 + 1808 + 136 + 136)e^{111i\omega} \\
& + (904 + 1776 + 120 + 120)e^{112i\omega} + (919 + 1742 + 105 + 105)e^{113i\omega} \\
& + (933 + 1706 + 91 + 91)e^{114i\omega} + (946 + 1668 + 78 + 78)e^{115i\omega} \\
& + (958 + 1628 + 66 + 66)e^{116i\omega} + (969 + 1586 + 55 + 55)e^{117i\omega} \\
& + (979 + 1542 + 45 + 45)e^{118i\omega} + (988 + 1496 + 36 + 36)e^{119i\omega} \\
& + (996 + 1448 + 28 + 28)e^{120i\omega} + (1003 + 1398 + 21 + 21)e^{121i\omega} \\
& + (1009 + 1346 + 15 + 15)e^{122i\omega} + (1014 + 1292 + 10 + 10)e^{123i\omega} \\
& + (1018 + 1236 + 6 + 6)e^{124i\omega} + (1021 + 1178 + 3 + 3)e^{125i\omega} \\
& + (1023 + 1118 + 1 + 1)e^{126i\omega} + (1024 + 1056)e^{127i\omega} + (1024 + 992)e^{128i\omega} \\
& + (1023 + 930)e^{129i\omega} + (1021 + 870)e^{130i\omega} + (1018 + 812)e^{131i\omega} \\
& + (1014 + 756)e^{132i\omega} + (1009 + 702)e^{133i\omega} + (1003 + 650)e^{134i\omega} \\
& + (996 + 600)e^{135i\omega} + (988 + 552)e^{136i\omega} + (979 + 506)e^{137i\omega} \\
& + (969 + 462)e^{138i\omega} + (958 + 420)e^{139i\omega} + (946 + 380)e^{140i\omega} \\
& + (933 + 342)e^{141i\omega} + (919 + 306)e^{142i\omega} + (904 + 272)e^{143i\omega} \\
& + (888 + 240)e^{144i\omega} + (871 + 210)e^{145i\omega} + (853 + 182)e^{146i\omega} \\
& + (834 + 156)e^{147i\omega} + (814 + 132)e^{148i\omega} + (793 + 110)e^{149i\omega} \\
& + (771 + 90)e^{150i\omega} + (748 + 72)e^{151i\omega} + (724 + 56)e^{152i\omega} \\
& + (699 + 42)e^{153i\omega} + (673 + 30)e^{154i\omega} + (646 + 20)e^{155i\omega} \\
& + (618 + 12)e^{156i\omega} + (589 + 6)e^{157i\omega} + (559 + 2)e^{158i\omega} + 528e^{159i\omega} \\
& + 496e^{160i\omega} + 465e^{161i\omega} + 435e^{162i\omega} + 406e^{163i\omega} + 378e^{164i\omega} + 351e^{165i\omega} \\
& + 325e^{166i\omega} + 300e^{167i\omega} + 276e^{168i\omega} + 253e^{169i\omega} + 231e^{170i\omega} + 210e^{171i\omega} \\
& + 190e^{172i\omega} + 171e^{173i\omega} + 153e^{174i\omega} + 136e^{175i\omega} + 120e^{176i\omega} + 105e^{177i\omega} \\
& + 91e^{178i\omega} + 78e^{179i\omega} + 66e^{180i\omega} + 55e^{181i\omega} + 45e^{182i\omega} + 36e^{183i\omega} + 28e^{184i\omega} \\
& + 21e^{185i\omega} + 15e^{186i\omega} + 10e^{187i\omega} + 6e^{188i\omega} + 3e^{189i\omega} + e^{190i\omega})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Q_8(\omega) = & \frac{1}{32768} \left(-e^{-64i\omega} - 2e^0 - e^{64i\omega} + e^{64i\omega} + 2e^{128i\omega} + e^{192i\omega} \right) \\
& \left(e^{-63i\omega} + 3e^{-62i\omega} + 6e^{-61i\omega} + 10e^{-60i\omega} + 15e^{-59i\omega} + 21e^{-58i\omega} + 28e^{-57i\omega} \right. \\
& + 36e^{-56i\omega} + 45e^{-55i\omega} + 55e^{-54i\omega} + 66e^{-53i\omega} + 78e^{-52i\omega} + 91e^{-51i\omega} \\
& + 105e^{-50i\omega} + 120e^{-49i\omega} + 136e^{-48i\omega} + 153e^{-47i\omega} + 171e^{-46i\omega} + 190e^{-45i\omega} \\
& + 210e^{-44i\omega} + 231e^{-43i\omega} + 253e^{-42i\omega} + 276e^{-41i\omega} + 300e^{-40i\omega} + 325e^{-39i\omega} \\
& + 351e^{-38i\omega} + 378e^{-37i\omega} + 406e^{-36i\omega} + 435e^{-35i\omega} + 465e^{-34i\omega} + 496e^{-33i\omega} \\
& + 528e^{-32i\omega} + (561)e^{-31i\omega} + (595)e^{-30i\omega} + (630)e^{-29i\omega} + (666)e^{-28i\omega} \\
& + (703)e^{-27i\omega} + (741)e^{-26i\omega} + (780)e^{-25i\omega} + (820)e^{-24i\omega} + (861)e^{-23i\omega} \\
& + (903)e^{-22i\omega} + (946)e^{-21i\omega} + (990)e^{-20i\omega} + (1035)e^{-19i\omega} + (1081)e^{-18i\omega} \\
& + (1128)e^{-17i\omega} + (1176)e^{-16i\omega} + (1225)e^{-15i\omega} + (1275)e^{-14i\omega} + (1326)e^{-13i\omega} \\
& + (1378)e^{-12i\omega} + (1431)e^{-11i\omega} + (1485)e^{-10i\omega} + (1540)e^{-9i\omega} + (1596)e^{-8i\omega} \\
& + (1653)e^{-7i\omega} + (1711)e^{-6i\omega} + (1770)e^{-5i\omega} + (1830)e^{-4i\omega} + (1891)e^{-3i\omega} \\
& + (1953)e^{-2i\omega} + (2016)e^{-i\omega} + (2080)e^0 + (2143)e^{i\omega} + (2205)e^{2i\omega} \\
& + (2266)e^{3i\omega} + (2326)e^{4i\omega} + (2385)e^{5i\omega} + (2443)e^{6i\omega} + (2500)e^{7i\omega} \\
& + (2556)e^{8i\omega} + (2611)e^{9i\omega} + (2665)e^{10i\omega} + (2718)e^{11i\omega} + (2770)e^{12i\omega} \\
& + (2821)e^{13i\omega} + (2871)e^{14i\omega} + (2920)e^{15i\omega} + (2968)e^{16i\omega} + (3015)e^{17i\omega} \\
& + (3061)e^{18i\omega} + (3106)e^{19i\omega} + (3150)e^{20i\omega} + (3193)e^{21i\omega} + (3235)e^{22i\omega} \\
& + (3276)e^{23i\omega} + (3316)e^{24i\omega} + (3355)e^{25i\omega} + (3393)e^{26i\omega} + (3430)e^{27i\omega} \\
& + (3466)e^{28i\omega} + (3501)e^{29i\omega} + (3535)e^{30i\omega} + (3568)e^{31i\omega} + (3600)e^{32i\omega} \\
& + (3631)e^{33i\omega} + (3661)e^{34i\omega} + (3690)e^{35i\omega} + (3718)e^{36i\omega} + (3745)e^{37i\omega} \\
& + (3771)e^{38i\omega} + (3796)e^{39i\omega} + (3820)e^{40i\omega} + (3843)e^{41i\omega} + (3865)e^{42i\omega} \\
& + (3886)e^{43i\omega} + (3906)e^{44i\omega} + (3925)e^{45i\omega} + (3943)e^{46i\omega} + (3960)e^{47i\omega} \\
& + (3976)e^{48i\omega} + (3991)e^{49i\omega} + (4005)e^{50i\omega} + (4018)e^{51i\omega} + (4030)e^{52i\omega} \\
& + (4041)e^{53i\omega} + (4051)e^{54i\omega} + (4060)e^{55i\omega} + (4068)e^{56i\omega} + (4075)e^{57i\omega} \\
& + (4081)e^{58i\omega} + (4086)e^{59i\omega} + (4090)e^{60i\omega} + (4093)e^{61i\omega} + (4095)e^{62i\omega} \\
& + (4096)e^{63i\omega} + (4096)e^{64i\omega} + (4095)e^{65i\omega} + (4093)e^{66i\omega} + (4090)e^{67i\omega} \\
& + (4086)e^{68i\omega} + (4081)e^{69i\omega} + (4075)e^{70i\omega} + (4068)e^{71i\omega} + (4060)e^{72i\omega} \\
& + (4051)e^{73i\omega} + (4041)e^{74i\omega} + (4030)e^{75i\omega} + (4018)e^{76i\omega} + (4005)e^{77i\omega} \\
& + (3991)e^{78i\omega} + (3976)e^{79i\omega} + (3960)e^{80i\omega} + (3943)e^{81i\omega} + (3925)e^{82i\omega} \\
& + (3906)e^{83i\omega} + (3886)e^{84i\omega} + (3865)e^{85i\omega} + (3843)e^{86i\omega} + (3820)e^{87i\omega} \\
& + (3796)e^{88i\omega} + (3771)e^{89i\omega} + (3745)e^{90i\omega} + (3718)e^{91i\omega} + (3690)e^{92i\omega} \\
& + (3661)e^{93i\omega} + (3631)e^{94i\omega} + (3600)e^{95i\omega} + (3568)e^{96i\omega} + (3535)e^{97i\omega} \\
& + (3501)e^{98i\omega} + (3466)e^{99i\omega} + (3430)e^{100i\omega} + (3393)e^{101i\omega} + (3355)e^{102i\omega}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (3316)e^{103\omega} + (3276)e^{104\omega} + (3235)e^{105\omega} + (3193)e^{106\omega} + (3150)e^{107\omega} \\
& + (3106)e^{108\omega} + (3061)e^{109\omega} + (3015)e^{110\omega} + (2968)e^{111\omega} + (2920)e^{112\omega} \\
& + (2871)e^{113\omega} + (2821)e^{114\omega} + (2770)e^{115\omega} + (2718)e^{116\omega} + (2665)e^{117\omega} \\
& + (2611)e^{118\omega} + (2556)e^{119\omega} + (2500)e^{120\omega} + (2443)e^{121\omega} + (2385)e^{122\omega} \\
& + (2326)e^{123\omega} + (2266)e^{124\omega} + (2205)e^{125\omega} + (2143)e^{126\omega} + (2080)e^{127\omega} \\
& + (2016)e^{128\omega} + (1953)e^{129\omega} + (1891)e^{130\omega} + (1830)e^{131\omega} + (1770)e^{132\omega} \\
& + (1711)e^{133\omega} + (1653)e^{134\omega} + (1596)e^{135\omega} + (1540)e^{136\omega} + (1485)e^{137\omega} \\
& + (1431)e^{138\omega} + (1378)e^{139\omega} + (1326)e^{140\omega} + (1275)e^{141\omega} + (1225)e^{142\omega} \\
& + (1176)e^{143\omega} + (1128)e^{144\omega} + (1081)e^{145\omega} + (1035)e^{146\omega} + (990)e^{147\omega} \\
& + (946)e^{148\omega} + (903)e^{149\omega} + (861)e^{150\omega} + (820)e^{151\omega} + (780)e^{152\omega} + (741)e^{153\omega} \\
& + (703)e^{154\omega} + (666)e^{155\omega} + (630)e^{156\omega} + (595)e^{157\omega} + (561)e^{158\omega} + 528e^{159\omega} \\
& + 496e^{160\omega} + 465e^{161\omega} + 435e^{162\omega} + 406e^{163\omega} + 378e^{164\omega} + 351e^{165\omega} + 325e^{166\omega} \\
& + 300e^{167\omega} + 276e^{168\omega} + 253e^{169\omega} + 231e^{170\omega} + 210e^{171\omega} + 190e^{172\omega} + 171e^{173\omega} \\
& + 153e^{174\omega} + 136e^{175\omega} + 120e^{176\omega} + 105e^{177\omega} + 91e^{178\omega} + 78e^{179\omega} + 66e^{180\omega} \\
& + 55e^{181\omega} + 45e^{182\omega} + 36e^{183\omega} + 28e^{184\omega} + 21e^{185\omega} + 15e^{186\omega} + 10e^{187\omega} + 6e^{188\omega} \\
& + 3e^{189\omega} + e^{190\omega})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Q_8(\omega) = & \frac{1}{32768} (-e^{-127i\omega} - 3e^{-126i\omega} - 6e^{-125i\omega} - 10e^{-124i\omega} - 15e^{-123i\omega} - 21e^{-122i\omega} \\
& - 28e^{-121i\omega} - 36e^{-120i\omega} - 45e^{-119i\omega} - 55e^{-118i\omega} - 66e^{-117i\omega} - 78e^{-116i\omega} \\
& - 91e^{-115i\omega} - 105e^{-114i\omega} - 120e^{-113i\omega} - 136e^{-112i\omega} - 153e^{-111i\omega} - 171e^{-110i\omega} \\
& - 190e^{-109i\omega} - 210e^{-108i\omega} - 231e^{-107i\omega} - 253e^{-106i\omega} - 276e^{-105i\omega} - 300e^{-104i\omega} \\
& - 325e^{-103i\omega} - 351e^{-102i\omega} - 378e^{-101i\omega} - 406e^{-100i\omega} - 435e^{-99i\omega} - 465e^{-98i\omega} \\
& - 496e^{-97i\omega} - 528e^{-96i\omega} - (561)e^{-95i\omega} - (595)e^{-94i\omega} - (630)e^{-93i\omega} \\
& - (666)e^{-92i\omega} - (703)e^{-91i\omega} - (741)e^{-90i\omega} - (780)e^{-89i\omega} - (820)e^{-88i\omega} \\
& - (861)e^{-87i\omega} - (903)e^{-86i\omega} - (946)e^{-85i\omega} - (990)e^{-84i\omega} - (1035)e^{-83i\omega} \\
& - (1081)e^{-82i\omega} - (1128)e^{-81i\omega} - (1176)e^{-80i\omega} - (1225)e^{-79i\omega} - (1275)e^{-78i\omega} \\
& - (1326)e^{-77i\omega} - (1378)e^{-76i\omega} - (1431)e^{-75i\omega} - (1485)e^{-74i\omega} - (1540)e^{-73i\omega} \\
& - (1596)e^{-72i\omega} - (1653)e^{-71i\omega} - (1711)e^{-70i\omega} - (1770)e^{-69i\omega} - (1830)e^{-68i\omega} \\
& - (1891)e^{-67i\omega} - (1953)e^{-66i\omega} - (2016)e^{-65i\omega} - (2080)e^{-64i\omega} \\
& - (2143 + 2)e^{-63i\omega} - (2205 + 6)e^{-62i\omega} - (2266 + 12)e^{-61i\omega} \\
& - (2326 + 20)e^{-60i\omega} - (2385 + 30)e^{-59i\omega} - (2443 + 42)e^{-58i\omega} \\
& - (2500 + 56)e^{-57i\omega} - (2556 + 72)e^{-56i\omega} - (2611 + 90)e^{-55i\omega} \\
& - (2665 + 110)e^{-54i\omega} - (2718 + 132)e^{-53i\omega} - (2770 + 156)e^{-52i\omega} \\
& - (2821 + 182)e^{-51i\omega} - (2871 + 210)e^{-50i\omega} - (2920 + 240)e^{-49i\omega} \\
& - (2968 + 272)e^{-48i\omega} - (3015 + 306)e^{-47i\omega} - (3061 + 342)e^{-46i\omega} \\
& - (3106 + 380)e^{-45i\omega} - (3150 + 420)e^{-44i\omega} - (3193 + 462)e^{-43i\omega} \\
& - (3235 + 506)e^{-42i\omega} - (3276 + 552)e^{-41i\omega} - (3316 + 600)e^{-40i\omega} \\
& - (3355 + 650)e^{-39i\omega} - (3393 + 702)e^{-38i\omega} - (3430 + 756)e^{-37i\omega} \\
& - (3466 + 812)e^{-36i\omega} - (3501 + 870)e^{-35i\omega} - (3535 + 930)e^{-34i\omega} \\
& - (3568 + 992)e^{-33i\omega} - (3600 + 1056)e^{-32i\omega} - (3631 + 1122)e^{-31i\omega} \\
& - (3661 + 1190)e^{-30i\omega} - (3690 + 1260)e^{-29i\omega} - (3718 + 1332)e^{-28i\omega} \\
& - (3745 + 1406)e^{-27i\omega} - (3771 + 1482)e^{-26i\omega} - (3796 + 1560)e^{-25i\omega} \\
& - (3820 + 1640)e^{-24i\omega} - (3843 + 1722)e^{-23i\omega} - (3865 + 1806)e^{-22i\omega} \\
& - (3886 + 1892)e^{-21i\omega} - (3906 + 1980)e^{-20i\omega} - (3925 + 2070)e^{-19i\omega} \\
& - (3943 + 2162)e^{-18i\omega} - (3960 + 2256)e^{-17i\omega} - (3976 + 2352)e^{-16i\omega} \\
& - (3991 + 2450)e^{-15i\omega} - (4005 + 2550)e^{-14i\omega} - (4018 + 2652)e^{-13i\omega} \\
& - (4030 + 2756)e^{-12i\omega} - (4041 + 2862)e^{-11i\omega} - (4051 + 2970)e^{-10i\omega} \\
& - (4060 + 3080)e^{-9i\omega} - (4068 + 3192)e^{-8i\omega} - (4075 + 3306)e^{-7i\omega} \\
& - (4081 + 3422)e^{-6i\omega} - (4086 + 3540)e^{-5i\omega} - (4090 + 3660)e^{-4i\omega} \\
& - (4093 + 3782)e^{-3i\omega} - (4095 + 3906)e^{-2i\omega} - (4096 + 4032)e^{-1i\omega}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - (4096 + 4160)e^0 - (4095 + 4286 + 1 - 1)e^{1i\omega} - (4093 + 4410 + 3 - 3)e^{2i\omega} \\
& - (4090 + 4532 + 6 - 6)e^{3i\omega} - (4086 + 4652 + 10 - 10)e^{4i\omega} \\
& - (4081 + 4770 + 15 - 15)e^{5i\omega} - (4075 + 4886 + 21 - 21)e^{6i\omega} \\
& - (4068 + 5000 + 28 - 28)e^{7i\omega} - (4060 + 5112 + 36 - 36)e^{8i\omega} \\
& - (4051 + 5222 + 45 - 45)e^{9i\omega} - (4041 + 5330 + 55 - 55)e^{10i\omega} \\
& - (4030 + 5436 + 66 - 66)e^{11i\omega} - (4018 + 5540 + 78 - 78)e^{12i\omega} \\
& - (4005 + 5642 + 91 - 91)e^{13i\omega} - (3991 + 5742 + 105 - 105)e^{14i\omega} \\
& - (3976 + 5840 + 120 - 120)e^{15i\omega} - (3960 + 5936 + 136 - 136)e^{16i\omega} \\
& - (3943 + 6030 + 153 - 153)e^{17i\omega} - (3925 + 6122 + 171 - 171)e^{18i\omega} \\
& - (3906 + 6212 + 190 - 190)e^{19i\omega} - (3886 + 6300 + 210 - 210)e^{20i\omega} \\
& - (3865 + 6386 + 231 - 231)e^{21i\omega} - (3843 + 6470 + 253 - 253)e^{22i\omega} \\
& - (3820 + 6552 + 276 - 276)e^{23i\omega} - (3796 + 6632 + 300 - 300)e^{24i\omega} \\
& - (3771 + 6710 + 325 - 325)e^{25i\omega} - (3745 + 6786 + 351 - 351)e^{26i\omega} \\
& - (3718 + 6860 + 378 - 378)e^{27i\omega} - (3690 + 6932 + 406 - 406)e^{28i\omega} \\
& - (3661 + 7002 + 435 - 435)e^{29i\omega} - (3631 + 7070 + 465 - 465)e^{30i\omega} \\
& - (3600 + 7136 + 496 - 496)e^{31i\omega} - (3568 + 7200 + 528 - 528)e^{32i\omega} \\
& - (3535 + 7262 + 561 - 561)e^{33i\omega} - (3501 + 7322 + 595 - 595)e^{34i\omega} \\
& - (3466 + 7380 + 630 - 630)e^{35i\omega} - (3430 + 7436 + 666 - 666)e^{36i\omega} \\
& - (3393 + 7490 + 703 - 703)e^{37i\omega} - (3355 + 7542 + 741 - 741)e^{38i\omega} \\
& - (3316 + 7592 + 780 - 780)e^{39i\omega} - (3276 + 7640 + 820 - 820)e^{40i\omega} \\
& - (3235 + 7686 + 861 - 861)e^{41i\omega} - (3193 + 7730 + 903 - 903)e^{42i\omega} \\
& - (3150 + 7772 + 946 - 946)e^{43i\omega} - (3106 + 7812 + 990 - 990)e^{44i\omega} \\
& - (3061 + 7850 + 1035 - 1035)e^{45i\omega} - (3015 + 7886 + 1081 - 1081)e^{46i\omega} \\
& - (2968 + 7920 + 1128 - 1128)e^{47i\omega} - (2920 + 7952 + 1176 - 1176)e^{48i\omega} \\
& - (2871 + 7982 + 1225 - 1225)e^{49i\omega} - (2821 + 8010 + 1275 - 1275)e^{50i\omega} \\
& - (2770 + 8036 + 1326 - 1326)e^{51i\omega} - (2718 + 8060 + 1378 - 1378)e^{52i\omega} \\
& - (2665 + 8082 + 1431 - 1431)e^{53i\omega} - (2611 + 8102 + 1485 - 1485)e^{54i\omega} \\
& - (2556 + 8120 + 1540 - 1540)e^{55i\omega} - (2500 + 8136 + 1596 - 1596)e^{56i\omega} \\
& - (2443 + 8150 + 1653 - 1653)e^{57i\omega} - (2385 + 8162 + 1711 - 1711)e^{58i\omega} \\
& - (2326 + 8172 + 1770 - 1770)e^{59i\omega} - (2266 + 8180 + 1830 - 1830)e^{60i\omega} \\
& - (2205 + 8186 + 1891 - 1891)e^{61i\omega} - (2143 + 8190 + 1953 - 1953)e^{62i\omega} \\
& - (2080 + 8192 + 2016 - 2016)e^{63i\omega} - (2016 + 8192 + 2080 - 2080)e^{64i\omega} \\
& - (1953 + 8190 + 2143 - 2143 - 2)e^{65i\omega} - (1891 + 8186 + 2205 - 2205 - 6)e^{66i\omega} \\
& - (1830 + 8180 + 2266 - 2266 - 12)e^{67i\omega} - (1770 + 8172 + 2326 - 2326 - 20)e^{68i\omega}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - (1711 + 8162 + 2385 - 2385 - 30)e^{69i\omega} - (1653 + 8150 + 2443 - 2443 - 42)e^{70i\omega} \\
& - (1596 + 8136 + 2500 - 2500 - 56)e^{71i\omega} - (1540 + 8120 + 2556 - 2556 - 72)e^{72i\omega} \\
& - (1485 + 8102 + 2611 - 2611 - 90)e^{73i\omega} - (1431 + 8082 + 2665 - 2665 - 110)e^{74i\omega} \\
& - (1378 + 8060 + 2718 - 2718 - 132)e^{75i\omega} - (1326 + 8036 + 2770 - 2770 - 156)e^{76i\omega} \\
& - (1275 + 8010 + 2821 - 2821 - 182)e^{77i\omega} - (1225 + 7982 + 2871 - 2871 - 210)e^{78i\omega} \\
& - (1176 + 7952 + 2920 - 2920 - 240)e^{79i\omega} - (1128 + 7920 + 2968 - 2968 - 272)e^{80i\omega} \\
& - (1081 + 7886 + 3015 - 3015 - 306)e^{81i\omega} - (1035 + 7850 + 3061 - 3061 - 342)e^{82i\omega} \\
& - (990 + 7812 + 3106 - 3106 - 380)e^{83i\omega} - (946 + 7772 + 3150 - 3150 - 420)e^{84i\omega} \\
& - (903 + 7730 + 3193 - 3193 - 462)e^{85i\omega} - (861 + 7686 + 3235 - 3235 - 506)e^{86i\omega} \\
& - (820 + 7640 + 3276 - 3276 - 552)e^{87i\omega} - (780 + 7592 + 3316 - 3316 - 600)e^{88i\omega} \\
& - (741 + 7542 + 3355 - 3355 - 650)e^{89i\omega} - (703 + 7490 + 3393 - 3393 - 702)e^{90i\omega} \\
& - (666 + 7436 + 3430 - 3430 - 756)e^{91i\omega} - (630 + 7380 + 3466 - 3466 - 812)e^{92i\omega} \\
& - (595 + 7322 + 3501 - 3501 - 870)e^{93i\omega} - (561 + 7262 + 3535 - 3535 - 930)e^{94i\omega} \\
& - (528 + 7200 + 3568 - 3568 - 992)e^{95i\omega} - (496 + 7136 + 3600 - 3600 - 1056)e^{96i\omega} \\
& - (465 + 7070 + 3631 + 3631 + 1122)e^{97i\omega} - (435 + 7002 + 3661 - 3661 - 1190)e^{98i\omega} \\
& - (406 + 6932 + 3690 - 3690 - 1260)e^{99i\omega} - (378 + 6860 + 3718 - 3718 - 1332)e^{100i\omega} \\
& - (351 + 6786 + 3745 - 3745 - 1406)e^{101i\omega} - (325 + 6710 + 3771 - 3771 - 1482)e^{102i\omega} \\
& - (300 + 6632 + 3796 - 3796 - 1560)e^{103i\omega} - (276 + 6552 + 3820 - 3820 - 1640)e^{104i\omega} \\
& - (253 + 6470 + 3843 - 3843 - 1722)e^{105i\omega} - (231 + 6386 + 3865 - 3865 - 1806)e^{106i\omega} \\
& - (210 + 6300 + 3886 - 3886 - 1892)e^{107i\omega} - (190 + 6212 + 3906 - 3906 - 1980)e^{108i\omega} \\
& - (171 + 6122 + 3925 - 3925 - 2070)e^{109i\omega} - (153 + 6030 + 3943 - 3943 - 2162)e^{110i\omega} \\
& - (136 + 5936 + 3960 - 3960 - 2256)e^{111i\omega} - (120 + 5840 + 3976 - 3976 - 2352)e^{112i\omega} \\
& - (105 + 5742 + 3991 - 3991 - 2450)e^{113i\omega} - (91 + 5642 + 4005 - 4005 - 2550)e^{114i\omega} \\
& - (78 + 5540 + 4018 - 4018 - 2652)e^{115i\omega} - (66 + 5436 + 4030 - 4030 - 2756)e^{116i\omega} \\
& - (55 + 5330 + 4041 - 4041 - 2862)e^{117i\omega} - (45 + 5222 + 4051 - 4051 - 2970)e^{118i\omega} \\
& - (36 + 5112 + 4060 - 4060 - 3080)e^{119i\omega} - (28 + 5000 + 4068 - 4068 - 3192)e^{120i\omega} \\
& - (21 + 4886 + 4075 - 4075 - 3306)e^{121i\omega} - (15 + 4770 + 4081 - 4081 - 3422)e^{122i\omega} \\
& - (10 + 4652 + 4086 - 4086 - 3540)e^{123i\omega} - (6 + 4532 + 4090 - 4090 - 3660)e^{124i\omega} \\
& - (3 + 4410 + 4093 - 4093 - 3782)e^{125i\omega} - (1 + 4286 + 4095 - 4095 - 3906)e^{126i\omega} \\
& - (4160 + 4096 - 4096 - 4032)e^{127i\omega} + (4160 + 4096 - 4096 - 4032)e^{128i\omega} \\
& + (1 + 4286 + 4095 - 4095 - 3906)e^{129i\omega} + (3 + 4410 + 4093 - 4093 - 3782)e^{130i\omega} \\
& + (6 + 4532 + 4090 - 4090 - 3660)e^{131i\omega} + (10 + 4652 + 4086 - 4086 - 3540)e^{132i\omega} \\
& + (15 + 4770 + 4081 - 4081 - 3422)e^{133i\omega} + (21 + 4886 + 4075 - 4075 - 3306)e^{134i\omega} \\
& + (28 + 5000 + 4068 - 4068 - 3192)e^{135i\omega} + (36 + 5112 + 4060 - 4060 - 3080)e^{136i\omega}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (45 + 5222 + 4051 - 4051 - 2970)e^{137i\omega} + (55 + 5330 + 4041 - 4041 - 2862)e^{138\omega} \\
& + (66 + 5436 + 4030 - 4030 - 2756)e^{139i\omega} + (78 + 5540 + 4018 - 4018 - 2652)e^{140i\omega} \\
& + (91 + 5642 + 4005 - 4005 - 2550)e^{141i\omega} + (105 + 5742 + 3991 - 3991 - 2450)e^{142i\omega} \\
& + (120 + 5840 + 3976 - 3976 - 2352)e^{143i\omega} + (136 + 5936 + 3960 - 3960 - 2256)e^{144i\omega} \\
& + (153 + 6030 + 3943 - 3943 - 2162)e^{145i\omega} + (171 + 6122 + 3925 - 3925 - 2070)e^{146i\omega} \\
& + (190 + 6212 + 3906 - 3906 - 1980)e^{147i\omega} + (210 + 6300 + 3886 - 3886 - 1892)e^{148i\omega} \\
& + (231 + 6386 + 3865 - 3865 - 1806)e^{149i\omega} + (253 + 6470 + 3843 - 3843 - 1722)e^{150i\omega} \\
& + (276 + 6552 + 3820 - 3820 - 1640)e^{151i\omega} + (300 + 6632 + 3796 - 3796 - 1560)e^{152i\omega} \\
& + (325 + 6710 + 3771 - 3771 - 1482)e^{153i\omega} + (351 + 6786 + 3745 - 3745 - 1406)e^{154i\omega} \\
& + (378 + 6860 + 3718 - 3718 - 1332)e^{155i\omega} + (406 + 6932 + 3690 - 3690 - 1260)e^{156i\omega} \\
& + (435 + 7002 + 3661 - 3661 - 1190)e^{157i\omega} + (465 + 7070 + 3631 + 3631 + 1122)e^{158\omega} \\
& + (496 + 7136 + 3600 - 3600 - 1056)e^{159i\omega} + (528 + 7200 + 3568 - 3568 - 992)e^{160i\omega} \\
& + (561 + 7262 + 3535 - 3535 - 930)e^{161i\omega} + (595 + 7322 + 3501 - 3501 - 870)e^{162i\omega} \\
& + (630 + 7380 + 3466 - 3466 - 812)e^{163i\omega} + (666 + 7436 + 3430 - 3430 - 756)e^{164i\omega} \\
& + (703 + 7490 + 3393 - 3393 - 702)e^{165i\omega} + (741 + 7542 + 3355 - 3355 - 650)e^{166i\omega} \\
& + (780 + 7592 + 3316 - 3316 - 600)e^{167i\omega} + (820 + 7640 + 3276 - 3276 - 552)e^{168i\omega} \\
& + (861 + 7686 + 3235 - 3235 - 506)e^{169i\omega} + (903 + 7730 + 3193 - 3193 - 462)e^{170i\omega} \\
& + (946 + 7772 + 3150 - 3150 - 420)e^{171i\omega} + (990 + 7812 + 3106 - 3106 - 380)e^{172i\omega} \\
& + (1035 + 7850 + 3061 - 3061 - 342)e^{173i\omega} + (1081 + 7886 + 3015 - 3015 - 306)e^{174i\omega} \\
& + (1128 + 7920 + 2968 - 2968 - 272)e^{175i\omega} + (1176 + 7952 + 2920 - 2920 - 240)e^{176i\omega} \\
& + (1225 + 7982 + 2871 - 2871 - 210)e^{177i\omega} + (1275 + 8010 + 2821 - 2821 - 182)e^{178i\omega} \\
& + (1326 + 8036 + 2770 - 2770 - 156)e^{179i\omega} + (1378 + 8060 + 2718 - 2718 - 132)e^{180i\omega} \\
& + (1431 + 8082 + 2665 - 2665 - 110)e^{181i\omega} + (1485 + 8102 + 2611 - 2611 - 90)e^{182i\omega} \\
& + (1540 + 8120 + 2556 - 2556 - 72)e^{183i\omega} + (1596 + 8136 + 2500 - 2500 - 56)e^{184i\omega} \\
& + (1653 + 8150 + 2443 - 2443 - 42)e^{185i\omega} + (1711 + 8162 + 2385 - 2385 - 30)e^{186i\omega} \\
& + (1770 + 8172 + 2326 - 2326 - 20)e^{187i\omega} + (1830 + 8180 + 2266 - 2266 - 12)e^{188i\omega} \\
& + (1891 + 8186 + 2205 - 2205 - 6)e^{189i\omega} + (1953 + 8190 + 2143 - 2143 - 2)e^{190i\omega} \\
& + (2016 + 8192 + 2080 - 2080)e^{191i\omega} + (2080 + 8192 + 2016 - 2016)e^{192i\omega} \\
& + (2143 + 8190 + 1953 - 1953)e^{193i\omega} + (2205 + 8186 + 1891 - 1891)e^{194i\omega} \\
& + (2266 + 8180 + 1830 - 1830)e^{195i\omega} + (2326 + 8172 + 1770 - 1770)e^{196i\omega} \\
& + (2385 + 8162 + 1711 - 1711)e^{197i\omega} + (2443 + 8150 + 1653 - 1653)e^{198i\omega} \\
& + (2500 + 8136 + 1596 - 1596)e^{199i\omega} + (2556 + 8120 + 1540 - 1540)e^{200i\omega}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (2611 + 8102 + 1485 - 1485)e^{20li\omega} + (2665 + 8082 + 1431 - 1431)e^{202i\omega} \\
& + (2718 + 8060 + 1378 - 1378)e^{203i\omega} + (2770 + 8036 + 1326 - 1326)e^{204i\omega} \\
& + (2821 + 8010 + 1275 - 1275)e^{205i\omega} + (2871 + 7982 + 1225 - 1225)e^{206i\omega} \\
& + (2920 + 7952 + 1176 - 1176)e^{207i\omega} + (2968 + 7920 + 1128 - 1128)e^{208i\omega} \\
& + (3015 + 7886 + 1081 - 1081)e^{209i\omega} + (3061 + 7850 + 1035 - 1035)e^{210i\omega} \\
& + (3106 + 7812 + 990 - 990)e^{211i\omega} + (3150 + 7772 + 946 - 946)e^{212i\omega} \\
& + (3193 + 7730 + 903 - 903)e^{213i\omega} + (3235 + 7686 + 861 - 861)e^{214i\omega} \\
& + (3276 + 7640 + 820 - 820)e^{215i\omega} + (3316 + 7592 + 780 - 780)e^{216i\omega} \\
& + (3355 + 7542 + 741 - 741)e^{217i\omega} + (3393 + 7490 + 703 - 703)e^{218i\omega} \\
& + (3430 + 7436 + 666 - 666)e^{219i\omega} + (3466 + 7380 + 630 - 630)e^{220i\omega} \\
& + (3501 + 7322 + 595 - 595)e^{221i\omega} + (3535 + 7262 + 561 - 561)e^{222i\omega} \\
& + (3568 + 7200 + 528 - 528)e^{223i\omega} + (3600 + 7136 + 496 - 496)e^{224i\omega} \\
& + (3631 + 7070 + 465 - 465)e^{225i\omega} + (3661 + 7002 + 435 - 435)e^{226i\omega} \\
& + (3690 + 6932 + 406 - 406)e^{227i\omega} + (3718 + 6860 + 378 - 378)e^{228i\omega} \\
& + (3745 + 6786 + 351 - 351)e^{229i\omega} + (3771 + 6710 + 325 - 325)e^{230i\omega} \\
& + (3796 + 6632 + 300 - 300)e^{231i\omega} + (3820 + 6552 + 276 - 276)e^{232i\omega} \\
& + (3843 + 6470 + 253 - 253)e^{233i\omega} + (3865 + 6386 + 231 - 231)e^{234i\omega} \\
& + (3886 + 6300 + 210 - 210)e^{235i\omega} + (3906 + 6212 + 190 - 190)e^{236i\omega} \\
& + (3925 + 6122 + 171 - 171)e^{237i\omega} + (3943 + 6030 + 153 - 153)e^{238i\omega} \\
& + (3960 + 5936 + 136 - 136)e^{239i\omega} + (3976 + 5840 + 120 - 120)e^{240i\omega} \\
& + (3991 + 5742 + 105 - 105)e^{241i\omega} + (4005 + 5642 + 91 - 91)e^{242i\omega} \\
& + (4018 + 5540 + 78 - 78)e^{243i\omega} + (4030 + 5436 + 66 - 66)e^{244i\omega} \\
& + (4041 + 5330 + 55 - 55)e^{245i\omega} + (4051 + 5222 + 45 - 45)e^{246i\omega} \\
& + (4060 + 5112 + 36 - 36)e^{247i\omega} + (4068 + 5000 + 28 - 28)e^{248i\omega} \\
& + (4075 + 4886 + 21 - 21)e^{249i\omega} + (4081 + 4770 + 15 - 15)e^{250i\omega} \\
& + (4086 + 4652 + 10 - 10)e^{251i\omega} + (4090 + 4532 + 6 - 6)e^{252i\omega} \\
& + (4093 + 4410 + 3 - 3)e^{253i\omega} + (4095 + 4286 + 1 - 1)e^{254i\omega} \\
& + (4096 + 4160)e^{255i\omega} + (4096 + 4032)e^{256i\omega} + (4095 + 3906)e^{257i\omega} \\
& + (4093 + 3782)e^{258i\omega} + (4090 + 3660)e^{259i\omega} + (4086 + 3540)e^{260i\omega} \\
& + (4081 + 3422)e^{261i\omega} + (4075 + 3306)e^{262i\omega} + (4068 + 3192)e^{263i\omega} \\
& + (4060 + 3080)e^{264i\omega} + (4051 + 2970)e^{265i\omega} + (4041 + 2862)e^{266i\omega} \\
& + (4030 + 2756)e^{267i\omega} + (4018 + 2652)e^{268i\omega} + (4005 + 2550)e^{269i\omega} \\
& + (3991 + 2450)e^{270i\omega} + (3976 + 2352)e^{271i\omega} + (3960 + 2256)e^{272i\omega}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (3943 + 2162)e^{273i\omega} + (3925 + 2070)e^{274i\omega} + (3906 + 1980)e^{275i\omega} \\
& + (3886 + 1892)e^{276i\omega} + (3865 + 1806)e^{277i\omega} + (3843 + 1722)e^{278i\omega} \\
& + (3820 + 1640)e^{279i\omega} + (3796 + 1560)e^{280i\omega} + (3771 + 1482)e^{281i\omega} \\
& + (3745 + 1406)e^{282i\omega} + (3718 + 1332)e^{283i\omega} + (3690 + 1260)e^{284i\omega} \\
& + (3661 + 1190)e^{285i\omega} + (3631 + 1122)e^{286i\omega} + (3600 + 1056)e^{287i\omega} \\
& + (3568 + 992)e^{288i\omega} + (3535 + 930)e^{289i\omega} + (3501 + 870)e^{290i\omega} \\
& + (3466 + 812)e^{291i\omega} + (3430 + 756)e^{292i\omega} + (3393 + 702)e^{293i\omega} \\
& + (3355 + 650)e^{294i\omega} + (3316 + 600)e^{295i\omega} + (3276 + 552)e^{296i\omega} \\
& + (3235 + 506)e^{297i\omega} + (3193 + 462)e^{298i\omega} + (3150 + 420)e^{299i\omega} \\
& + (3106 + 380)e^{300i\omega} + (3061 + 342)e^{301i\omega} + (3015 + 306)e^{302i\omega} \\
& + (2968 + 272)e^{303i\omega} + (2920 + 240)e^{304i\omega} + (2871 + 210)e^{305i\omega} \\
& + (2821 + 182)e^{306i\omega} + (2770 + 156)e^{307i\omega} + (2718 + 132)e^{308i\omega} \\
& + (2665 + 110)e^{309i\omega} + (2611 + 90)e^{310i\omega} + (2556 + 72)e^{311i\omega} \\
& + (2500 + 56)e^{312i\omega} + (2443 + 42)e^{313i\omega} + (2385 + 30)e^{314i\omega} \\
& + (2326 + 20)e^{315i\omega} + (2266 + 12)e^{316i\omega} + (2205 + 6)e^{317i\omega} \\
& + (2143 + 2)e^{318i\omega} + (2080)e^{319i\omega} + (2016)e^{320i\omega} + (1953)e^{321i\omega} + (1891)e^{322i\omega} \\
& + (1830)e^{323i\omega} + (1770)e^{324i\omega} + (1711)e^{325i\omega} + (1653)e^{326i\omega} + (1596)e^{327i\omega} \\
& + (1540)e^{328i\omega} + (1485)e^{329i\omega} + (1431)e^{330i\omega} + (1378)e^{331i\omega} + (1326)e^{332i\omega} \\
& + (1275)e^{333i\omega} + (1225)e^{334i\omega} + (1176)e^{335i\omega} + (1128)e^{336i\omega} + (1081)e^{337i\omega} \\
& + (1035)e^{338i\omega} + (990)e^{339i\omega} + (946)e^{340i\omega} + (903)e^{341i\omega} + (861)e^{342i\omega} \\
& + (820)e^{343i\omega} + (780)e^{344i\omega} + (741)e^{345i\omega} + (703)e^{346i\omega} + (666)e^{347i\omega} \\
& + (630)e^{348i\omega} + (595)e^{349i\omega} + (561)e^{350i\omega} + 528e^{351i\omega} + 496e^{352i\omega} \\
& + 465e^{353i\omega} + 435e^{354i\omega} + 406e^{355i\omega} + 378e^{356i\omega} + 351e^{357i\omega} + 325e^{358i\omega} \\
& + 300e^{359i\omega} + 276e^{360i\omega} + 253e^{361i\omega} + 231e^{362i\omega} + 210e^{363i\omega} + 190e^{364i\omega} \\
& + 171e^{365i\omega} + 153e^{366i\omega} + 136e^{367i\omega} + 120e^{368i\omega} + 105e^{369i\omega} + 91e^{370i\omega} \\
& + 78e^{371i\omega} + 66e^{372i\omega} + 55e^{373i\omega} + 45e^{374i\omega} + 36e^{375i\omega} + 28e^{376i\omega} \\
& + 21e^{377i\omega} + 15e^{378i\omega} + 10e^{379i\omega} + 6e^{380i\omega} + 3e^{381i\omega} + e^{382i\omega})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Q_8(\omega) = & -\frac{1}{32768} \left(e^{-127i\omega} + 3e^{-126i\omega} + 6e^{-125i\omega} + 10e^{-124i\omega} + 15e^{-123i\omega} \right. \\
& + 21e^{-122i\omega} + 28e^{-121i\omega} + 36e^{-120i\omega} + 45e^{-119i\omega} + 55e^{-118i\omega} + 66e^{-117i\omega} \\
& + 78e^{-116i\omega} + 91e^{-115i\omega} + 105e^{-114i\omega} + 120e^{-113i\omega} + 136e^{-112i\omega} \\
& + 153e^{-111i\omega} + 171e^{-110i\omega} + 190e^{-109i\omega} + 210e^{-108i\omega} + 231e^{-107i\omega} \\
& + 253e^{-106i\omega} + 276e^{-105i\omega} + 300e^{-104i\omega} + 325e^{-103i\omega} + 351e^{-102i\omega} \\
& + 378e^{-101i\omega} + 406e^{-100i\omega} + 435e^{-99i\omega} + 465e^{-98i\omega} + 496e^{-97i\omega} \\
& + 528e^{-96i\omega} + 561e^{-95i\omega} + 595e^{-94i\omega} + 630e^{-93i\omega} + 666e^{-92i\omega} \\
& + 703e^{-91i\omega} + 741e^{-90i\omega} + 780e^{-89i\omega} + 820e^{-88i\omega} + 861e^{-87i\omega} \\
& + 903e^{-86i\omega} + 946e^{-85i\omega} + 990e^{-84i\omega} + 1035e^{-83i\omega} + 1081e^{-82i\omega} \\
& + 1128e^{-81i\omega} + 1176e^{-80i\omega} + 1225e^{-79i\omega} + 1275e^{-78i\omega} + 1326e^{-77i\omega} \\
& + 1378e^{-76i\omega} + 1431e^{-75i\omega} + 1485e^{-74i\omega} + 1540e^{-73i\omega} + 1596e^{-72i\omega} \\
& + 1653e^{-71i\omega} + 1711e^{-70i\omega} + 1770e^{-69i\omega} + 1830e^{-68i\omega} + 1891e^{-67i\omega} \\
& + 1953e^{-66i\omega} + 2016e^{-65i\omega} + 2080e^{-64i\omega} + 2145e^{-63i\omega} + 2211e^{-62i\omega} \\
& + 2278e^{-61i\omega} + 2346e^{-60i\omega} + 2415e^{-59i\omega} + 2485e^{-58i\omega} + 2556e^{-57i\omega} \\
& + 2628e^{-56i\omega} + 2701e^{-55i\omega} + 2775e^{-54i\omega} + 2850e^{-53i\omega} + 2926e^{-52i\omega} \\
& + 3003e^{-51i\omega} + 3081e^{-50i\omega} + 3160e^{-49i\omega} + 3240e^{-48i\omega} + 3321e^{-47i\omega} \\
& + 3403e^{-46i\omega} + 3486e^{-45i\omega} + 3570e^{-44i\omega} + 3655e^{-43i\omega} + 3741e^{-42i\omega} \\
& + 3828e^{-41i\omega} + 3916e^{-40i\omega} + 4005e^{-39i\omega} + 4095e^{-38i\omega} + 4186e^{-37i\omega} \\
& + 4278e^{-36i\omega} + 4371e^{-35i\omega} + 4465e^{-34i\omega} + 4560e^{-33i\omega} + 4656e^{-32i\omega} \\
& + 4753e^{-31i\omega} + 4851e^{-30i\omega} + 4950e^{-29i\omega} + 5050e^{-28i\omega} + 5151e^{-27i\omega} \\
& + 5253e^{-26i\omega} + 5356e^{-25i\omega} + 5460e^{-24i\omega} + 5565e^{-23i\omega} + 5671e^{-22i\omega} \\
& + 5778e^{-21i\omega} + 5886e^{-20i\omega} + 5995e^{-19i\omega} + 6105e^{-18i\omega} + 6216e^{-17i\omega} \\
& + 6328e^{-16i\omega} + 6441e^{-15i\omega} + 6555e^{-14i\omega} + 6670e^{-13i\omega} + 6786e^{-12i\omega} \\
& + 6903e^{-11i\omega} + 7021e^{-10i\omega} + 7140e^{-9i\omega} + 7260e^{-8i\omega} + 7381e^{-7i\omega} \\
& + 7503e^{-6i\omega} + 7626e^{-5i\omega} + 7750e^{-4i\omega} + 7875e^{-3i\omega} + 8001e^{-2i\omega} \\
& + 8128e^{-1i\omega} + 8256e^0 + 8381e^{1i\omega} + 8503e^{2i\omega} + 8622e^{3i\omega} \\
& + 8738e^{4i\omega} + 8851e^{5i\omega} + 8961e^{6i\omega} + 9068e^{7i\omega} + 9172e^{8i\omega} \\
& + 9273e^{9i\omega} + 9371e^{10i\omega} + 9466e^{11i\omega} + 9558e^{12i\omega} + 9647e^{13i\omega} \\
& + 9733e^{14i\omega} + 9816e^{15i\omega} + 9896e^{16i\omega} + 9973e^{17i\omega} + 10047e^{18i\omega} \\
& + 10118e^{19i\omega} + 10186e^{20i\omega} + 10251e^{21i\omega} + 10313e^{22i\omega} + 10372e^{23i\omega} \\
& + 10428e^{24i\omega} + 10481e^{25i\omega} + 10531e^{26i\omega} + 10578e^{27i\omega} + 10622e^{28i\omega} \\
& + 10663e^{29i\omega} + 10701e^{30i\omega} + 10736e^{31i\omega} + 10768e^{32i\omega} + 10797e^{33i\omega} \\
& + 10823e^{34i\omega} + 10846e^{35i\omega} + 10866e^{36i\omega} + 10883e^{37i\omega} + 10897e^{38i\omega} \Big)
\end{aligned}$$

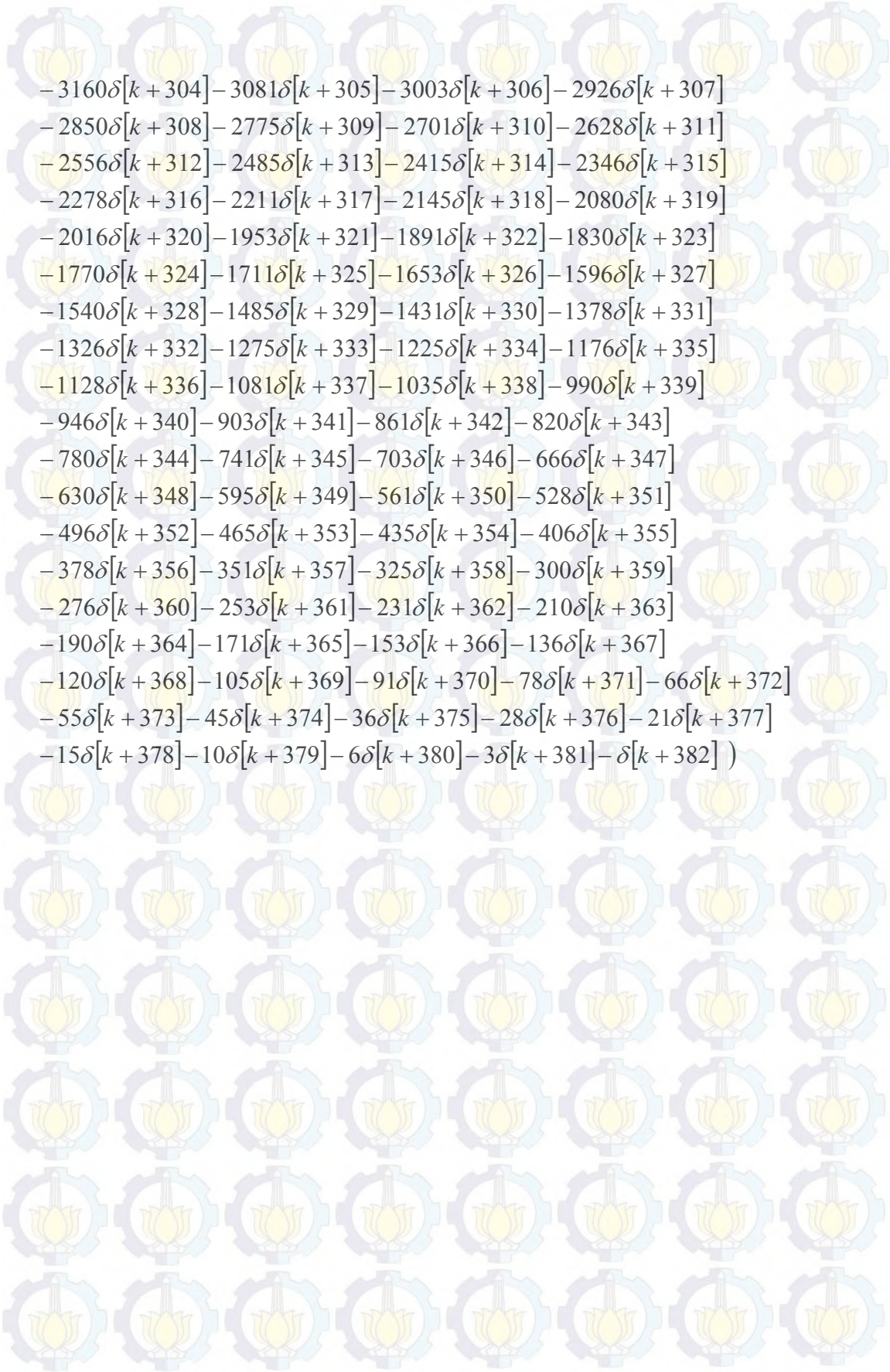
$$\begin{aligned}
& +10908e^{39i\omega} + 10916e^{40i\omega} + 10921e^{41i\omega} + 10923e^{42i\omega} + 10922e^{43i\omega} + 10918e^{44i\omega} \\
& + 10911e^{45i\omega} + 10901e^{46i\omega} + 10888e^{47i\omega} + 10872e^{48i\omega} + 10853e^{49i\omega} + 10831e^{50i\omega} \\
& + 10806e^{51i\omega} + 10778e^{52i\omega} + 10747e^{53i\omega} + 10713e^{54i\omega} + 10676e^{55i\omega} + 10636e^{56i\omega} \\
& + 10593e^{57i\omega} + 10547e^{58i\omega} + 10498e^{59i\omega} + 10446e^{60i\omega} + 10391e^{61i\omega} + 10333e^{62i\omega} \\
& + 10272e^{63i\omega} + 10208e^{64i\omega} + 10141e^{65i\omega} + 10071e^{66i\omega} + 9998e^{67i\omega} + 9922e^{68i\omega} \\
& + 9843e^{69i\omega} + 9761e^{70i\omega} + 9676e^{71i\omega} + 9588e^{72i\omega} + 9497e^{73i\omega} + 9403e^{74i\omega} \\
& + 9306e^{75i\omega} + 9206e^{76i\omega} + 9103e^{77i\omega} + 8997e^{78i\omega} + 8888e^{79i\omega} + 8776e^{80i\omega} \\
& + 8661e^{81i\omega} + 8543e^{82i\omega} + 8422e^{83i\omega} + 8298e^{84i\omega} + 8171e^{85i\omega} + 8041e^{86i\omega} \\
& + 7908e^{87i\omega} + 7772e^{88i\omega} + 7633e^{89i\omega} + 7491e^{90i\omega} + 7346e^{91i\omega} + 7198e^{92i\omega} \\
& + 7047e^{93i\omega} + 6893e^{94i\omega} + 6736e^{95i\omega} + 6576e^{96i\omega} + 6413e^{97i\omega} + 6247e^{98i\omega} \\
& + 6078e^{99i\omega} + 5906e^{100i\omega} + 5731e^{101i\omega} + 5553e^{102i\omega} + 5372e^{103i\omega} + 5188e^{104i\omega} \\
& + 5001e^{105i\omega} + 4811e^{106i\omega} + 4618e^{107i\omega} + 4422e^{108i\omega} + 4223e^{109i\omega} + 4021e^{110i\omega} \\
& + 3816e^{111i\omega} + 3608e^{112i\omega} + 3397e^{113i\omega} + 3183e^{114i\omega} + 2966e^{115i\omega} + 2746e^{116i\omega} \\
& + 2523e^{117i\omega} + 2297e^{118i\omega} + 2068e^{119i\omega} + 1836e^{120i\omega} + 1601e^{121i\omega} + 1363e^{122i\omega} \\
& + 1122e^{123i\omega} + 878e^{124i\omega} + 631e^{125i\omega} + 381e^{126i\omega} + 128e^{127i\omega} - 128e^{128i\omega} \\
& - 381e^{129i\omega} - 631e^{130i\omega} - 878e^{131i\omega} - 1122e^{132i\omega} - 1363e^{133i\omega} - 1601e^{134i\omega} \\
& - 1836e^{135i\omega} - 2068e^{136i\omega} - 2297e^{137i\omega} - 2523e^{138i\omega} - 2746e^{139i\omega} - 2966e^{140i\omega} \\
& - 3183e^{141i\omega} - 3397e^{142i\omega} - 3608e^{143i\omega} - 3816e^{144i\omega} - 4021e^{145i\omega} - 4223e^{146i\omega} \\
& - 4422e^{147i\omega} - 4618e^{148i\omega} - 4811e^{149i\omega} - 5001e^{150i\omega} - 5188e^{151i\omega} - 5372e^{152i\omega} \\
& - 5553e^{153i\omega} - 5731e^{154i\omega} - 5906e^{155i\omega} - 6078e^{156i\omega} - 6247e^{157i\omega} - 6413e^{158i\omega} \\
& - 6576e^{159i\omega} - 6736e^{160i\omega} - 6893e^{161i\omega} - 7047e^{162i\omega} - 7198e^{163i\omega} - 7346e^{164i\omega} \\
& - 7491e^{165i\omega} - 7633e^{166i\omega} - 7772e^{167i\omega} - 7908e^{168i\omega} - 8041e^{169i\omega} - 8171e^{170i\omega} \\
& - 8298e^{171i\omega} - 8422e^{172i\omega} - 8543e^{173i\omega} - 8661e^{174i\omega} - 8776e^{175i\omega} - 8888e^{176i\omega} \\
& - 8997e^{177i\omega} - 9103e^{178i\omega} - 9206e^{179i\omega} - 9306e^{180i\omega} - 9403e^{181i\omega} - 9497e^{182i\omega} \\
& - 9588e^{183i\omega} - 9676e^{184i\omega} - 9761e^{185i\omega} - 9843e^{186i\omega} - 9922e^{187i\omega} - 9998e^{188i\omega} \\
& - 10071e^{189i\omega} - 10141e^{190i\omega} - 10208e^{191i\omega} - 10272e^{192i\omega} - 10333e^{193i\omega} \\
& - 10391e^{194i\omega} - 10446e^{195i\omega} - 10498e^{196i\omega} - 10547e^{197i\omega} - 10593e^{198i\omega} \\
& - 10636e^{199i\omega} - 10676e^{200i\omega} - 10713e^{201i\omega} - 10747e^{202i\omega} - 10778e^{203i\omega} \\
& - 10806e^{204i\omega} - 10831e^{205i\omega} - 10853e^{206i\omega} - 10872e^{207i\omega} - 10888e^{208i\omega} \\
& - 10901e^{209i\omega} - 10911e^{210i\omega} - 10918e^{211i\omega} - 10922e^{212i\omega} - 10923e^{213i\omega} \\
& - 10921e^{214i\omega} - 10916e^{215i\omega} - 10908e^{216i\omega} - 10897e^{217i\omega} - 10883e^{218i\omega} \\
& - 10866e^{219i\omega} - 10846e^{220i\omega} - 10823e^{221i\omega} - 10797e^{222i\omega} - 10768e^{223i\omega}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -10736e^{224i\omega} - 10701e^{225i\omega} - 10663e^{226i\omega} - 10622e^{227i\omega} - 10578e^{228i\omega} \\
& -10531e^{229i\omega} - 10481e^{230i\omega} - 10428e^{231i\omega} - 10372e^{232i\omega} - 10313e^{233i\omega} \\
& -10251e^{234i\omega} - 10186e^{235i\omega} - 10118e^{236i\omega} - 10047e^{237i\omega} - 9973e^{238i\omega} \\
& -9896e^{239i\omega} - 9816e^{240i\omega} - 9733e^{241i\omega} - 9647e^{242i\omega} - 9558e^{243i\omega} - 9466e^{244i\omega} \\
& -9371e^{245i\omega} - 9273e^{246i\omega} - 9172e^{247i\omega} - 9068e^{248i\omega} - 8961e^{249i\omega} - 8851e^{250i\omega} \\
& -8738e^{251i\omega} - 8622e^{252i\omega} - 8503e^{253i\omega} - 8381e^{254i\omega} - 8256e^{255i\omega} - 8128e^{256i\omega} \\
& -8001e^{257i\omega} - 7875e^{258i\omega} - 7750e^{259i\omega} - 7626e^{260i\omega} - 7503e^{261i\omega} - 7381e^{262i\omega} \\
& -7260e^{263i\omega} - 7140e^{264i\omega} - 7021e^{265i\omega} - 6903e^{266i\omega} - 6786e^{267i\omega} - 6670e^{268i\omega} \\
& -6555e^{269i\omega} - 6441e^{270i\omega} - 6328e^{271i\omega} - 6216e^{272i\omega} - 6105e^{273i\omega} - 5995e^{274i\omega} \\
& -5886e^{275i\omega} - 5778e^{276i\omega} - 5671e^{277i\omega} - 5565e^{278i\omega} - 5460e^{279i\omega} - 5356e^{280i\omega} \\
& -5253e^{281i\omega} - 5151e^{282i\omega} - 5050e^{283i\omega} - 4950e^{284i\omega} - 4851e^{285i\omega} - 4753e^{286i\omega} \\
& -4656e^{287i\omega} - 4560e^{288i\omega} - 4465e^{289i\omega} - 4371e^{290i\omega} - 4278e^{291i\omega} - 4186e^{292i\omega} \\
& -4095e^{293i\omega} - 4005e^{294i\omega} - 3916e^{295i\omega} - 3828e^{296i\omega} - 3741e^{297i\omega} - 3655e^{298i\omega} \\
& -3570e^{299i\omega} - 3486e^{300i\omega} - 3403e^{301i\omega} - 3321e^{302i\omega} - 3240e^{303i\omega} - 3160e^{304i\omega} \\
& -3081e^{305i\omega} - 3003e^{306i\omega} - 2926e^{307i\omega} - 2850e^{308i\omega} - 2775e^{309i\omega} - 2701e^{310i\omega} \\
& -2628e^{311i\omega} - 2556e^{312i\omega} - 2485e^{313i\omega} - 2415e^{314i\omega} - 2346e^{315i\omega} - 2278e^{316i\omega} \\
& -2211e^{317i\omega} - 2145e^{318i\omega} - 2080e^{319i\omega} - 2016e^{320i\omega} - 1953e^{321i\omega} - 1891e^{322i\omega} \\
& -1830e^{323i\omega} - 1770e^{324i\omega} - 1711e^{325i\omega} - 1653e^{326i\omega} - 1596e^{327i\omega} - 1540e^{328i\omega} \\
& -1485e^{329i\omega} - 1431e^{330i\omega} - 1378e^{331i\omega} - 1326e^{332i\omega} - 1275e^{333i\omega} - 1225e^{334i\omega} \\
& -1176e^{335i\omega} - 1128e^{336i\omega} - 1081e^{337i\omega} - 1035e^{338i\omega} - 990e^{339i\omega} - 946e^{340i\omega} \\
& -903e^{341i\omega} - 861e^{342i\omega} - 820e^{343i\omega} - 780e^{344i\omega} - 741e^{345i\omega} - 703e^{346i\omega} \\
& -666e^{347i\omega} - 630e^{348i\omega} - 595e^{349i\omega} - 561e^{350i\omega} - 528e^{351i\omega} - 496e^{352i\omega} \\
& -465e^{353i\omega} - 435e^{354i\omega} - 406e^{355i\omega} - 378e^{356i\omega} - 351e^{357i\omega} - 325e^{358i\omega} \\
& -300e^{359i\omega} - 276e^{360i\omega} - 253e^{361i\omega} - 231e^{362i\omega} - 210e^{363i\omega} - 190e^{364i\omega} \\
& -171e^{365i\omega} - 153e^{366i\omega} - 136e^{367i\omega} - 120e^{368i\omega} - 105e^{369i\omega} - 91e^{370i\omega} \\
& -78e^{371i\omega} - 66e^{372i\omega} - 55e^{373i\omega} - 45e^{374i\omega} - 36e^{375i\omega} - 28e^{376i\omega} - 21e^{377i\omega} \\
& -15e^{378i\omega} - 10e^{379i\omega} - 6e^{380i\omega} - 3e^{381i\omega} - e^{382i\omega})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Q_8(\omega) = & -\frac{1}{32768} (\delta[k-127] + 3\delta[k-126] + 6\delta[k-125] + 10\delta[k-124] \\
& + 15\delta[k-123] + 21\delta[k-122] + 28\delta[k-121] + 36\delta[k-120] \\
& + 45\delta[k-119] + 55\delta[k-118] + 66\delta[k-117] + 78\delta[k-116] \\
& + 91\delta[k-115] + 105\delta[k-114] + 120\delta[k-113] + 136\delta[k-112] \\
& + 153\delta[k-111] + 171\delta[k-110] + 190\delta[k-109] + 210\delta[k-108] \\
& + 231\delta[k-107] + 253\delta[k-106] + 276\delta[k-105] + 300\delta[k-104] \\
& + 325\delta[k-103] + 351\delta[k-102] + 378\delta[k-101] + 406\delta[k-100] \\
& + 435\delta[k-99] + 465\delta[k-98] + 496\delta[k-97] + 528\delta[k-96] \\
& + 561\delta[k-95] + 595\delta[k-94] + 630\delta[k-93] + 666\delta[k-92] \\
& + 703\delta[k-91] + 741\delta[k-90] + 780\delta[k-89] + 820\delta[k-88] \\
& + 861\delta[k-87] + 903\delta[k-86] + 946\delta[k-85] + 990\delta[k-84] \\
& + 1035\delta[k-83] + 1081\delta[k-82] + 1128\delta[k-81] + 1176\delta[k-80] \\
& + 1225\delta[k-79] + 1275\delta[k-78] + 1326\delta[k-77] + 1378\delta[k-76] \\
& + 1431\delta[k-75] + 1485\delta[k-74] + 1540\delta[k-73] + 1596\delta[k-72] \\
& + 1653\delta[k-71] + 1711\delta[k-70] + 1770\delta[k-69] + 1830\delta[k-68] \\
& + 1891\delta[k-67] + 1953\delta[k-66] + 2016\delta[k-65] + 2080\delta[k-64] \\
& + 2145\delta[k-63] + 2211\delta[k-62] + 2278\delta[k-61] + 2346\delta[k-60] \\
& + 2415\delta[k-59] + 2485\delta[k-58] + 2556\delta[k-57] + 2628\delta[k-56] \\
& + 2701\delta[k-55] + 2775\delta[k-54] + 2850\delta[k-53] + 2926\delta[k-52] \\
& + 3003\delta[k-51] + 3081\delta[k-50] + 3160\delta[k-49] + 3240\delta[k-48] \\
& + 3321\delta[k-47] + 3403\delta[k-46] + 3486\delta[k-45] + 3570\delta[k-44] \\
& + 3655\delta[k-43] + 3741\delta[k-42] + 3828\delta[k-41] + 3916\delta[k-40] \\
& + 4005\delta[k-39] + 4095\delta[k-38] + 4186\delta[k-37] + 4278\delta[k-36] \\
& + 4371\delta[k-35] + 4465\delta[k-34] + 4560\delta[k-33] + 4656\delta[k-32] \\
& + 4753\delta[k-31] + 4851\delta[k-30] + 4950\delta[k-29] + 5050\delta[k-28] \\
& + 5151\delta[k-27] + 5253\delta[k-26] + 5356\delta[k-25] + 5460\delta[k-24] \\
& + 5565\delta[k-23] + 5671\delta[k-22] + 5778\delta[k-21] + 5886\delta[k-20] \\
& + 5995\delta[k-19] + 6105\delta[k-18] + 6216\delta[k-17] + 6328\delta[k-16] \\
& + 6441\delta[k-15] + 6555\delta[k-14] + 6670\delta[k-13] + 6786\delta[k-12] \\
& + 6903\delta[k-11] + 7021\delta[k-10] + 7140\delta[k-9] + 7260\delta[k-8] \\
& + 7381\delta[k-7] + 7503\delta[k-6] + 7626\delta[k-5] + 7750\delta[k-4] \\
& + 7875\delta[k-3] + 8001\delta[k-2] + 8128\delta[k-1] + 8256\delta[k] + 8381\delta[k+1] \\
& + 8503\delta[k+2] + 8622\delta[k+3] + 8738\delta[k+4] + 8851\delta[k+5] \\
& + 8961\delta[k+6] + 9068\delta[k+7] + 9172\delta[k+8] + 9273\delta[k+9] \\
& + 9371\delta[k+10] + 9466\delta[k+11] + 9558\delta[k+12] + 9647\delta[k+13] \\
& + 9733\delta[k+14] + 9816\delta[k+15] + 9896\delta[k+16] + 9973\delta[k+17])
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&+10047\delta[k+18]+10118\delta[k+19]+10186\delta[k+20]+10251\delta[k+21] \\
&+10313\delta[k+22]+10372\delta[k+23]+10428\delta[k+24]+10481\delta[k+25] \\
&+10531\delta[k+26]+10578\delta[k+27]+10622\delta[k+28]+10663\delta[k+29] \\
&+10701\delta[k+30]+10736\delta[k+31]+10768\delta[k+32]+10797\delta[k+33] \\
&+10823\delta[k+34]+10846\delta[k+35]+10866\delta[k+36]+10883\delta[k+37] \\
&+10897\delta[k+38]+10908\delta[k+39]+10916\delta[k+40]+10921\delta[k+41] \\
&+10923\delta[k+42]+10922\delta[k+43]+10918\delta[k+44]+10911\delta[k+45] \\
&+10901\delta[k+46]+10888\delta[k+47]+10872\delta[k+48]+10853\delta[k+49] \\
&+10831\delta[k+50]+10806\delta[k+51]+10778\delta[k+52]+10747\delta[k+53] \\
&+10713\delta[k+54]+10676\delta[k+55]+10636\delta[k+56]+10593\delta[k+57] \\
&+10547\delta[k+58]+10498\delta[k+59]+10446\delta[k+60]+10391\delta[k+61] \\
&+10333\delta[k+62]+10272\delta[k+63]+10208\delta[k+64]+10141\delta[k+65] \\
&+10071\delta[k+66]+9998\delta[k+67]+9922\delta[k+68]+9843\delta[k+69] \\
&+9761\delta[k+70]+9676\delta[k+71]+9588\delta[k+72]+9497\delta[k+73] \\
&+9403\delta[k+74]+9306\delta[k+75]+9206\delta[k+76]+9103\delta[k+77] \\
&+8997\delta[k+78]+8888\delta[k+79]+8776\delta[k+80]+8661\delta[k+81] \\
&+8543\delta[k+82]+8422\delta[k+83]+8298\delta[k+84]+8171\delta[k+85] \\
&+8041\delta[k+86]+7908\delta[k+87]+7772\delta[k+88]+7633\delta[k+89] \\
&+7491\delta[k+90]+7346\delta[k+91]+7198\delta[k+92]+7047\delta[k+93] \\
&+6893\delta[k+94]+6736\delta[k+95]+6576\delta[k+96]+6413\delta[k+97] \\
&+6247\delta[k+98]+6078\delta[k+99]+5906\delta[k+100]+5731\delta[k+101] \\
&+5553\delta[k+102]+5372\delta[k+103]+5188\delta[k+104]+5001\delta[k+105] \\
&+4811\delta[k+106]+4618\delta[k+107]+4422\delta[k+108]+4223\delta[k+109] \\
&+4021\delta[k+110]+3816\delta[k+111]+3608\delta[k+112]+3397\delta[k+113] \\
&+3183\delta[k+114]+2966\delta[k+115]+2746\delta[k+116]+2523\delta[k+117] \\
&+2297\delta[k+118]+2068\delta[k+119]+1836\delta[k+120]+1601\delta[k+121] \\
&+1363\delta[k+122]+1122\delta[k+123]+878\delta[k+124]+631\delta[k+125]+381\delta[k+126] \\
&+128\delta[k+127]-128\delta[k+128]-381\delta[k+129]-631\delta[k+130]-878\delta[k+131] \\
&-1122\delta[k+132]-1363\delta[k+133]-1601\delta[k+134]-1836\delta[k+135] \\
&-2068\delta[k+136]-2297\delta[k+137]-2523\delta[k+138]-2746\delta[k+139] \\
&-2966\delta[k+140]-3183\delta[k+141]-3397\delta[k+142]-3608\delta[k+143] \\
&-3816\delta[k+144]-4021\delta[k+145]-4223\delta[k+146]-4422\delta[k+147] \\
&-4618\delta[k+148]-4811\delta[k+149]-5001\delta[k+150]-5188\delta[k+151] \\
&-5372\delta[k+152]-5553\delta[k+153]-5731\delta[k+154]-5906\delta[k+155] \\
&-6078\delta[k+156]-6247\delta[k+157]-6413\delta[k+158]-6576\delta[k+159]
\end{aligned}$$

$-6736\delta[k+160]-6893\delta[k+161]-7047\delta[k+162]-7198\delta[k+163]$
 $-7346\delta[k+164]-7491\delta[k+165]-7633\delta[k+166]-7772\delta[k+167]$
 $-7908\delta[k+168]-8041\delta[k+169]-8171\delta[k+170]-8298\delta[k+171]$
 $-8422\delta[k+172]-8543\delta[k+173]-8661\delta[k+174]-8776\delta[k+175]$
 $-8888\delta[k+176]-8997\delta[k+177]-9103\delta[k+178]-9206\delta[k+179]$
 $-9306\delta[k+180]-9403\delta[k+181]-9497\delta[k+182]-9588\delta[k+183]$
 $-9676\delta[k+184]-9761\delta[k+185]-9843\delta[k+186]-9922\delta[k+187]$
 $-9998\delta[k+188]-10071\delta[k+189]-10141\delta[k+190]-10208\delta[k+191]$
 $-10272\delta[k+192]-10333\delta[k+193]-10391\delta[k+194]-10446\delta[k+195]$
 $-10498\delta[k+196]-10547\delta[k+197]-10593\delta[k+198]-10636\delta[k+199]$
 $-10676\delta[k+200]-10713\delta[k+201]-10747\delta[k+202]-10778\delta[k+203]$
 $-10806\delta[k+204]-10831\delta[k+205]-10853\delta[k+206]-10872\delta[k+207]$
 $-10888\delta[k+208]-10901\delta[k+209]-10911\delta[k+210]-10918\delta[k+211]$
 $-10922\delta[k+212]-10923\delta[k+213]-10921\delta[k+214]-10916\delta[k+215]$
 $-10908\delta[k+216]-10897\delta[k+217]-10883\delta[k+218]-10866\delta[k+219]$
 $-10846\delta[k+220]-10823\delta[k+221]-10797\delta[k+222]-10768\delta[k+223]$
 $-10736\delta[k+224]-10701\delta[k+225]-10663\delta[k+226]-10622\delta[k+227]$
 $-10578\delta[k+228]-10531\delta[k+229]-10481\delta[k+230]-10428\delta[k+231]$
 $-10372\delta[k+232]-10313\delta[k+233]-10251\delta[k+234]-10186\delta[k+235]$
 $-10118\delta[k+236]-10047\delta[k+237]-9973\delta[k+238]-9896\delta[k+239]$
 $-9816\delta[k+240]-9733\delta[k+241]-9647\delta[k+242]-9558\delta[k+243]$
 $-9466\delta[k+244]-9371\delta[k+245]-9273\delta[k+246]-9172\delta[k+247]$
 $-9068\delta[k+248]-8961\delta[k+249]-8851\delta[k+250]-8738\delta[k+251]$
 $-8622\delta[k+252]-8503\delta[k+253]-8381\delta[k+254]-8256\delta[k+255]$
 $-8128\delta[k+256]-8001\delta[k+257]-7875\delta[k+258]-7750\delta[k+259]$
 $-7626\delta[k+260]-7503\delta[k+261]-7381\delta[k+262]-7260\delta[k+263]$
 $-7140\delta[k+264]-7021\delta[k+265]-6903\delta[k+266]-6786\delta[k+267]$
 $-6670\delta[k+268]-6555\delta[k+269]-6441\delta[k+270]-6328\delta[k+271]$
 $-6216\delta[k+272]-6105\delta[k+273]-5995\delta[k+274]-5886\delta[k+275]$
 $-5778\delta[k+276]-5671\delta[k+277]-5565\delta[k+278]-5460\delta[k+279]$
 $-5356\delta[k+280]-5253\delta[k+281]-5151\delta[k+282]-5050\delta[k+283]$
 $-4950\delta[k+284]-4851\delta[k+285]-4753\delta[k+286]-4656\delta[k+287]$
 $-4560\delta[k+288]-4465\delta[k+289]-4371\delta[k+290]-4278\delta[k+291]$
 $-4186\delta[k+292]-4095\delta[k+293]-4005\delta[k+294]-3916\delta[k+295]$
 $-3828\delta[k+296]-3741\delta[k+297]-3655\delta[k+298]-3570\delta[k+299]$
 $-3486\delta[k+300]-3403\delta[k+301]-3321\delta[k+302]-3240\delta[k+303]$



$$\begin{aligned}
& -3160\delta[k+304]-3081\delta[k+305]-3003\delta[k+306]-2926\delta[k+307] \\
& -2850\delta[k+308]-2775\delta[k+309]-2701\delta[k+310]-2628\delta[k+311] \\
& -2556\delta[k+312]-2485\delta[k+313]-2415\delta[k+314]-2346\delta[k+315] \\
& -2278\delta[k+316]-2211\delta[k+317]-2145\delta[k+318]-2080\delta[k+319] \\
& -2016\delta[k+320]-1953\delta[k+321]-1891\delta[k+322]-1830\delta[k+323] \\
& -1770\delta[k+324]-1711\delta[k+325]-1653\delta[k+326]-1596\delta[k+327] \\
& -1540\delta[k+328]-1485\delta[k+329]-1431\delta[k+330]-1378\delta[k+331] \\
& -1326\delta[k+332]-1275\delta[k+333]-1225\delta[k+334]-1176\delta[k+335] \\
& -1128\delta[k+336]-1081\delta[k+337]-1035\delta[k+338]-990\delta[k+339] \\
& -946\delta[k+340]-903\delta[k+341]-861\delta[k+342]-820\delta[k+343] \\
& -780\delta[k+344]-741\delta[k+345]-703\delta[k+346]-666\delta[k+347] \\
& -630\delta[k+348]-595\delta[k+349]-561\delta[k+350]-528\delta[k+351] \\
& -496\delta[k+352]-465\delta[k+353]-435\delta[k+354]-406\delta[k+355] \\
& -378\delta[k+356]-351\delta[k+357]-325\delta[k+358]-300\delta[k+359] \\
& -276\delta[k+360]-253\delta[k+361]-231\delta[k+362]-210\delta[k+363] \\
& -190\delta[k+364]-171\delta[k+365]-153\delta[k+366]-136\delta[k+367] \\
& -120\delta[k+368]-105\delta[k+369]-91\delta[k+370]-78\delta[k+371]-66\delta[k+372] \\
& -55\delta[k+373]-45\delta[k+374]-36\delta[k+375]-28\delta[k+376]-21\delta[k+377] \\
& -15\delta[k+378]-10\delta[k+379]-6\delta[k+380]-3\delta[k+381]-\delta[k+382])
\end{aligned}$$

Tabel L.C.1. Koefisien filter $q_i(k)$.

k	$q_1[k]$	$q_2[k]$	$q_3[k]$	$q_4[k]$	$q_5[k]$	$q_6[k]$	$q_7[k]$	$q_8[k]$
-382								0.0000
-381								0.0001
-380								0.0002
-379								0.0003
-378								0.0005
-377								0.0006
-376								0.0009
-375								0.0011
-374								0.0014
-373								0.0017
-372								0.0020
-371								0.0024
-370								0.0028
-369								0.0032
-368								0.0037
-367								0.0042
-366								0.0047
-365								0.0052
-364								0.0058
-363								0.0064
-362								0.0070
-361								0.0077
-360								0.0084
-359								0.0092
-358								0.0099
-357								0.0107
-356								0.0115
-355								0.0124
-354								0.0133
-353								0.0142
-352								0.0151
-351								0.0161
-350								0.0171
-349								0.0182
-348								0.0192
-347								0.0203
-346								0.0215
-345								0.0226
-344								0.0238
-343								0.0250

-342							0.0263
-341							0.0276
-340							0.0289
-339							0.0302
-338							0.0316
-337							0.0330
-336							0.0344
-335							0.0359
-334							0.0374
-333							0.0389
-332							0.0405
-331							0.0421
-330							0.0437
-329							0.0453
-328							0.0470
-327							0.0487
-326							0.0504
-325							0.0522
-324							0.0540
-323							0.0558
-322							0.0577
-321							0.0596
-320							0.0615
-319							0.0635
-318							0.0655
-317							0.0675
-316							0.0695
-315							0.0716
-314							0.0737
-313							0.0758
-312							0.0780
-311							0.0802
-310							0.0824
-309							0.0847
-308							0.0870
-307							0.0893
-306							0.0916
-305							0.0940
-304							0.0964
-303							0.0989
-302							0.1013
-301							0.1039

-300							0.1064
-299							0.1089
-298							0.1115
-297							0.1142
-296							0.1168
-295							0.1195
-294							0.1222
-293							0.1250
-292							0.1277
-291							0.1306
-290							0.1334
-289							0.1363
-288							0.1392
-287							0.1421
-286							0.1451
-285							0.1480
-284							0.1511
-283							0.1541
-282							0.1572
-281							0.1603
-280							0.1635
-279							0.1666
-278							0.1698
-277							0.1731
-276							0.1763
-275							0.1796
-274							0.1830
-273							0.1863
-272							0.1897
-271							0.1931
-270							0.1966
-269							0.2000
-268							0.2036
-267							0.2071
-266							0.2107
-265							0.2143
-264							0.2179
-263							0.2216
-262							0.2253
-261							0.2290
-260							0.2327
-259							0.2365

-258							0.2403
-257							0.2442
-256							0.2480
-255							0.2520
-254							0.2558
-253							0.2595
-252							0.2631
-251							0.2667
-250							0.2701
-249							0.2735
-248							0.2767
-247							0.2799
-246							0.2830
-245							0.2860
-244							0.2889
-243							0.2917
-242							0.2944
-241							0.2970
-240							0.2996
-239							0.3020
-238							0.3044
-237							0.3066
-236							0.3088
-235							0.3109
-234							0.3128
-233							0.3147
-232							0.3165
-231							0.3182
-230							0.3199
-229							0.3214
-228							0.3228
-227							0.3242
-226							0.3254
-225							0.3266
-224							0.3276
-223							0.3286
-222							0.3295
-221							0.3303
-220							0.3310
-219							0.3316
-218							0.3321
-217							0.3326

-216							0.3329
-215							0.3331
-214							0.3333
-213							0.3333
-212							0.3333
-211							0.3332
-210							0.3330
-209							0.3327
-208							0.3323
-207							0.3318
-206							0.3312
-205							0.3305
-204							0.3298
-203							0.3289
-202							0.3280
-201							0.3269
-200							0.3258
-199							0.3246
-198							0.3233
-197							0.3219
-196							0.3204
-195							0.3188
-194							0.3171
-193							0.3153
-192							0.3135
-191							0.3115
-190						0.0002	0.3095
-189						0.0007	0.3073
-188						0.0015	0.3051
-187						0.0024	0.3028
-186						0.0037	0.3004
-185						0.0051	0.2979
-184						0.0068	0.2953
-183						0.0088	0.2926
-182						0.0110	0.2898
-181						0.0134	0.2870
-180						0.0161	0.2840
-179						0.0190	0.2809
-178						0.0222	0.2778
-177						0.0256	0.2746
-176						0.0293	0.2712
-175						0.0332	0.2678

-174						0.0374	0.2643
-173						0.0417	0.2607
-172						0.0464	0.2570
-171						0.0513	0.2532
-170						0.0564	0.2494
-169						0.0618	0.2454
-168						0.0674	0.2413
-167						0.0732	0.2372
-166						0.0793	0.2329
-165						0.0857	0.2286
-164						0.0923	0.2242
-163						0.0991	0.2197
-162						0.1062	0.2151
-161						0.1135	0.2104
-160						0.1211	0.2056
-159						0.1289	0.2007
-158						0.1370	0.1957
-157						0.1453	0.1906
-156						0.1538	0.1855
-155						0.1626	0.1802
-154						0.1716	0.1749
-153						0.1809	0.1695
-152						0.1904	0.1639
-151						0.2002	0.1583
-150						0.2102	0.1526
-149						0.2205	0.1468
-148						0.2310	0.1409
-147						0.2417	0.1349
-146						0.2527	0.1289
-145						0.2639	0.1227
-144						0.2754	0.1165
-143						0.2871	0.1101
-142						0.2991	0.1037
-141						0.3113	0.0971
-140						0.3237	0.0905
-139						0.3364	0.0838
-138						0.3494	0.0770
-137						0.3625	0.0701
-136						0.3760	0.0631
-135						0.3896	0.0560
-134						0.4036	0.0489
-133						0.4177	0.0416

-132						0.4321	0.0342
-131						0.4468	0.0268
-130						0.4617	0.0193
-129						0.4768	0.0116
-128						0.4922	0.0039
-127						0.5078	-0.0039
-126						0.5227	-0.0116
-125						0.5369	-0.0193
-124						0.5503	-0.0268
-123						0.5630	-0.0342
-122						0.5750	-0.0416
-121						0.5862	-0.0489
-120						0.5967	-0.0560
-119						0.6064	-0.0631
-118						0.6155	-0.0701
-117						0.6238	-0.0770
-116						0.6313	-0.0838
-115						0.6382	-0.0905
-114						0.6443	-0.0971
-113						0.6497	-0.1037
-112						0.6543	-0.1101
-111						0.6582	-0.1165
-110						0.6614	-0.1227
-109						0.6638	-0.1289
-108						0.6655	-0.1349
-107						0.6665	-0.1409
-106						0.6667	-0.1468
-105						0.6663	-0.1526
-104						0.6650	-0.1583
-103						0.6631	-0.1639
-102						0.6604	-0.1695
-101						0.6570	-0.1749
-100						0.6528	-0.1802
-99						0.6479	-0.1855
-98						0.6423	-0.1906
-97						0.6360	-0.1957
-96						0.6289	-0.2007
-95						0.6211	-0.2056
-94					0.0005	0.6125	-0.2104
-93					0.0015	0.6033	-0.2151
-92					0.0029	0.5933	-0.2197
-91					0.0049	0.5825	-0.2242

-90					0.0073	0.5710	-0.2286
-89					0.0103	0.5588	-0.2329
-88					0.0137	0.5459	-0.2372
-87					0.0176	0.5322	-0.2413
-86					0.0220	0.5178	-0.2454
-85					0.0269	0.5027	-0.2494
-84					0.0322	0.4868	-0.2532
-83					0.0381	0.4702	-0.2570
-82					0.0444	0.4529	-0.2607
-81					0.0513	0.4348	-0.2643
-80					0.0586	0.4160	-0.2678
-79					0.0664	0.3965	-0.2712
-78					0.0747	0.3762	-0.2746
-77					0.0835	0.3552	-0.2778
-76					0.0928	0.3335	-0.2809
-75					0.1025	0.3110	-0.2840
-74					0.1128	0.2878	-0.2870
-73					0.1235	0.2639	-0.2898
-72					0.1348	0.2393	-0.2926
-71					0.1465	0.2139	-0.2953
-70					0.1587	0.1877	-0.2979
-69					0.1714	0.1609	-0.3004
-68					0.1846	0.1333	-0.3028
-67					0.1982	0.1050	-0.3051
-66					0.2124	0.0759	-0.3073
-65					0.2271	0.0461	-0.3095
-64					0.2422	-0.0461	-0.3115
-63					0.2578	-0.0759	-0.3135
-62					0.2720	-0.1050	-0.3153
-61					0.2847	-0.1333	-0.3171
-60					0.2959	-0.1609	-0.3188
-59					0.3057	-0.1877	-0.3204
-58					0.3140	-0.2139	-0.3219
-57					0.3208	-0.2393	-0.3233
-56					0.3262	-0.2639	-0.3246
-55					0.3301	-0.2878	-0.3258
-54					0.3325	-0.3110	-0.3269
-53					0.3335	-0.3335	-0.3280
-52					0.3330	-0.3552	-0.3289
-51					0.3311	-0.3762	-0.3298
-50					0.3276	-0.3965	-0.3305
-49					0.3228	-0.4160	-0.3312

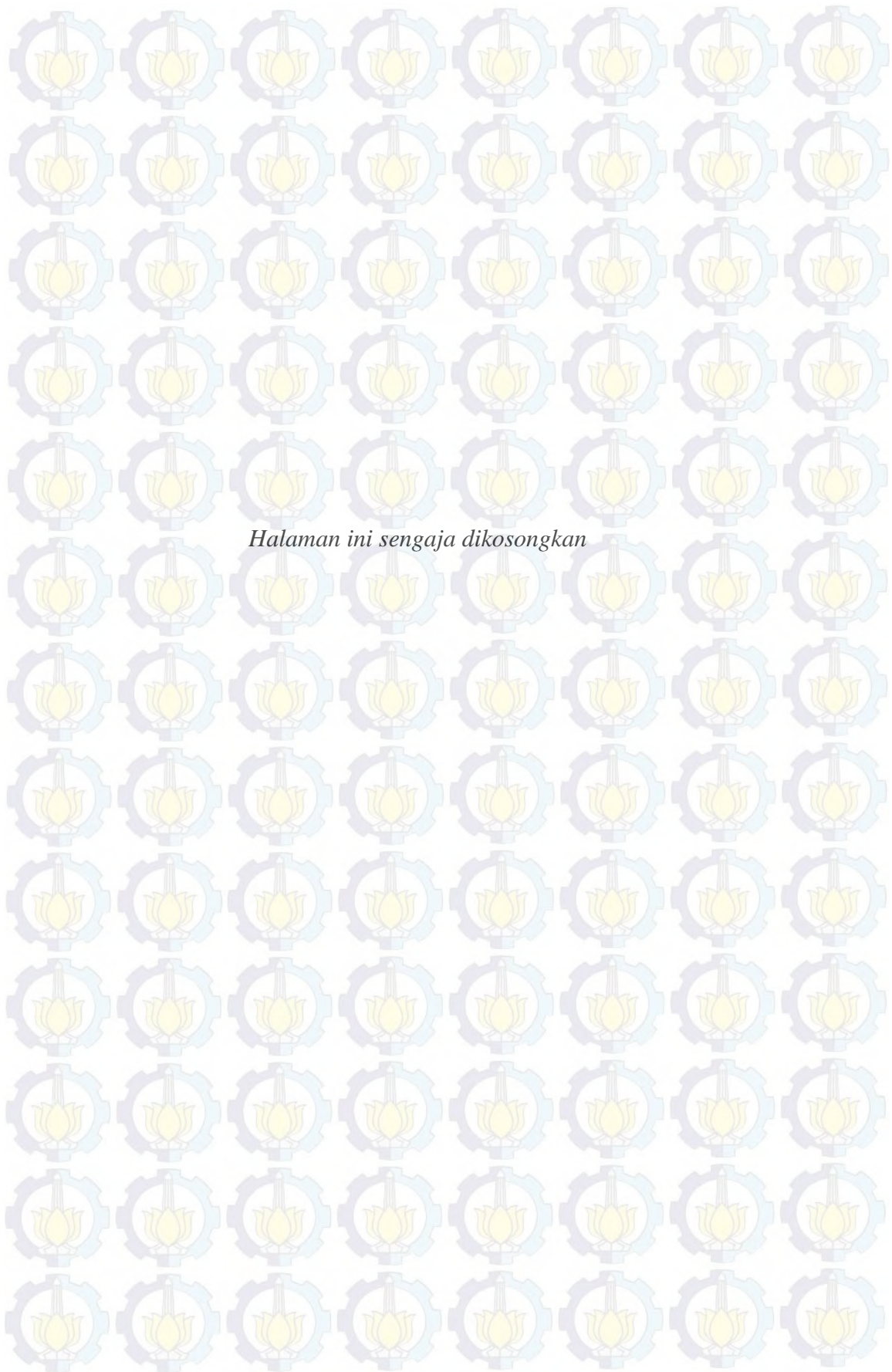
-48						0.3164	-0.4348	-0.3318
-47						0.3086	-0.4529	-0.3323
-46					0.0020	0.2993	-0.4702	-0.3327
-45					0.0059	0.2886	-0.4868	-0.3330
-44					0.0117	0.2764	-0.5027	-0.3332
-43					0.0195	0.2627	-0.5178	-0.3333
-42					0.0293	0.2476	-0.5322	-0.3333
-41					0.0410	0.2310	-0.5459	-0.3333
-40					0.0547	0.2129	-0.5588	-0.3331
-39					0.0703	0.1934	-0.5710	-0.3329
-38					0.0879	0.1724	-0.5825	-0.3326
-37					0.1074	0.1499	-0.5933	-0.3321
-36					0.1289	0.1260	-0.6033	-0.3316
-35					0.1523	0.1006	-0.6125	-0.3310
-34					0.1777	0.0737	-0.6211	-0.3303
-33					0.2051	0.0454	-0.6289	-0.3295
-32					0.2344	0.0156	-0.6360	-0.3286
-31					0.2656	-0.0156	-0.6423	-0.3276
-30					0.2910	-0.0454	-0.6479	-0.3266
-29					0.3105	-0.0737	-0.6528	-0.3254
-28					0.3242	-0.1006	-0.6570	-0.3242
-27					0.3320	-0.1260	-0.6604	-0.3228
-26					0.3340	-0.1499	-0.6631	-0.3214
-25					0.3301	-0.1724	-0.6650	-0.3199
-24					0.3203	-0.1934	-0.6663	-0.3182
-23					0.3047	-0.2129	-0.6667	-0.3165
-22				0.0039	0.2832	-0.2310	-0.6665	-0.3147
-21				0.0117	0.2559	-0.2476	-0.6655	-0.3128
-20				0.0234	0.2227	-0.2627	-0.6638	-0.3109
-19				0.0391	0.1836	-0.2764	-0.6614	-0.3088
-18				0.0586	0.1387	-0.2886	-0.6582	-0.3066
-17				0.0820	0.0879	-0.2993	-0.6543	-0.3044
-16				0.1094	0.0313	-0.3086	-0.6497	-0.3020
-15				0.1406	-0.0313	-0.3164	-0.6443	-0.2996
-14				0.1602	-0.0879	-0.3228	-0.6382	-0.2970
-13				0.1680	-0.1387	-0.3276	-0.6313	-0.2944
-12				0.1641	-0.1836	-0.3311	-0.6238	-0.2917
-11				0.1484	-0.2227	-0.3330	-0.6155	-0.2889
-10			0.0313	0.1211	-0.2559	-0.3335	-0.6064	-0.2860
-9			0.0938	0.0820	-0.2832	-0.3325	-0.5967	-0.2830
-8			0.1875	0.0313	-0.3047	-0.3301	-0.5862	-0.2799
-7			0.3125	-0.0313	-0.3203	-0.3262	-0.5750	-0.2767

-6			0.3438	-0.0820	-0.3301	-0.3208	-0.5630	-0.2735
-5			0.2813	-0.1211	-0.3340	-0.3140	-0.5503	-0.2701
-4		0.2500	0.1250	-0.1484	-0.3320	-0.3057	-0.5369	-0.2667
-3		0.7500	-0.1250	-0.1641	-0.3242	-0.2959	-0.5227	-0.2631
-2		0.5000	-0.2813	-0.1680	-0.3105	-0.2847	-0.5078	-0.2595
-1	2.0000	-0.5000	-0.3438	-0.1602	-0.2910	-0.2720	-0.4922	-0.2558
0	-2.0000	-0.7500	-0.3125	-0.1406	-0.2656	-0.2578	-0.4768	-0.2520
1		-0.2500	-0.1875	-0.1094	-0.2344	-0.2422	-0.4617	-0.2480
2			-0.0938	-0.0820	-0.2051	-0.2271	-0.4468	-0.2442
3			-0.0313	-0.0586	-0.1777	-0.2124	-0.4321	-0.2403
4				-0.0391	-0.1523	-0.1982	-0.4177	-0.2365
5				-0.0234	-0.1289	-0.1846	-0.4036	-0.2327
6				-0.0117	-0.1074	-0.1714	-0.3896	-0.2290
7				-0.0039	-0.0879	-0.1587	-0.3760	-0.2253
8					-0.0703	-0.1465	-0.3625	-0.2216
9					-0.0547	-0.1348	-0.3494	-0.2179
10					-0.0410	-0.1235	-0.3364	-0.2143
11					-0.0293	-0.1128	-0.3237	-0.2107
12					-0.0195	-0.1025	-0.3113	-0.2071
13					-0.0117	-0.0928	-0.2991	-0.2036
14					-0.0059	-0.0835	-0.2871	-0.2000
15					-0.0020	-0.0747	-0.2754	-0.1966
16						-0.0664	-0.2639	-0.1931
17						-0.0586	-0.2527	-0.1897
18						-0.0513	-0.2417	-0.1863
19						-0.0444	-0.2310	-0.1830
20						-0.0381	-0.2205	-0.1796
21						-0.0322	-0.2102	-0.1763
22						-0.0269	-0.2002	-0.1731
23						-0.0220	-0.1904	-0.1698
24						-0.0176	-0.1809	-0.1666
25						-0.0137	-0.1716	-0.1635
26						-0.0103	-0.1626	-0.1603
27						-0.0073	-0.1538	-0.1572
28						-0.0049	-0.1453	-0.1541
29						-0.0029	-0.1370	-0.1511
30						-0.0015	-0.1289	-0.1480
31						-0.0005	-0.1211	-0.1451
32							-0.1135	-0.1421
33							-0.1062	-0.1392
34							-0.0991	-0.1363
35							-0.0923	-0.1334

36							-0.0857	-0.1306
37							-0.0793	-0.1277
38							-0.0732	-0.1250
39							-0.0674	-0.1222
40							-0.0618	-0.1195
41							-0.0564	-0.1168
42							-0.0513	-0.1142
43							-0.0464	-0.1115
44							-0.0417	-0.1089
45							-0.0374	-0.1064
46							-0.0332	-0.1039
47							-0.0293	-0.1013
48							-0.0256	-0.0989
49							-0.0222	-0.0964
50							-0.0190	-0.0940
51							-0.0161	-0.0916
52							-0.0134	-0.0893
53							-0.0110	-0.0870
54							-0.0088	-0.0847
55							-0.0068	-0.0824
56							-0.0051	-0.0802
57							-0.0037	-0.0780
58							-0.0024	-0.0758
59							-0.0015	-0.0737
60							-0.0007	-0.0716
61							-0.0002	-0.0695
62								-0.0675
63								-0.0655
64								-0.0635
65								-0.0615
66								-0.0596
67								-0.0577
68								-0.0558
69								-0.0540
70								-0.0522
71								-0.0504
72								-0.0487
73								-0.0470
74								-0.0453
75								-0.0437
76								-0.0421
77								-0.0405

78								-0.0389
79								-0.0374
80								-0.0359
81								-0.0344
82								-0.0330
83								-0.0316
84								-0.0302
85								-0.0289
86								-0.0276
87								-0.0263
88								-0.0250
89								-0.0238
90								-0.0226
91								-0.0215
92								-0.0203
93								-0.0192
94								-0.0182
95								-0.0171
96								-0.0161
97								-0.0151
98								-0.0142
99								-0.0133
100								-0.0124
101								-0.0115
102								-0.0107
103								-0.0099
104								-0.0092
105								-0.0084
106								-0.0077
107								-0.0070
108								-0.0064
109								-0.0058
110								-0.0052
111								-0.0047
112								-0.0042
113								-0.0037
114								-0.0032
115								-0.0028
116								-0.0024
117								-0.0020
118								-0.0017
119								-0.0014

120								-0.0011
121								-0.0009
122								-0.0006
123								-0.0005
124								-0.0003
125								-0.0002
126								-0.0001
127								0.0000



RIWAYAT HIDUP PENULIS



Nada Fitriyatul Hikmah dilahirkan di Jember, 7 Januari 1990. Merupakan anak pertama dari dua bersaudara pasangan Bapak Ir. H. Achmad Syafi'i dan Ibu Dra. Hj. Istifa'iyah. Penulis memulai pendidikan di Sekolah Dasar Negeri Kepatihan 1 Kota Jember pada tahun 1996-2002, kemudian melanjutkan pendidikan di Sekolah Menengah Pertama Negeri 1 Jember pada tahun 2002-2005. Selanjutnya penulis melanjutkan di Sekolah Menengah Atas Negeri 1 Jember pada tahun 2005-2008. Setelah itu penulis menempuh pendidikan tinggi pada Program Sarjana di Universitas Airlangga Surabaya dan menyelesaikan pendidikan pada tahun 2013. Setelah menyelesaikan pendidikan tahap sarjana, penulis mendapat beasiswa untuk menempuh pendidikan di Program Magister Jurusan Teknik Elektro Institut Teknologi Sepuluh Nopember dengan bidang keahlian Teknik Elektronika pada tahun 2013.

e-mail : nada13@mhs.ee.its.com, nada_fasola@yahoo.com